

Integración Del Trapecio

Tiffany López Nicholson
Miriam Martín Jacinto
Sergio Vega García

11 de mayo de 2013

Resumen

A continuación se presentará como se ha implementado con python un algoritmo capaz de resolver la integral definida $\int_1^6 \frac{1}{1+e^x}$

Índice

1. Motivaciones y objetivos	3
1.1. Objetivo principal	3
1.2. Objetivo específico	3
2. Fundamentos teóricos	4
2.1. Interpolación polinomial.	4
2.2. Integración del trapecio	4
2.3. Integración del trapecio aplicado	5
3. Procedimiento experimental	7
3.1. Descripción de los experimentos	7
3.2. Descripción de las computadoras utilizadas:	7
3.3. Resultados obtenidos	8
3.4. Análisis de resultados	8
4. Conclusiones	9
5. Algoritmo	10

1. Motivaciones y objetivos

1.1. Objetivo principal

Debido a que realizar la Regla del Trapecio manualmente es muy tedioso, y por ende, se pierde mucho tiempo, se ha decidido implementar un programa en python que realice la Regla del Trapecio para $f(x)$

1.2. Objetivo específico

El algoritmo que se desarrollará a lo largo del proyecto será capaz de resolver la integración del trapecio para $f(x) = \frac{1}{1+e^x}$, $x \in [1, 6]$. Esto significaría una mayor rapidez para la obtención de resultados, y mayor precisión.

2. Fundamentos teóricos

La regla del trapecio es un método de integración numérica que se basa en aproximar el valor de la integral definida de $f(x)$ por el de la función lineal que pasa a través de ésta, formándose una figura: un trapecio. Para obtener esta aproximación, debemos calcular el área de los trapecios.

Figura 1: Ejemplo

Para justificar este método, deberemos "aproximar" de una buena manera nuestra función $f(x)$. Esto lo haremos gracias a la *interpolación polinomial*.

2.1. Interpolación polinomial.

La interpolación polinomial nos dice que para hacer una "buena aproximación" de $f(x)$, que queremos integrar, por otra función $g(x)$, en los puntos x_i (con $i = 1, 2, 3, \dots, n$); o lo que es lo mismo, $\int_{x_1}^{x_n} f(x)dx \approx \int_{x_1}^{x_n} g(x)dx$, $\forall x_i$, con $i = 1, 2, 3, \dots, n$. Estas dos funciones deben ser continuas en el intervalo $[x_1, x_n]$.

Pero el problema que se presenta es como buscar estas funciones. Hay varios teoremas que nos ayudan a resolverlo, como el *teorema aproximación de Weierstrass* o el *polinomio de interpolación de Lagrange*.

2.2. Integración del trapecio

Para la utilización del método del trapecio partimos de una función, la cual dividiremos en n trozos iguales. Cuanto mayor sea el número de particiones, mayor precisión tendrá el método.

Se puede apreciar que el área tomada por exceso, es decir, la que supera a la función, o la tomada por defecto, la cual no llega a la función, se reduce según aumenta el número de particiones.

La función general es:

$$\int_a^b f(x)dx \approx \frac{h}{2}[f(a) + 2f(a+h) + 2f(a+2h) + \dots + f(b)]$$

Donde $h = \frac{b-a}{n}$ y n es el número de divisiones.

La expresión anterior también se puede escribir como:

$$\int_a^b f(x)dx \approx \frac{b-a}{n} \left(\frac{f(a)+f(b)}{2} + \sum_{k=1}^{n-1} f\left(a + k\frac{b-a}{n}\right) \right)$$

2.3. Integración del trapecio aplicado

La ecuación específica del proyecto es $f(x) \frac{1}{1+e^x}$, cuya representación gráfica es la siguiente:

Figura 2: Prueba

El intervalo de la integral es $[1,6]$. Existe función en todos los puntos, por lo que también existe la integral. Al igual que en el caso anterior, por existir una curva, habría que realizar varias particiones para conseguir un resultado preciso.

3. Procedimiento experimental

Para poder realizar la integración del trapecio primero necesitábamos analizar los datos iniciales.

- La función $f(x) = \frac{1}{1+e^x}$ estaba definida en el intervalo $[1,6]$.
- La función definida en $[1,6]$ existe en \mathbb{R} , números reales, por tanto se puede integrar.
- En la fórmula de la integración del trapecio intervienen bastantes variables.

Con estos datos a priori se pueden sacar dos conclusiones.

1. Realizar la integración por la regla del trapecio manualmente es muy tedioso.
2. Se necesita implementar un programa en python para agilizar la tarea.

Se ha creado en python un programa que permita elegir el número de particiones y así comparar resultados. La utilidad principal sería comprobar que cuantas más particiones se realicen, más precisa es la integración.

3.1. Descripción de los experimentos

Se ha implementado un programa en python capaz de realizar la regla del trapecio, y que podamos elegir particiones mínimas y máximas. Al ejecutarlo e introducir los datos nos va mostrando los resultados de cada partición.

Se han comprobado algunas particiones manualmente para comprobar que realmente el programa está funcionando correctamente.

Se ha ejecutado dos veces el bucle con las siguientes características:

1. De 1 a 10 particiones, con intervalo de 1 unidad.
2. De 10 a 100 particiones, con intervalo de 10 unidades.
3. De 100 a 1000 particiones, con intervalo de 100 unidades.

3.2. Descripción de las computadoras utilizadas:

- S.O.: Linux - Ubuntu
- Procesador: Pentium(R) Dual-Core CPU T4400 @ 2.20GHz
- Velocidad: 1200.000 MHz
- RAM: 4 GB
- Versión de Python: 2.7.3

3.3. Resultados obtenidos

Partición	Resultado	Partición	Resultado	Partición	Resultado
1	0.6908982271	10	0.316070258216	100	0.310950080829
2	0.418729690428	20	0.312415536652	200	0.310857929721
3	0.360170903466	30	0.311647557367	300	0.310831706878
4	0.339273533105	40	0.311347886591	400	0.310819438106
5	0.329487501506	50	0.311195057792	500	0.310812346491
6	0.324106360674	60	0.311104409514	600	0.310812346491
7	0.320820024708	70	0.311045164508	700	0.310804489423
8	0.31865911442	80	0.311003740508	800	0.310802088259
9	0.317158073083	90	0.310973305356	900	0.310800238521
10	0.316070258216	100	0.310950080829	1000	0.310798769966

3.4. Análisis de resultados

Analizando los resultados, se observa que no hay grandes cambios a partir de la octava división. Si solo se hicieran una o dos divisiones se tendría un resultado mucho mayor del real, eso es porque hay una curva pronunciada, sobre todo al principio. Se puede apreciar en la Figura 2.

Cuanto mayor es el número de particiones, más se reduce el resultado, por tanto la curva que existe es decreciente.

4. Conclusiones

COMPLETAR

5. Algoritmo

Trapecio.py

AUTORES:

- Tiffany López Nicholson
- Miriam Martín Jacinto
- Sergio Vega García

FECHA: 11 de mayo de 2013

DESCRIPCIÓN:

Se pide introducir por teclado la cantidad mínima de particiones, la cantidad máxima y la cantidad de intervalos.

El primer bucle es el encargado de las particiones, y el segundo, del sumatorio presente en la fórmula. Se imprime por teclado el resultado, y continúa ejecutándose el primer while.