

Umbral de error en la comprobación de identidades matemáticas

Técnicas Experimentales
Práctica de Laboratorio #10

26 de abril de 2013

Resumen

El objetivo de esta práctica es entregar un módulo escrito en **Python**. Con el programa se generará un fichero con la frecuencia de errores de redondeo que se producen en el mantenimiento de las identidades matemáticas en una máquina de cómputo. Se utilizarán distintos valores de umbral, para comprobar el redondeo. Los datos de los resultados se almacenarán en un fichero.

1. Motivación y Objetivos

El hecho de que sólo un subconjunto de los número reales, \mathbb{R} , es representable en una computadora implica que dado cualquier número real x , para ser representado, debe ser aproximado por un número de punto flotante $fl(x)$. No todas las propiedades de la operaciones aritméticas con números reales se preservan en la aritmética con número en punto flotante. En particular, aunque la adición y el producto de números en punto flotante es conmutativa, no necesariamente es asociativa ni distributiva.

La comparación $x == y$ entre dos datos en punto flotante comprueba la igualdad estricta de las representaciones de punto flotante de los mismos. Debido a la naturaleza inexacta de la representación y los errores de redondeo involucrados en los cálculos que llevaron al valor de los datos, tal comparación puede dar un valor lógico falso aún cuando los datos que representan sean matemáticamente iguales, tal y como se ha comprobado en prácticas anteriores.

Por este motivo la igualdad estricta debe ser reemplazada por un test de igualdad dentro de cierta tolerancia:

$$|x - y| \leq \text{umbral}$$

donde el valor del umbral depende del problema considerado.

En esta práctica de laboratorio se requiere que se escriba una función para calcular el porcentaje de fallos de una identidad matemática considerando un valor de umbral. La función ha de recibir los siguientes parámetros:

- Las dos expresiones a comparar, es decir, *expr1* y *expr2*.
- El intervalo donde se han de realizar las comprobaciones, es decir, *A* y *B*.
- El número de pruebas que se quieren realizar.
- La tolerancia permitida en la comparación, es decir, el valor del umbral.

2. Ejercicios propuestos

1. Escriba una función

```
error(expr1, expr2, valor_min, valor_max, nro_test, umbral)
```

que compruebe si las expresiones matemáticas '*expr1*' y '*expr2*', dadas como cadenas y escritas en función de números '*a*' y '*b*' son iguales teniendo en cuenta el valor del '*umbral*' como tolerancia permitida.

Se realizarán '*nro_test*' elecciones aleatorias de los números '*a*' y '*b*' en el intervalo que va desde '*valor_max*' a '*valor_min*'. Se ha de devolver el porcentaje de fallos.

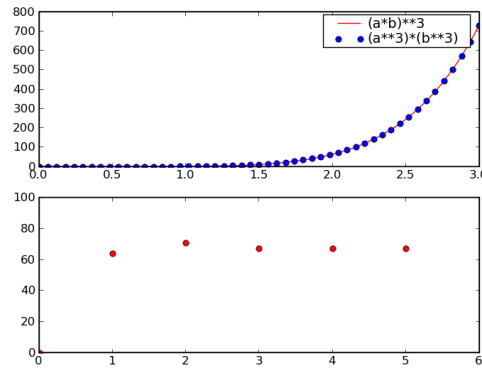


Figura 1: Comprobación de una identidad matemática

2. Crear un módulo con la función `error` que se solicita. El módulo ha de contar con un bloque de comprobaciones que alimente a la función `error` con argumentos leídos desde la línea de comandos.
3. Crear un módulo aparte en el que se ha de importar la función `error` creada y comprobar su correcto funcionamiento con el listado de quince identidades matemáticas de la práctica anterior. Se realizarán pruebas para cinco valores de '*umbral*' diferentes. Los resultados se han de almacenar en un fichero de texto. El nombre del fichero se especificará en la línea de comandos y en el caso de que no aparezca se le requerirá al usuario. El formato del fichero será el siguiente:

```
expr1
expr2
de fallos para umbral1
de fallos para umbral2
de fallos para umbral3
de fallos para umbral4
de fallos para umbral5
...
expr1
expr2
de fallos para umbral1
de fallos para umbral2
de fallos para umbral3
de fallos para umbral4
de fallos para umbral5
```

En la Figura 3 se puede apreciar que para los cinco valores de *umbral* establecidos para comprobar la identidad matemáticas $(ab)^3 = a^3b^3$ el porcentaje de fallos se encuentra entre el 60 y el 70.

3. Para saber más...

Crear un módulo aparte en el que a partir del fichero de datos con los resultados se cree una matriz en memoria con los mismos. Mostrar por la consola los valores de la matriz.

Referencias

- [1] Tutorial de Python. <http://docs.python.org/2/tutorial/>