Universidad de La Laguna

Título Largo

Autor (o autores)

Universidad de La Laguna

05 de abril de 2013

Facultad de Matemáticas
Universidad de La Laguna

Índice

Índice

Índice

Índice

Motivación

Definición

Especificar la motivación del trabajo

Objetivos

Ejemplo

- Implementar un programa en Python que sea capaz de resolver el problema del cálculo del área bajo una función conocida en un intervalo cerrado.

Ejemplo

- Implementar un programa en Python que sea capaz de resolver el problema del cálculo del área bajo una función conocida en un intervalo cerrado.
- Entender los conceptos básicos de la integración aproximada empleando el método de Simpson, para porteriormente saber emplearlos en Python.

Fundamentos Teóricos

El método de Simpson se trata de un procedimiento por el cual se obtiene una estimación mas exacta de una integral. Para ello se utiliza polinomios de orden superior para conectar los puntos, concretamente de orden 2, es decir, de la forma: $ax^2 + bx + c$.
En este procedimiento, se toma el intervalo de anchura 2h, comprendido entre x_i y x_{i+2}, y se sustituye la funcion f(x) por la parábola que pasa por los puntos (x_i, y_i), (x_{i+1}, y_{i+1}), y (x_{i+2}, y_{i+2}).

Fundamentos Teóricos

Para demostrar el método de Simpson hay que asumir que cada sub área es un pequeño arco de parábola de la forma $ax^2 + bx + c$ cuyos límites son los siguientes: límite inferior en -h , límite superior en h y por ende la mitad de la sub área se encontrará en el punto 0, tal y como se ve en la figura 2. Se procede a la integración de dicho arco de parábola entre los límites descritos:

$$\int_{-h}^{h} \left(\mathrm{a}x^2 + \mathrm{b}x + \mathrm{c}\right) \mathrm{d}x = \left[\frac{\mathrm{a}x^3}{3} + \frac{\mathrm{b}x^2}{2} + \mathrm{c}x\right]_{-h}^{h}$$

Si se reemplazan cada uno de los límites y se quitan los corchetes se obtiene lo siguiente:

$$\frac{\mathrm{ah}^3}{3} + \frac{\mathrm{bh}^2}{2} + \mathrm{ch} + \frac{\mathrm{ah}^3}{3} - \frac{\mathrm{bh}^2}{2} + \mathrm{ch} = 2\frac{\mathrm{ah}^3}{2\mathrm{ch}}$$

Y si se simplifica obtenemos la ecuación 1 que se muestra a continuación: Ecuación 1:

$$\int_{-h}^{h} ((\mathrm{a}x^2 + \mathrm{b}x + \mathrm{c})\, \mathrm{d}x = \frac{\mathrm{h}}{} [2\mathrm{ah}^2 + 6\mathrm{c}]$$

Fundamentos Teóricos

En la figura 3 se observa, respecto a las notaciones, las siguientes igualdades:

- f$x_i = y_i =$ f(-h)

Fundamentos Teóricos

En la figura 3 se observa, respecto a las notaciones, las siguientes igualdades:

- f$x_i = y_i =$ f(-h)
- f$x_{i+1} = y_{i+1} =$ f(0)

Fundamentos Teóricos

En la figura 3 se observa, respecto a las notaciones, las siguientes igualdades:

- $fx_i = y_i = f(-h)$
- $fx_{i+1} = y_{i+1} = f(0)$
- $fx_{i+2} = y_{i+2} = f(h)$

En la figura 3 se observa, respecto a las notaciones, las siguientes igualdades:

- $fx_i = y_i =$ f(-h)
- $fx_{i+1} = y_{i+1} =$ f(0)
- $fx_{i+2} = y_{i+2} =$ f(h)

Entonces se podría obtener, evaluando la ecuación general $ax^2 + bx + c$ en cada uno de los puntos de la sub área [-h,0,h], el siguiente sistema de ecuaciones:
$f(-h) = ah^2 - bh + c$, se puede tomar esta altura como $y_0 = fx_i$.
$f(0) = c$, se toma esta altura como $y_1 = fx_{i+1}$.
$f(h) = ah^2 + bh + c$, y esta altura como $y_2 = fx_{i+2}$.

Fundamentos Teóricos

De lo anterior se puede deducir las siguientes dos ecuaciones:
Ecuación 2: $y_0 + y_2 = 2\mathrm{ah}^2 + 2\mathrm{c}$.
Ecuación 3: $y_i = \mathrm{c}$.
Si se vuelve a la Ecuación 1 se ve que se puede expresar igualmente de la siguiente forma:
Ecuación 4: $\int_{-h}^{h} \left(\mathrm{a}x^2 + \mathrm{b}x + \mathrm{c}\right) \mathrm{d}x = \frac{\mathrm{h}}{3} \left[2\mathrm{ah}^2 + 2\mathrm{c} + 4\mathrm{c}\right]$.
Si se remplaza las ecuanciones 2 y 3 en la Ecuación 4 se obtiene que:
Ecuación 5: $\int_{-h}^{h} \left(\mathrm{a}x^2 + \mathrm{b}x + \mathrm{c}\right) \mathrm{d}x = \frac{\mathrm{h}}{3} [y_0 + 4y_1 + y_2] = \mathrm{A}_1$.

Fundamentos Teóricos

Ahora se interpreta la Ecuación 5 con base en la sub área seleccionada A_1 para el desarrollo del método de Simpson, se diría que el área del segmento es igual a la suma de la altura o función evaluada en el lado izquierdo más cuatro veces la función evaluada en la parte central de la sub área más la función evaluada en el lado derecho de la sub área, y todo ello multiplicado por el ancho del sub área y dividido por 3.
Si se toma a y b como x_0 y x_2, y $f_i(x_i)$ se representa mediante un polinomio de Lagrange de segundo orden, luego la integral que quedaría sería la siguiente:

$$I = \int_{x_0}^{x_2} \left[\frac{(x-x_1)(x-x_2)}{(x_0-x_1)(x_0-x_2)} f(x_0) + \frac{(x-x_1)(x-x_2)}{(x_1-x_0)(x_1-x_2)} f(x_1) + \frac{(x-x_1)(x-}{(x_2-x_0)(x_2-} \right.$$

Después de integrar y de reordenar los términos, se obtiene como resultado la siguiente ecuación:

$$I = (b-a)\,\frac{f(x_0) + 4f(x_1) + f(x_2)}{6}$$

Procedimiento experimental

En este apartado se procederá a describir detalladamente el experimento llevado a cabo. Se hablará de en qué consiste exactamente, en qué se basa y como se ha planteado su resolución. Posteriormente, se enumerará el material necesario para realizar la prueba y se mencionará los resultados que se han obtenido sin realizar ninguna objeción sobre la implicación de los mismos. Por último, se hará uso de los conocimientos expuestos en los Fundamentos Teóricos para poder analizar los datos que hemos obtenido y, así mismo, lo que ello supone.

Descripción de los experimentos

En este experimentos se lleva a cabo la implentación e interpretación de un programa en Python que este capacitado para calcular el valor de una integral definida en un intervalo cerrado, una aproximación por el método de Simpson, halle los errores relativo y absoluto entre los dos valores obtenidos y realice la representación gráfica de la función que se desea integrar y la parábola generada por el método utilizado para su aproximación.

1. La función con la que se ha trabajado es: $f(x) = \frac{1}{1+e^x}$.

Descripción de los experimentos

En este experimentos se lleva a cabo la implentación e interpretación de un programa en Python que este capacitado para calcular el valor de una integral definida en un intervalo cerrado, una aproximación por el método de Simpson, halle los errores relativo y absoluto entre los dos valores obtenidos y realice la representación gráfica de la función que se desea integrar y la parábola generada por el método utilizado para su aproximación.

1. La función con la que se ha trabajado es: $f(x) = \frac{1}{1+e^x}$.
2. Y el intervalo en la se definine es: $x \in [1, 6]$.

Descripción de los experimentos

En este experimentos se lleva a cabo la implentación e interpretación de un programa en Python que este capacitado para calcular el valor de una integral definida en un intervalo cerrado, una aproximación por el método de Simpson, halle los errores relativo y absoluto entre los dos valores obtenidos y realice la representación gráfica de la función que se desea integrar y la parábola generada por el método utilizado para su aproximación.

1. La función con la que se ha trabajado es: $f(x) = \frac{1}{1+e^x}$.
2. Y el intervalo en la se definine es: $x \in [1, 6]$.
3. Considerimos f'(x) como $\ln e^x - \ln(e^x + 1)$

Descripción de los experimentos

En este experimentos se lleva a cabo la implentación e interpretación de un programa en Python que este capacitado para calcular el valor de una integral definida en un intervalo cerrado, una aproximación por el método de Simpson, halle los errores relativo y absoluto entre los dos valores obtenidos y realice la representación gráfica de la función que se desea integrar y la parábola generada por el método utilizado para su aproximación.

1. La función con la que se ha trabajado es: $f(x) = \frac{1}{1+e^x}$.
2. Y el intervalo en la se definine es: $x \in [1, 6]$.
3. Considerimos f'(x) como $\ln e^x - \ln(e^x + 1)$
4. La parabola ha representar viene dado por los puntos:
    1. f(a)

Descripción de los experimentos

En este experimentos se lleva a cabo la implentación e interpretación de un programa en Python que este capacitado para calcular el valor de una integral definida en un intervalo cerrado, una aproximación por el método de Simpson, halle los errores relativo y absoluto entre los dos valores obtenidos y realice la representación gráfica de la función que se desea integrar y la parábola generada por el método utilizado para su aproximación.

1. La función con la que se ha trabajado es: $f(x) = \frac{1}{1+e^x}$.
2. Y el intervalo en la se definine es: $x \in [1, 6]$.
3. Considerimos f'(x) como $\ln e^x - \ln(e^x + 1)$
4. La parabola ha representar viene dado por los puntos:
    1. f(a)
    2. f(b)

Descripción de los experimentos

En este experimentos se lleva a cabo la implentación e interpretación de un programa en Python que este capacitado para calcular el valor de una integral definida en un intervalo cerrado, una aproximación por el método de Simpson, halle los errores relativo y absoluto entre los dos valores obtenidos y realice la representación gráfica de la función que se desea integrar y la parábola generada por el método utilizado para su aproximación.

1. La función con la que se ha trabajado es: $f(x) = \frac{1}{1+e^x}$.
2. Y el intervalo en la se definine es: $x \in [1, 6]$.
3. Considerimos f'(x) como $\ln e^x - \ln(e^x + 1)$
4. La parabola ha representar viene dado por los puntos:
    1. f(a)
    2. f(b)
    3. f($\frac{a+b}{2}$)

Descripción de los experimentos

En este experimentos se lleva a cabo la implentación e interpretación de un programa en Python que este capacitado para calcular el valor de una integral definida en un intervalo cerrado, una aproximación por el método de Simpson, halle los errores relativo y absoluto entre los dos valores obtenidos y realice la representación gráfica de la función que se desea integrar y la parábola generada por el método utilizado para su aproximación.

1. La función con la que se ha trabajado es: $f(x) = \frac{1}{1+e^x}$.
2. Y el intervalo en la se definine es: $x \in [1, 6]$.
3. Considerimos f'(x) como $\ln e^x - \ln(e^x + 1)$
4. La parabola ha representar viene dado por los puntos:
   1. f(a)
   2. f(b)
   3. f($\frac{a+b}{2}$)
5. Por tanto, la ecuación obtenida es: $y = 0{,}0169x^2 - 0{,}17x + 0{,}422$

Hardware y Software

Ejemplo

1. *Descripción del hardware*

Hardware y Software

Ejemplo

1. *Descripción del hardware*
2. *Descripción del software*

Medidas de tiempo y Velocidad

Tiempo (**± 0.001 s**)	**Velocidad** (**± 0.1 m/s**)
1.234	67.8
2.345	78.9
3.456	89.1
4.567	91.2

Cuadro: Resultados experimentales de tiempo (s) y velocidad (m/s)

Diagrama del tiempo y la velocidad

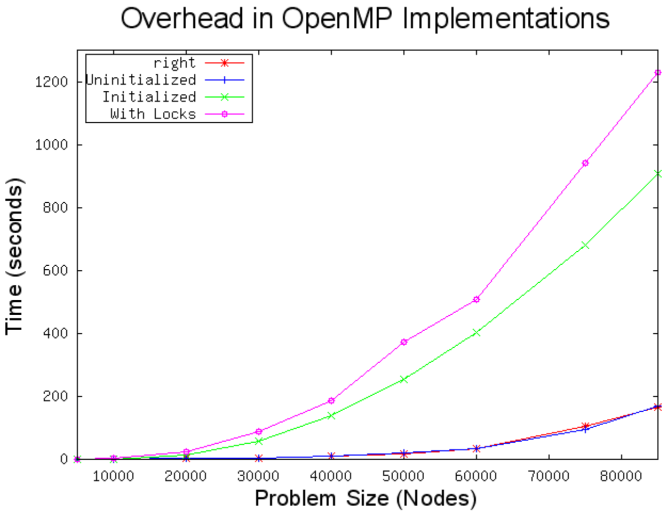

Figura: Ejemplo de figura

Conclusiones

Ejemplo

1. *Conclusión 1*

Conclusiones

Ejemplo

1. *Conclusión 1*
2. *Conclusión 2*

Bibliografía

- Documento de verificación del grado. (2011)
- Guía docente. (2013) $http://eguia.ull.es/matematicas/query.php?codigo = 299341201$
- CTAN. $http://www.ctan.org/$
- Tantau, Till. *User's Guide to the* BEAMER *Class, Version 3.06, 2005* $http://ctang.tug.org/tex-archive/macros/latex/contrib/beamer$