Universidad de La Laguna

FACULTAD DE MATEMATICAS

Series de pontencias de Taylor: ln(x)

Yoselin Armas Ramos y Bianca E. Kennedy Giménez

Universidad de La Laguna

16 de Mayo de 2014

Facultad de Matemáticas

Universidad de La Laguna

Índice

Índice

Índice

Índice

Índice

Índice

Índice

Motivación y objetivos

Objetivo

El objetivo de esta práctica es demostrar los conocimientos adquiridos en Latex, Beamer y Python en el transcurso de la asignatura de Técnicas Experimentales.

- $\LaTeX$

Motivación y objetivos

Objetivo

El objetivo de esta práctica es demostrar los conocimientos adquiridos en Latex, Beamer y Python en el transcurso de la asignatura de Técnicas Experimentales.

- LaTeX
- Beamer

Motivación y objetivos

Objetivo

El objetivo de esta práctica es demostrar los conocimientos adquiridos en Latex, Beamer y Python en el transcurso de la asignatura de Técnicas Experimentales.

- $\LaTeX$
- Beamer
- Python

Objetivo

El objetivo de esta práctica es demostrar los conocimientos adquiridos en Latex, Beamer y Python en el transcurso de la asignatura de Técnicas Experimentales.

- LaTeX
- Beamer
- Python

Motivación y objetivos

- Aplicaremos los programas ya mencionados en la realización de un informe sobre la función logaritmo neperiano y su desarrollo de Taylor.
- implementaremos un programa en Python que nos ayudará a realizar varios experimentos para respaldar nuestras afirmaciones sobre el tema planteado.

Fundamentos Teóricos

- El filósofo griego Zenón y sus paradojas.
- Resolución filosófica.
  - Aristóteles
  - Demócrito
  - Arquímedes
- Siglo VXI,Madhava de Sangamagrama y los primeros usos de la serie de Taylor.
- James Gregory y su interés por las Series de Taylor,series de Maclaurin.
- En el siglo XVIII ,el matemático británico Brook Taylor presentó de manera formal el Desarrollo de Taylor.

Series de Taylor.

Figura: Brook Taylor

- El desarrollo de Taylor parte de una serie infinita y da como resultado un resultado finito.
- Polinomio de Taylor:

$$P_{(n,a)} = f(a) + \frac{f'(a)}{1!}(x-a) + \frac{f''(a)}{2!}(x-a)^2 + \cdots + \frac{f^{(n)}(a)}{n!}(x-a)^n \, .$$

Logaritmo Neperiano

Estudiando los fenómenos de creciemiento y decrecimiento en la naturaleza, se observó que con frecuencia aprecían potencias de un número irracional al que se llamo "e", cuyo valor aproximado es:

$$e \approx 2,718281828459045235360287471352 7.$$

Para estudiar estos fenómenos se aplicaban los logaritmos y sus propiedades, en concreto el logaritmo en base "e", también llamado "logaritmo neperiano".

$$ln(x) = log_e(x)$$

Aplicación de la serie de Taylor de Ln(x)

Se aplica el desarrollo de Taylor de manera general, donde:

$$n = grado, a = valor, f^t(a) = \frac{b}{a^t}(1 < t < n)$$

Sea f(x)=ln(x) :

1. Se calcula la imagen: f(a) = ln(a)
2. Se calcula la primera derivada y su imagen: $f'(a) = \frac{1}{a}$
3. Se calcula la segunda derivada y su imagen: $f''(a) = \frac{-1}{a^2}$
4. Se calcula la tercera derivada y su imagen: $f'''(a) = \frac{2}{a^3}$
5. Calculamos la enésima derivada y su imagen: $f^n(a) = \frac{(n-1).(-b)}{a^{(n)}}$.

Entonces,

$$P_{(n,a)} = ln(a) + \frac{\frac{1}{a}}{1!}(x-a) + \frac{\frac{-1}{a^2}}{2!}(x-a)^2 + \cdots + \frac{\frac{(n-1).(-b)}{a^{(n)}}}{n!}(x-a)^n .$$

Procedimiento experimental

1. Fijamos el grado de la Serie de Taylor(n=10),el punto en el que deseamos que se aplique (x=4) y variamos el centro.
2. Fijamos el grado de la Serie de Taylor (n=8), el centro (c=6) y variamos el punto en el que deseamos que se aplique.
3. Fijamos el centro(c=1) , el punto en el que deseamos que se aplique la aproximación (x=2) y variamos el grado.

Hardware y Software

Todos los experimentos realizados se han llevado a cabo en un ordenador con las siguientes características:

```
- Sistema operativo : Linux, Ubuntu.
- Procesador: Intel(R) Core(TM) i3
- CPU :  M 350  @ 2.27GHz
```

Resultados obtenidos

Fijando n=10 y x=4

ln(x)=1.38629436111989

Si el valor de c= 2	1,33878210119487
Si el valor de c= 3	1,38629396788690
Si el valor de c= 5	1,38629436340045
Si el valor de c= 30	1,48572417754861
Si el valor de c= 60	1,74292118557045

```
Fijando n=8 y c=6
ln(8)= 2.07944154167984
ln(7)= 1.94591014905531
ln(6)= 1.79175946922805
ln(5)= 1.60943791243410
ln(4)= 1.38629436111989
```

Si el valor de x= 8	2,07943719692636
Si el valor de x= 7	1,94591013946629
Si el valor de x= 6	1,79175946922805
Si el valor de x = 5	1,60943792540920
Si el valor de x= 4	1,38630243959407

Fijando x=2 y c=1
ln(x) = 0.693147180559945

Si el valor de n= 5	0,783333333333333
Si el valor de n= 15	0,725371850371850
Si el valor de n= 25	0,712747499542829
Si el valor de n= 200	0,690653430481824
Si el valor de n= 800	0,692522571184642

Tomamos los resultados de la tabla anterior y calculamos el tiempo que tarda el ordenador en obtener los resultados.

Si el valor de n= 5	9,53674316406e-07
Si el valor de n= 15	9,53674316406e-07
Si el valor de n= 25	9,53674316406e-07
Si el valor de n= 200	1,19209289551e-06
Si el valor de n= 800	1,90734863281e-06

- Variación del centro: podemos observar que cuanto más se aleja centro del punto menos acertado es el resultado.
- Variación del punto: observamos que si incrementamos la diferencia entre el punto y el centro, el resultado se aleja más del auténtico valor.
- Variación del grado: apreciamos que cuanto mayor es el grado más disminuye el error, por lo cual, si aunmentamos el valor del grado más precisos son los resultados.

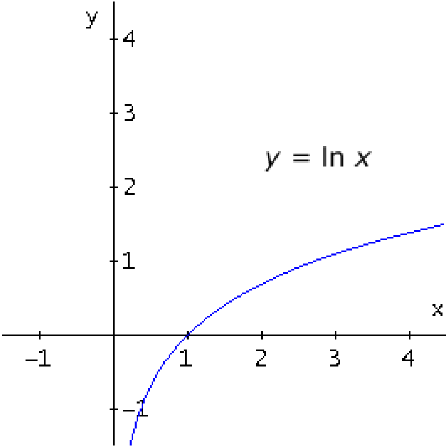

Figura: Función Logaritmo Neperiano

Conclusiones

1. Conclusiones matemáticas: Hemos concluido que el Desarrollo de Taylor aplicado a la función logaritmo neperiano de "x", fijando dos varibles y variando una, afecta, sobretodo, a la proximidad de la Serie de Taylor en f(x)=ln(x) y el valor del Logaritmo Neperiano en ese punto.

Conclusiones

1. Conclusiones matemáticas: Hemos concluido que el Desarrollo de Taylor aplicado a la función logaritmo neperiano de "x", fijando dos varibles y variando una, afecta, sobretodo, a la proximidad de la Serie de Taylor en f(x)=ln(x) y el valor del Logaritmo Neperiano en ese punto.
2. Conclusiones de programación: Mediante la realización del trabajo hemos contrastado la información con programas informáticos (Python), por lo cual, queda demostrado la eficacia frente a otros métodos.

Algoritmo

```
from sympy import *
import sys
import time
def fac(grado):
  if grado == 0:
    return 1
  else:
    return grado * fac(grado-1)

def taylor(grado, punto, centro):
  Ti=time.time()
  c = Symbol('c')
  funcion = ln(c)
  suma = funcion.evalf(subs={c:centro})
  for i in range(1,grado+1):
    deriv = diff(funcion, c)
    termino = (deriv.evalf(subs={c:centro})/fac(i))*((punto-centro)**i)
    funcion = deriv
    suma += termino
  return suma
  error = funcion- suma
  Tf=time.time()
  tiempo= Tf-Ti
grado = int(raw_input('Introduzca el grado en el que desea que se aplique el desarrollo de Taylor: '))
punto = float(raw_input('Introduzca el punto en el que desea que se aplique el desarrollo de Taylor: '))
centro = float(raw_input('Introduzca el centro en el que desea que se aplique el desarrollo de Taylor: '))
suma = taylor(grado, punto, centro)
print 'El polinomio de Taylor es: ', suma
Ti=time.time()
Tf=time.time()
tiempo= Tf-Ti
print 'Tiempo: ', tiempo
```

Bibliografía

- Cálculo infinitesimal de una variable (2004)
- Calculus. Cálculo Infinitesimal(2006)
- *http://ordenador.wingwit.com/*
- *http://fr.wikiversity.org/*
- *http://es.scribd.com/*
- *http://www.slideshare.net/*
- *http://recursostic.educacion.es/*