Interpolación de Taylor $f(x)=5^x$ en [0,2]

I(X) - O - EH [U, Z]Vanessa Abad Armas, Gabriela Balcedo Acosta

 $Grupo (1 \mid H)$

 $T\'{e}cnicas$ Experimentales. 1^{er} curso. 2^{do} semestre

Lenguajes y Sistemas Informáticos

Facultad de Matemáticas

Universidad de La Laguna

Índice general

| 1. | Mot | tivación y objetivos | 1 |
|----|-------|---|---|
| | 1.1. | Motivación | 1 |
| | | Objetivos | |
| 2. | Fun | damentos teóricos | 2 |
| | 2.1. | ¿Quien fue Taylor? | 2 |
| | | Aportaciones de Taylor a las Matemáticas | |
| | | 2.2.1. Interpolación por Taylor | |
| 3. | Pro | cedimiento experimental | 4 |
| | | Descripción de los experimentos | 4 |
| | | Descripción del material | |
| | | Resultados obtenidos | |
| | | Ani $\frac{1}{2}$ lisis de los resultados | |
| 4. | Con | nclusiones | 6 |
| Α. | Títı | | 7 |
| | A.1. | Algoritmo XXX | 7 |
| | A.2. | Algoritmo YYY | 7 |
| в. | Títı | ılo del Apéndice 2 | 8 |
| | | Otro apendice: Seccion 1 | 8 |
| | | Otro apendice: Seccion 2 | |
| Bi | bliog | grafía | 8 |

Índice de figuras

| ~ - | | 1 0 | | | | | | | | | | | | | | | | |
|-------|---------|-----------|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|
| 7 1 | Hiemple | de figura | | | | | | | | | | | | | | | | |
| υ. Ι. | Flembio | ue ngura | | | | | | | | | | | | | | | | ٠, |

Índice de cuadros

| 3.1 | Resultados | experimentales | de tiempo | (s) | v velocidad i | (m/s) | (; | | | 4 |
|-----|------------|-------------------|-----------|-----|---------------|------------------|------|------|--|---|
| υ | TUBUTUAGOS | CAPCITITICITUATOS | de dempe | 101 | v vciocidad i | \ 111 / \ | ,, . | | | |

Motivación y objetivos

1.1. Motivación

- Familiarización con la creación de informes científicos. Esta tarea nos aportará unas nociones básicas que nos ayudarán en el transcurso de nuestra carrera. Será importante su correcto aprendizaje para el futoro, esto se debe a que jugará un papel importante en el trabajo de fin de grado.
- Correcto aprendizaje de diversas herramientas:
 - LATEX
 - Beamer
 - Python

1.2. Objetivos

El trabajo se ha realizado con los objetivos siguientes:

- Aprender a buscar información adecuada para el desarrollo de la tarea a realizar.
 Utilizando, entre otras cosas, las herramientas de la BULL.
- Analizar el problema a estudiar y diseñar una solución a dicho problema.
- Crear e implementar un algoritmo de resolución al problema dado mediante Python.
- Verificar mediante pruebas que la solución propuesta es correcta y eficiente.
- Elaborar un informe final sobre el tema utilizando IATEX
- Realizar una presentación pública del mismo.

Fundamentos teóricos

2.1. ¿Quien fue Taylor?

Brook Taylor fue un matemático británico nació en Edmonton, Middlesex el 18 de agosto de 1685, en el seno de una familia noble.

Taylor contó con una esmerada educación impartida por tutores privados hasta que se matriculó en el St. John's College de Cambridge. Con 24 años se licenció en Derecho, y a los 29 se doctoró en esta materia. Pero es dudoso que alguna vez llegara a ejercer como abogado, ya que lo que verdaderamente le gustaba eran las matemáticas, que estudió con John Machin y John Keill.

Su primer trabajo matemático importante fue en 1708 la solución al problema del çentro de oscilación" que, sin embargo, no se publicaría hasta seis años en la revista Transacciones Filosóficas de la Royal Society, lo que provocó una disputa sobre su autoría con Johann Bernoulli.

En 1712 fue elegido miembro de esa prestigiosa sociedad, y formó parte de la comisión que debía juzgar si la autoría del calculo diferencial correspondía a Newton o a Leibniz. Fueron habituales los artículos en la revista de la Sociedad, en los que, entre otras cosas, analizó el movimiento de los proyectiles, las formas adoptadas por los líquidos, los fenómenos de capilaridad, interesantes experimentos sobre el magnetismo o una nueva forma de cálculo para aproximar las raíces de una ecuación dando lugar a un método nuevo para logaritmos computacionales.

En 1721 se casó con una chica de buena familia pero sin dinero, lo que le llevó a enemistarse con su padre, que no veía con buenos ojos el matrimonio. La enemistad acabó en 1723 con la muerte de su mujer durante el parto, en el que también murió el niño. Dos años más tarde contraería de nuevo matrimonio, esta vez con la bendición paterna, con Sabetta Sawbridge, que también murió de parto en 1730. Pero en este caso, su hija sobrevivió. Taylor nunca, había gozado de buena salud, y después de enviudar por segunda vez su estado se deterioró rápidamente. Murió en Somerset House, cerca de Londres, el 29 de diciembre de 1731, a los 46 años de edad.

Título del trabajo

2.2. Aportaciones de Taylor a las Matemáticas

En su obra más famosa, Methodus Incrementorum Directa et Inversa, en 1715, desarrolló una nueva rama de las matemáticas conocida como Cálculo de las diferencias finitas. En ella estudió los cambios de variable, las diferencias finitas (las cuales definió como incrementos), y presentó el desarrollo en una serie de una función de una variable. Con este método pudo determinar la ecuación diferencial que explica el movimiento de una cuerda vibrante, y trazar la trayectoria curva que sigue un rayo de luz cuando atraviesa un medio heterogéneo como la atmósfera.

La obra también contiene la famosa fórmula conocida como el Teorema de Taylor, cuya gran importancia para el desarrollo del cálculo diferencial fue puesta de manifiesto sesenta años después por el matemático francés Lagrange. Se trata de uno de los mayores inventos de la humanidad, pues permite reducir cálculos con funciones complicadas a las operaciones aritméticas elementales suma y multiplicación.

En otra de sus obras, Ensayo sobre la perspectiva lineal, Taylor estableció las bases de la perspectiva geométrica e introdujo el principio de los puntos dispersos. Tambi \tilde{A} ©n destaca su correspondencia con Pierre Rémond de Montmort sobre las doctrinas de Nicolas Malebranche. Entre sus cartas y tratados inacabados se han encontrado escritos sobre los sacrificios hebreos y sobre la legitimidad de comer sangre.

Fue un científico formidable, capaz de competir con matemáticos de la talla de Johann Bernoulli. Sin embargo, gran parte de sus descubrimientos no tuvieron repercusión o se perdieron a causa de su incapacidad de expresar sus ideas completamente y con claridad.

Un trabajo póstumo titulado Contemplación Filosófica, fue publicado en 1793 por su sobrino, William Young.

2.2.1. Interpolación por Taylor

Dada una función f de la cual se conocen sus valores en un número finito de abscisas $x_0, x_1, ..., x_m$, se llama interpolación polinómica al proceso de hallar un polinomio $p_m(x)$ de grado menor o igual a m, cumpliendo $p_m(x_k) = f(x_k), \forall k = 0, 1, ..., m$ A este polinomio se le llama Polinomio interpolador de grado m de la función f.

El problema de Interpolación de Taylor tiene solución única, que se denomina polinomio de Taylor de grado menos o igual a n de la función f en el punto x_0 :

$$p(x) = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0) + f''(x_0)\frac{(x - x_0)^2}{2!} + \dots + f^{(n)}(x_0)\frac{(x - x_0)^n}{n!}$$

Procedimiento experimental

3.1. Descripción de los experimentos

3.2. Descripción del material

Para la realización de las pruebas efectuadas se ha utilizado una máquina computacional (ordenador) con las siguientes características:

■ CPU type: Intel(R) Core(TM) i5 CPU M 460 @ 2.53GHz

• Vendor ID: GenuineIntel

■ CPU speed: 1199.000 Hz

• Cache size: 3072 KB

3.3. Resultados obtenidos

bla, bla, etc.

| Tiempo | Velocidad |
|----------------------------|--------------------------|
| $(\pm 0.001 \mathrm{\ s})$ | $(\pm 0.1 \mathrm{m/s})$ |
| 1.234 | 67.8 |
| 2.345 | 78.9 |
| 3.456 | 89.1 |
| 4.567 | 91.2 |

Cuadro 3.1: Resultados experimentales de tiempo (s) y velocidad (m/s)

Título del trabajo 5

Figura 3.1: Ejemplo de figura

3.4. Anï $\frac{1}{2}$ lisis de los resultados

bla, bla, etc.

Conclusiones

bla, bla, bla, etc.

Apéndice A

Título del Apéndice 1

A.1. Algoritmo XXX

A.2. Algoritmo YYY

Apéndice B

Título del Apéndice 2

B.1. Otro apendice: Seccion 1

Texto

B.2. Otro apendice: Seccion 2

Texto

Bibliografía

- [1] Anita de Waard. A pragmatic structure for research articles. In *Proceedings of the 2nd international conference on Pragmatic web*, ICPW '07, pages 83–89, New York, NY, USA, 2007. ACM.
- [2] J. Gibaldi and Modern Language Association of America. *MLA handbook for writers of research papers*. Writing guides. Reference. Modern Language Association of America, 2009.
- [3] G.D. Gopen and J.A. Swan. The Science of Scientific Writing. *American Scientist*, 78(6):550–558, 1990.
- [4] Leslie Lamport. *ATEX: A Document Preparation System*. Addison-Wesley Pub. Co., Reading, MA, 1986.
- [5] Coromoto León. Diseño e implementación de lenguajes orientados al modelo PRAM. PhD thesis, 1996.
- [6] Guido Rossum. Python library reference. Technical report, Amsterdam, The Netherlands, The Netherlands, 1995.
- [7] Guido Rossum. Python reference manual. Technical report, Amsterdam, The Netherlands, The Netherlands, 1995.
- [8] Guido Rossum. Python tutorial. Technical report, Amsterdam, The Netherlands, The Netherlands, 1995.
- [9] ACM LaTeX Style. http://www.acm.org/publications/latex_style/.