Regla del trapecio

Samanta Belén Lara Óscar Méndez Nuria Cecilia Martín

13 de mayo de 2013

Técnicas Experimentales
Universidad de La Laguna

Universidad
de La Laguna

Índice

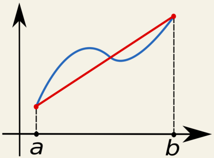
Índice

Índice

Introducción

Definición

La regla del trapecio es un método de integración numérica, es decir, un método para calcular aproximadamente el valor de la integral definida.La regla se basa en aproximar el valor de la integral de f(x) por el de la función lineal que pasa a través de los puntos (a, f(a)) y (b, f(b)). La integral de ésta es igual al área del trapecio bajo la gráfica de la función lineal.



Regla del trapecio simple

Aproximación de la integral definida por el de la función lineal que pasa a través de los puntos (a, f(a)) y (b, f(b)). La integral de ésta es igual al área del trapecio bajo la gráfica de la función lineal. Se sigue que:

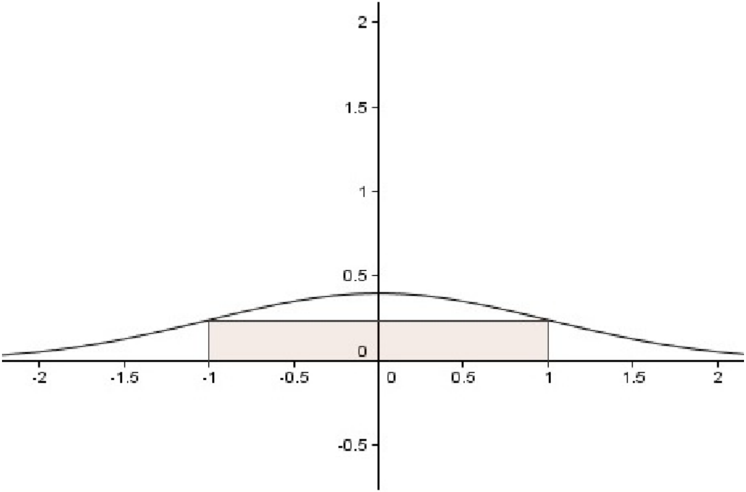
$$\int_a^b f(x), dx \sim (b-a)\frac{f(a)+f(b)}{2}$$

y donde el término error corresponde a:

$$-\frac{(b-a)^3}{12} f''(\epsilon)$$

Siendo ϵ un número perteneciente al intervalo [a,b].

Representación gráfica de la regla de trapecio simple



Regla del trapecio compuesta

La regla del trapecio compuesta o regla de los trapecios es una forma de aproximar una integral definida utilizando n trapecios. En la formulación de este método se supone que f es continua y positiva en el intervalo [a,b]. De tal modo la integral definida $\int_a^b f(x)\,dx$ representa el área de la región delimitada por la gráfica de f y el eje x, desde x=a hasta x=b. Primero se divide el intervalo [a,b] en n subintervalos, cada uno de ancho
$\Delta x = (b-a)/n$
Después de realizar todo el proceso matemático se llega a la siguiente fórmula:

$$\int_a^b f(x)\,dx \sim \frac{h}{2}[f(a) + 2f(a+h) + 2f(a+2h) + ... + f(b)]$$

Donde $h = \frac{b-a}{n}$ y n es el número de divisiones.
La expresión anterior también se puede escribir como:

$$\int_a^b f(x)dx \sim \frac{b-a}{n}\left(\frac{f(a)+f(b)}{2} + \sum_{k=1}^{n-1} f\left(a + k\frac{b-a}{n}\right)\right)$$

Experimentos

- El primer experimento llevado a cabo es la realización de la integral definida, la aproximación mediante la regla del trapecio simple, y la regla del trapecio compuesta para comprobar la fiabilidad de la aproximación.

Experimentos

- El primer experimento llevado a cabo es la realización de la integral definida, la aproximación mediante la regla del trapecio simple, y la regla del trapecio compuesta para comprobar la fiabilidad de la aproximación.
- En el segundo experimento analizaremos los resultados obtenidos en tiempo para la regla del trapecio simple y trapecio compuesta.

Experimentos

- El primer experimento llevado a cabo es la realización de la integral definida, la aproximación mediante la regla del trapecio simple, y la regla del trapecio compuesta para comprobar la fiabilidad de la aproximación.
- En el segundo experimento analizaremos los resultados obtenidos en tiempo para la regla del trapecio simple y trapecio compuesta.
- Por último, comprobaremos los distintos errores que puede tomar el teorema para los posibles valores de ϵ.

Experimentos

- Función
  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)}} e^{\frac{-x^2}{2}}, [-1, 1]$

Experimentos

- Función

  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)}} e^{\frac{-x^2}{2}}, [-1, 1]$
- Integral definida

  $\int_{-1}^{1} \frac{1}{\sqrt{(2\pi)}} e^{\frac{-x^2}{2}}, dx \ \sim 0{,}682689$

Experimentos

- Función
  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)}} e^{\frac{-x^2}{2}}, [-1, 1]$
- Integral definida
  $\int_{-1}^{1} \frac{1}{\sqrt{(2\pi)}} e^{\frac{-x^2}{2}}, dx \ \sim 0{,}682689$
- Regla del trapecio simple
  $\int_{-1}^{1} \frac{1}{\sqrt{(2\pi)}} e^{\frac{-x^2}{2}}, dx \ \sim (1 - (-1)) \frac{f(-1)+f(1)}{2} \sim 0{,}483941$

Experimentos

- Función
  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)}} e^{\frac{-x^2}{2}}, [-1, 1]$
- Integral definida
  $\int_{-1}^{1} \frac{1}{\sqrt{(2\pi)}} e^{\frac{-x^2}{2}}, dx \ \sim 0{,}682689$
- Regla del trapecio simple
  $\int_{-1}^{1} \frac{1}{\sqrt{(2\pi)}} e^{\frac{-x^2}{2}}, dx \ \sim \left(1-(-1)\right) \frac{f(-1)+f(1)}{2} \sim 0{,}483941$
- Regla del trapecio compuesta, con n=4
  $h = \frac{1-(-1)}{4} = \frac{1}{2}$
  $\int_{-1}^{1} \frac{1}{\sqrt{(2\pi)}} e^{\frac{-x^2}{2}}, dx \ \sim \frac{h}{2}\left[f(-1) + 2f(-\frac{1}{2}) + 2f(0) + 2f(\frac{1}{2}) + f(1)\right]$

$$\sim 0{,}672435$$

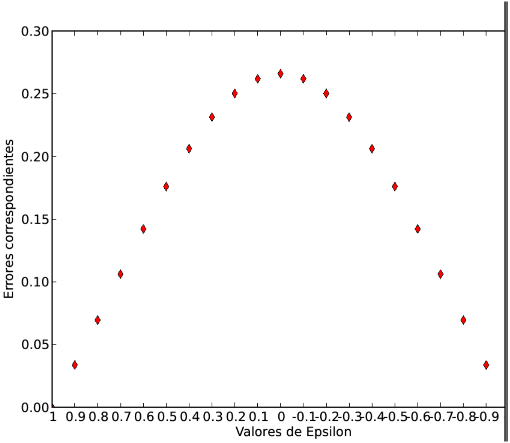
Tiempo

Resultados obtenidos en tiempo para la regla del trapecio simple y la regla del trapecio compuesta.

Tiempo por Trapecio simple (en s)	**Tiempo por trapecio compuesto (en s)**
0.1412169	0.1414737
0.1414649	0.1415798
0.1412210	0.1413900

Comprobación

Errores que puede tomar el teorema para los posibles valores de ϵ siendo ϵ un número perteneciente al intervalo [a,b]. En este caso el intervalo es [-1,1].Por tanto: $\frac{-(b-a)^3}{12}f''(\epsilon)\ \forall\epsilon\ perteneciente\ a\ [-1,1]$



Bibliografía

- Regla del trapecio $//http://es.wikipedia.org/wiki/Regladeltrapecio$
- Introducción a Beamer$//http://campusvirtual.ull.es$