Integración Trapecio

$f(x) = sen(\Pi x)$, $x \in [-2, -1]$

Lara Kristjansdottir, Javier Hernández Pérez

Grupo (2 | F)

Técnicas Experimentales. 1^{er} *curso.* 2^{do} *semestre*

Lenguajes y Sistemas Informáticos

Facultad de Matemáticas

Universidad de La Laguna

La Laguna, 12 de mayo de 2013

Índice general

Índice de figuras

Índice de cuadros

Capítulo 1

Motivación y objetivos

1.1. Utilidad el método

No todas las integrales se pueden resolver por ello es muy importante el hecho de tener algunos métodos que nos permitan aproximar las integrales cuando tenemos una integral definida. En este caso nos centraremos en el método de los trapecios.

Además este método tiene una importancia extra. Si un método, como este, es sencillo.Teniendo en cuenta que con funciones en la vida real, midiendo un terreno por ejemplo,normalmente (salvo casos particulares como por ejemplo una persona con un terreno cuadrado que quiera que cada uno de sus dos hijos hereden la mitad de su terreno dividido por la función $sen(\pi x)$) estas haciendo una aproximación.Usar directamente el método de los trapecios parece una opción lógica.

Por ejemplo hallas el área de un cuadrado al medio del terreno y vas eligiendo puntos de la frontera del terreno que esten unidos aproximadamente por lineas rectas. Ya solo queda hallar el area de los trapecios con base el lado del cuadrado que les quede más cerca y sumar.

1.2. Nuestra integral $f(x) = sen(\pi x)$, $x \in [-2, -1]$ se puede resolver

Nuestra integral es facil resolverla, lo cual es una gran ventaja ya que nos permite comprobar. Lo rápido que aproxima el método de los trapecios, y la efectividad del ordenador con dicho método.

Resolvamos ahora $\int_{-2}^{-1} sen(\pi x)dx$. Haciendo el cambio $y = \pi x$ teniendo en cuenta que $\frac{\partial y}{\partial x} = \pi$, $x = -2 \Rightarrow y = -2 \cdot \pi$, $x = -1 \Rightarrow y = -\pi$ obtenemos que $\int_{-2}^{-1} sen(\pi x)dx = \frac{\int_{-2\pi}^{-1\pi} sen(y)dy}{\pi} = \frac{-cos(-2 \cdot \pi) + cos(-\pi)}{\pi} = \frac{1-1}{\pi} = 0$

- Item 1
- Item 2

- Item 3

Capítulo 2

Fundamentos teóricos

2.1. Método de los trapecios

El método de los trapecios consiste en evaluar la función a integrar en algunos puntos que se unen con líneas rectas para aproximar el resto. Si unimos el eje y los puntos evaluados con rectas perpendiculares al eje. Hemos obtenido los trapecios formados por las rectas perpendiculares a los ejes, el eje y las rectas que unen a los puntos evaluados.La suma del area de esos trapecios es muy parecida a el area de debajo de la función es decir la integral. El área de esos trapecios es facil de hallar $\frac{h}{2}(a+b)$ donde h es la longitud del eje entre la imagen en el eje de los dos puntos por la recta perpendicular al punto, a y b la evaluación de la función en los dos puntos.

2.2. Convergencia del método de los trapecios

Teorema:
Sea f:$[a,b] \to \mathbb{R}$ una función integrable en el intervalo cerrado $[a,b]$ (En realidad solo es necesario que sea compacto que en $\mathbb{R}$ significa cerrado y acotado. Es decir unión de intervalos cerrados salvo que esa unión sea $\mathbb{R}$). Si $P = \{x_0, x_1, x_2, ..., x_n\}$ es la partición de $[a,b]$ que divide a este intervalo en n partes iguales, entonces el siguiente número aproxima a la integral $\int_a^b f(x)dx$.

$I_t = \frac{b-a}{n}\left(\frac{f(a)}{2} + f(x_1) + f(x_2) + f(x_3) + ... + f(x_{n-1}) + \frac{f(b)}{2}\right)$

La aproximación tiene un error de si la función f es C^2 (derivable 2 veces con derivada continua).

$|I_t - \int_a^b f(x)dx| \leq \frac{(b-a)^3}{12n^2} f''(\xi)$

Con $\forall \xi \in [a,b]$, luego si K es una cota superior de la derivada segunda en cualquier punto de $[a,b]$ tenemos:

$|I_t - \int_a^b f(x)dx| \leq \frac{(b-a)^3}{12n^2}K$

Demostración:

2.3. Realización por el metodo de los trapecios de $f(x) = sen(\Pi x)$, $x \in [-2, -1]$

$f(x) = sen(\Pi x)$, $x \in [-2, -1]$

Capítulo 3

Procedimiento experimental

Este capítulo ha de contar con seccciones para la descripción de los experimentos y del material. También debe haber una sección para los resultados obtenidos y una última de análisis de los resultados.

3.1. Descripción de los experimentos

bla, bla, etc.

3.2. Descripción del material

bla, bla, etc.

3.3. Resultados obtenidos

bla, bla, etc.

3.4. Análisis de los resultados

bla, bla, etc.

Capítulo 4

Conclusiones

bla, bla, bla, etc.

Apéndice A

Título del Apéndice 1

A.1. Algoritmo XXX

```
####################################################################################
# Fichero .py
####################################################################################
#
# AUTORES
#
# FECHA
#
# DESCRIPCION
#
####################################################################################
```

A.2. Algoritmo YYY

```
/####################################################################################
 # Fichero .h
 ####################################################################################
 #
 # AUTORES
 #
 # FECHA
 #
 # DESCRIPCION
 #
 ###################################################################################
```

Apéndice B

Título del Apéndice 2

B.1. Otro apendice: Seccion 1

Texto

B.2. Otro apendice: Seccion 2

Texto