Universidad de La Laguna

Obtención de raíces
Método de bisección

Claudia Ballester Niebla, Carlos Herrera Carballo, Cathaysa Pérez Quintero

Grupo $(1 \mid E)$

Técnicas Experimentales. 1^{er} *curso.* 2^{do} *cuatrimestre*

Lenguajes y Sistemas Informáticos

Facultad de Matemáticas

Universidad de La Laguna

La Laguna, 7 de mayo de 2014

Índice general

Índice de figuras

Índice de cuadros

Capítulo 1

Motivación y objetivos

En la guía docente de la asignatura de Técnicas Experimentales de Primero de Grado en Matemáticas surge como una de las competencias básicas la realización de un experimento del que posteriormente se realizará un informe y una presentación. Para ello, los alumnos deben emplear las herramientas informáticas explicadas durante las clases.

De este modo, el alumno debe analizar, sintetizar, evaluar y describir los datos obtenidos del estudio de la función propuesta. Escoger un intervalo específico, realizar las operaciones correspondientes al método de bisección y obtener un resultado que será, posteriormente, evaluado y analizado cuantitativamente de forma experimental. Representar gráficamente los resultados obtenidos, sintetizándolos y exponiéndolos de forma objetiva. Utilizar herramientas informáticas, programando en un lenguaje relevante para el cálculo científico (python, LaTeX, beamer).

- **Objetivo principal**: Implementación con Python del método de bisección.
- **Objetivo específico**: Cómo se aproximan las raíces de una función, mediante el método de bisección.

1.1. Objetivo Principal

El objetivo principal es implementar el algoritmo del método de bisección en un intervalo [a,b], tal que $f(a) * f(b) < 0$:

1. Se toma $c = \frac{(b-a)}{2}$
2. Si $b - a \leq error$ se acepta c como la raíz y se para.
3. Si $f(b) * f(c) \leq 0$, se toma $a = c$, por el contrario hacer $b = c$.

1.2. Objetivo Específico

Mediante el método citado obtenemos la raíz única ($x = 0$) de la función:

$$f(x) = 5^x - 5$$

Capítulo 2

Fundamentos teóricos

El método de la bisección se basa en dos teoremas, el de Bolzano y el del Valor Intermedio que explicaremos a continuación, y es empleado para aproximar ceros de funciones.

Supongamos que queremos encontrar las raíces de una función $f(x)$ continua. Dados dos puntos a y b, tal que $f(a)$ y $f(b)$ tengan signos distintos, sabemos por el Teorema de Bolzano que $f(x)$ debe tener, al menos, una raíz en el intervalo [a,b]. Este método divide el intervalo en dos utilizando un tercer punto c= $\frac{a+b}{2}$. De esta forma, se darán dos posibilidades: $f(a)$ y $f(c)$, ó $f(c)$ y $f(b)$ tienen distinto signo. Se aplica este método al subintervalo donde ocurre el cambio de signo. Así se realizará tantas vecse como sea necesario para conseguir la máxima precisión.

2.1. Teorema de Bolzano

Sea $f(x)$ una función continua en un intervalo [a,b] tal que $f(a) * f(b) < 0$, entonces existe un punto c perteneciente al intervalo (a,b) tal que $f(c) = 0$

2.1.1. Demostración Teorema de Bolzano

Supongamos que $f(a) < 0$ y $f(b) > 0$. Sea A el conjunto formado por todos los valores x tal que x pertenece al intervalo [a,b] para los que $f(x) < 0$. El conjunto A está acotado superiormente por b, y además, no es vació ya que a pertenece a A. Por ello el conjunto A tiene un extremo superior c. Se cumple que $f(c) = 0$. Veámoslo:

Si $f(c) > 0$, entonces por la propiedad de la conservación del signo de las funciones continuas existiría un intervalo $(c - \alpha, c + \alpha)$ en el que la función sería también positiva. En este caso existirían valores menores que c que servirían de cota superior de A y por ello c no sería el extremo superior de A como hemos supuesto.

Si $f(c) < 0$, entonces existiría un intervalo $(c - \alpha, c + \alpha)$ en el que la función sería negativa y por tanto existían valores de x a la derecha de c para los que la función sería negativa y por tanto c no sería extremo superior de A. De este modo, $f(c)$ tiene que tomar el valor cero: $f(c) = 0$.

2.2. Teorema del Valor Intermedio

Sea $f(x)$ una función continua en un intervalo [a,b], tal que $f(a) < f(b)$ entonces, para todo k tal que $f(a) < k < f(b)$ existe x_0 que pertenece al intervalo (a,b) tal que $f(x_0) = k$.

2.2.1. Demostración Teorema del Valor Intermedio

Para la demostración aplicamos el Teorema de Bolzano en la función $g(x) = f(x) - k$, la cual es continua por serlo $f(x)$, $g(a) < 0$ y $g(b) > 0$. El teorema nos permite afirmar que existirá un c perteneciente al intervalo (a,b) tal que $g(c) = 0$ y en consecuencia $f(c) = k$.

Capítulo 3

Procedimiento experimental

Este capítulo ha de contar con seccciones para la descripción de los experimentos y del material. También debe haber una sección para los resultados obtenidos y una última de análisis de los resultados.

3.1. Descripción de los experimentos

bla, bla, etc.

3.2. Descripción del material

bla, bla, etc.

3.3. Resultados obtenidos

bla, bla, etc.

Tiempo ($\pm$ **0.001 s**)	**Velocidad** ($\pm$ **0.1 m/s**)
1.234	67.8
2.345	78.9
3.456	89.1
4.567	91.2

Cuadro 3.1: Resultados experimentales de tiempo (s) y velocidad (m/s)

3.4. Análisis de los resultados

bla, bla, etc.

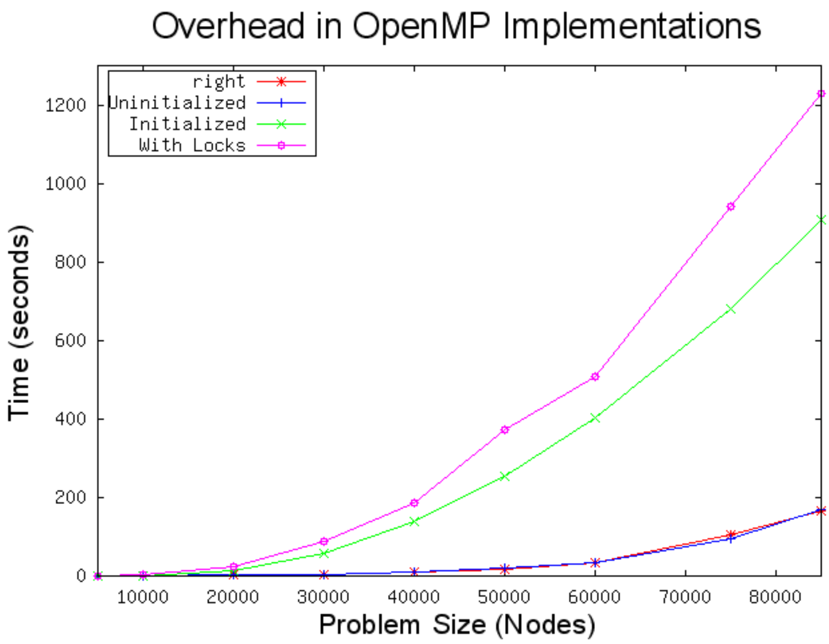

Figura 3.1: Ejemplo de figura

Nombre	Edad	Nota
Pepe	24	10
Juan	19	8
Luis	21	9

Cuadro 3.2: Mi primer cuadro de datos

Capítulo 4

Conclusiones

bla, bla, bla, etc.

Apéndice A

Título del Apéndice 1

A.1. Algoritmo XXX

```
####################################################################################
# Fichero .py
####################################################################################
#
# AUTORES
#
# FECHA
#
# DESCRIPCION
#
####################################################################################
```

A.2. Algoritmo YYY

```
/####################################################################################
 # Fichero .h
 ####################################################################################
 #
 # AUTORES
 #
 # FECHA
 #
 # DESCRIPCION
 #
 ###################################################################################
```

Apéndice B

Título del Apéndice 2

B.1. Otro apendice: Seccion 1

`Texto`

B.2. Otro apendice: Seccion 2

`Texto`

Bibliografía

[1] Anita de Waard. A pragmatic structure for research articles. In *Proceedings of the 2nd international conference on Pragmatic web*, ICPW '07, pages 83–89, New York, NY, USA, 2007. ACM.

[2] J. Gibaldi and Modern Language Association of America. *MLA handbook for writers of research papers*. Writing guides. Reference. Modern Language Association of America, 2009.

[3] G.D. Gopen and J.A. Swan. The Science of Scientific Writing. *American Scientist*, 78(6):550–558, 1990.

[4] Leslie Lamport. *LaTeX: A Document Preparation System*. Addison–Wesley Pub. Co., Reading, MA, 1986.

[5] Coromoto León. *Diseño e implementación de lenguajes orientados al modelo PRAM*. PhD thesis, 1996.

[6] Guido Rossum. Python library reference. Technical report, Amsterdam, The Netherlands, The Netherlands, 1995.

[7] Guido Rossum. Python reference manual. Technical report, Amsterdam, The Netherlands, The Netherlands, 1995.

[8] Guido Rossum. Python tutorial. Technical report, Amsterdam, The Netherlands, The Netherlands, 1995.

[9] ACM LaTeX Style. http://www.acm.org/publications/latex_style/.