Número π

Raquel Estefanía Espino Mantas

23 de abril de 2014

Facultad de Matemáticas
Universidad de La Laguna

Índice

Índice

Índice

Índice

Índice

Historia del número π

Definición

A lo largo de la historia han sido muchas las formas utilizadas por el ser humano para calcular aproximaciones cada vez más exactas del número π*. Es posible obtener una aproximación al valor de* π *de forma geométrica. De hecho, ya los griegos intentaron obtener sin éxito una solución exacta al problema del valor de* π *mediante el empleo de regla y compás. El problema griego conocido como cuadratura del círculo o, lo que es lo mismo, obtener un cuadrado de área igual al área de un círculo cualquiera, lleva implícito el cálculo del valor exacto de* π*. Una vez demostrado que era imposible la obtención de* π *mediante el uso de regla y compás, se desarrollaron varios métodos aproximados. Dos de las soluciones son las debidas a Kochanski (usando regla y compás) y la de Mascheroni (empleando únicamente un compás).*

Método de Kochanski

Definición

- *Se dibuja una circunferencia de radio R. Se inscribe el triángulo equilátero OEG. Se traza una recta paralela al segmento EG que pase por A, prolongándola hasta que corte al segmento OE, obteniendo D. Desde el punto D y sobre ese segmento se transporta 3 veces el radio de la circunferencia y se obtiene el punto C. El segmento BC es aproximadamente la mitad de la longitud de la circunferencia.*

Definición

- $$BC^2 = AB^2 + (3 - DA)^2 OF = \frac{\sqrt{3}}{2}\frac{DA}{EF} =$$
$$= \frac{OA}{OF} \rightarrow \frac{DA}{1/2} =$$
$$= \frac{1}{\sqrt{3}/2} \rightarrow DA = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

Definición

- $$BC^2 = AB^2 + (3 - DA)^2 OF = \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{DA}{EF} =$$
$$= \frac{OA}{OF} \rightarrow \frac{DA}{1/2} =$$
$$= \frac{1}{\sqrt{3}/2} \rightarrow DA = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

- *Sustituyendo en la primera fórmula:*
$$BC^2 = 2^2 + \left(3 - \frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2 \rightarrow$$
$$BC = \sqrt{\frac{40 - 6\sqrt{3}}{3}} = 3,141533...$$

Método de Mascheroni

Definición

- *Método desarrollado por Lorenzo Mascheroni: se dibuja una circunferencia de radio R y se inscribe un hexágono regular. El punto D es la intersección de dos arcos de circunferencia: BD con centro en A', y CD con centro en A. Obtenemos el punto E como intersección del arco DE, con centro en B, y la circunferencia. El segmento AE es un cuarto de la longitud de la circunferencia, aproximadamente.*

Definición

- *Demostración (suponiendo $R = 1$)*

$$AD = AC = \sqrt{3}OD = \sqrt{3-1} = \sqrt{2}$$

$$BE = BD = \sqrt{(OD - MB)^2 + MO^2} BE = BD =$$

$$= \sqrt{\left(\sqrt{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \frac{1}{4}} = \sqrt{3 - \sqrt{6}}$$

Definición

- *Demostración (suponiendo $R = 1$)*

$$AD = AC = \sqrt{3}OD = \sqrt{3-1} = \sqrt{2}$$

$$BE = BD = \sqrt{(OD - MB)^2 + MO^2}BE = BD =$$

$$= \sqrt{\left(\sqrt{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \frac{1}{4}} = \sqrt{3 - \sqrt{6}}$$

- *Por el teorema de Ptolomeo, en el cuadrilátero ABEB'*

$$BB' \cdot AE = AB \cdot EB' + BE \cdot AB'2\cdot$$

$$AE = \sqrt{1 + \sqrt{6}} + \sqrt{9 - 3 \cdot \sqrt{6}} = 3,142399\ldots$$

Fórmula para calcular π

Definición

- *π se puede calcular mediante integración:*

$$\int_0^1 \frac{4}{1+x^2}\,dx = 4(atan(1) - atan(0)) = \pi$$

Esta integral se puede aproximar numéricamente con una fórmula de cuadratura. El valor aproximado de PI es: 3.14680051839 El valor de PI con 35 decimales: 3.14159265358979311599796346854441852

Bibliografía

- Documento de verificación del grado. (2011)
- Guía docente. (2013)
  $http://eguia.ull.es/matematicas/query.php?codigo = 299341201$
- CTAN. $http://www.ctan.org/$