



Universidad
de La Laguna

Series de Taylor en $\arcsin(x)$

Ana Gómez Pérez

Grupo 2J

Técnicas Experimentales. 1^{er} curso. 2^{do} semestre

Lenguajes y Sistemas Informáticos

Facultad de Matemáticas

Universidad de La Laguna

La Laguna, 10 de mayo de 2014

Índice general

1. Motivación y objetivos	1
1.1. Motivación	1
1.2. Objetivos	1
2. Fundamentos teóricos	2
2.1. El por qué de el método de Taylor	2
2.2. Fórmula de Taylor	2
3. Procedimiento experimental	4
3.1. Descripción de los experimentos	4
3.1.1. Descripción de los experimentos	4
3.2. Descripción del material	4
3.3. Resultados obtenidos	5
3.4. Análisis de los resultados	6
4. Conclusiones	7
A. Título del Apéndice 1	9
A.1. Algoritmo XXX	9
A.2. Algoritmo YYY	9
B. Título del Apéndice 2	10
B.1. Otro apendice: Seccion 1	10
B.2. Otro apendice: Seccion 2	10
Bibliografía	10

Índice de figuras

3.1. Gráfica de la función $\arcsin(x)$	6
---	---

Índice de cuadros

3.1. Experimentos en el algoritmo	6
---	---

Capítulo 1

Motivación y objetivos

1.1. Motivación

Este proyecto o trabajo de investigación se realizó con la finalidad de crear un programa en Python en el que se calcula por el método de Taylor la función de $\arcsen(x)$. Además, proponerlo en un informe de tipo L^AT_EX [1], y posteriormente, una presentación en BEAMER.

1.2. Objetivos

Los objetivos de esta practica es aprender a manejar tanto el Python, el L^AT_EX y el BEAMER:

- Python
- L^AT_EX: Un documento en Latex consiste en un texto propiamente tal y una serie de comandos para el compilador que son los que le van a dar la forma al texto.
- BEAMER

Capítulo 2

Fundamentos teóricos

2.1. El por qué de el método de Taylor

La función $p(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$, en la que los coeficientes a_k son constantes, se llama polinomio de grado n . En particular $y = ax + b$ es un polinomio de grado 1, de los más sencillos, por lo que calcular su valor es fácil. Sin embargo, calcular el valor para otras funciones como $\log(x)$, $\sin(x)$, e^x , ... es mucho más complicado. Por tanto, se utilizan métodos desarrollados por el análisis matemático, como el método de Taylor.

2.2. Fórmula de Taylor

Para poder usar este método deben cumplirse dos condiciones:

- Sea $f(x)$ una función continua en $[a, b]$
- Sea $f(x)$ derivable en (a, b)

Cuando tengamos un polinomio de primer grado $p_1(x) = f'(a)(x - a)$ tendrá el mismo valor que $f(x)$ en el punto $x=a$. Dado la gráfica es una recta tangente a la gráfica de $f(x)$ en el punto a .

Es posible elegir un polinomio de segundo grado, $p_2(x) = f(a) + f'(a)(x - a) + \frac{1}{2}f''(a)(x - a)^2$, tal que en el punto $x=a$ tenga el mismo valor que $f(x)$ y valores también iguales para su primera y segunda derivadas. Se gráfica en el punto a se acercará a la de $f(x)$ más que la anterior. Es natural esperar que si construimos un polinomio que en $x=a$ tenga las mismas n primeras derivadas que $f(x)$ en el mismo punto, este polinomio se aproximará más a $f(x)$ en los puntos x próximos a a . Así obtenemos la siguiente igualdad aproximada, que es la fórmula de Taylor:

$$f(x) \approx f(a) + f'(a)(x - a) + \left(\frac{1}{2}!\right)f''(a)(x - a)^2 + \dots + \left(\frac{1}{n}!\right)f^{(n)}(a)(x - a)^n$$

Sin embargo, esto solo se da para polinomios que tengan su derivada hasta n , mientras que para los polinomios que tienen derivada $(n+1)$ -ésima difieren de $f(x)$ en una pequeña cantidad, que denominamos como el error.

Por ello añadimos un término más, llamado resto, para que el error sea menor:

$$f(x) = f(a) + f'(a)(x-a) + \left(\frac{1}{2}\right)! f''(a)(x-a)^2 + \dots + \left(\frac{1}{n}\right)! f^{(n)}(a)(x-a)^n + \left(\frac{1}{(n+1)!}\right) f^{(n+1)}(c)(x-a)^{(n+1)}$$

Capítulo 3

Procedimiento experimental

Este capítulo ha de contar con secciones para la descripción de los experimentos y del material. También debe haber una sección para los resultados obtenidos y una última de análisis de los resultados.

3.1. Descripción de los experimentos

A continuación expondremos los pasos que se han seguido en la elaboración del experimento desarrollado para este trabajo de investigación. Nos apoyaremos en gráficos y tablas que les ayudaran a reforzar y aclarar la información desarrollada.

3.1.1. Descripción de los experimentos

Para llevar a cabo el método de *Taylor*, objetivo principal del informe, se ha empleado la ecuación del método de *Taylor*. Recodar que la función derivada ha sido $f(x) = \arcsin(x)$ y que al aplicar la serie de Taylor hemos tenido que calcular hasta la derivada n -ésima y, además, los factoriales de 1 hasta n .

En relación a la eficiencia del proyecto, se ha analizado el resultado obtenido de la aproximación de Taylor midiendo el error de este con el resultado original de la función.

3.2. Descripción del material

El material utilizado ha sido el siguiente:

- Tipo de CPU:
Intel(R) Core(TM) i3-2328M CPU @ 2.20GHz
- Tamaño de la memoria del procesador:
3072 KB
- Vendedor GenuineIntel:
Linux

- Sistema operativo:
66-Ubuntu SMP
- Plataforma:
Linux-3.2.0-59-generic-pae-i686-with-Ubuntu-12.04-precise
- Version:
2.7.3

3.3. Resultados obtenidos

Como resultados de haber calculado en el algoritmo para cualquier polinomio obetemos el valor del polinomio con el método de Taylor, el error y el tiempo¹ que tarda el algoritmo en calcularlos.

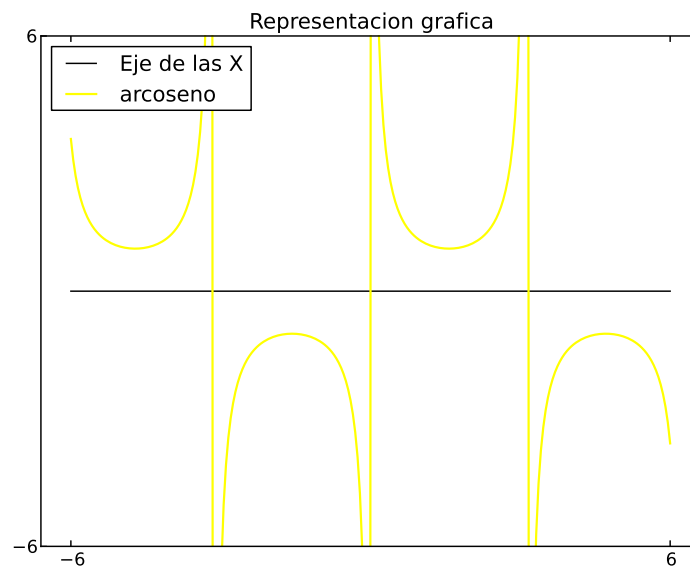
Como ejemplos de los tiempos y errores en diferentes puntos de un polinomio de grado 3, obtenemos representado en la tabla:

¹En segundos

X	a	tiempo	Error
-1	1	0.0295159816742	4.51842232203082e+220
-0.25	1	0.0272219181061	1.76500872128679e+220
-0.2	1	0.0301878452301	1.62663203764503e+220
0	1	0.0254921913147	1.12960558199550e+220
0.2	1	0.0249121189117	7.22947572667555e+219
0.25	1	0.0299370288849	6.35403140081687e+219
1	1	0.0301327705383	0

Cuadro 3.1: Experimentos en el algoritmo

Por cada dato que calculamos obtenmos la función representada en una gráfica en dicho punto, como por ejemplo esta gráfica:

Figura 3.1: Gráfica de la función $\arcsin(x)$

3.4. Análisis de los resultados

Capítulo 4

Conclusiones

bla, bla, bla, etc.

Apéndice A

Título del Apéndice 1

A.1. Algoritmo XXX

```
/#####  
# solucion.py  
#####  
#  
# Ana Gomez  
#  
# 9/05/2014  
#  
# En este programa Python  
#  
#####
```

A.2. Algoritmo YYY

```
/#####  
# prct12_1.h  
#####  
#  
# AUTORES  
#  
# FECHA  
#  
# DESCRIPCION  
#  
#####
```

Apéndice B

Título del Apéndice 2

B.1. Otro apendice: Seccion 1

Texto

B.2. Otro apendice: Seccion 2

Texto

Bibliografía

- [1] Nikos Dracos. Manual de latex. <http://www.fceia.unr.edu.ar/lcc/cdrom/Instalaciones/LaTeX/latex.html>.
- [2] Mariano Banzo Marraco. Series de taylor
. <http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materialesdidacticos/Desarrolloserietaylor.htm>.