# Bisección con $f(x) = cos(\pi x)$

Carmen Laura Martín González y David Tomás Montesdeoca Flores

11 de mayo de 2014

# Indice

# Indice

# Indice

# Indice

# Indice

# Definición de Bisección

Según la RAE, La bisección es la acción o efecto de bisecar,es decir, dividir a la mitad y se aplica generalmente en la división de ángulos. Aunque esta definición no se aleja mucho de la deseada, la que verdaderamente nos interesa es la siguiente:

## Definición aplicada

El método de bisección es un algoritmo usado en matemáticas para llevar a cabo una búsqueda de raíces. En resumen, este método encuentra una raíz de $f(x) = 0$. Este método se realiza dividiendo el intervalo a la mitad y seleccionando el subintervalo de estos que contiene la raíz, que es aquel en el que hay un cambio de signo.(Se sabe que una raíz esta en un intervalo cerrado si la función cambia de signo en los puntos extremos). Cuantas más cifras decimales queramos obtener más divisiones tendremos que realizar.

# Definición del número $\pi$

## Definición

El número $\pi$ es la relación existente entre el diámetro de la circunferencia con su longitud. Es un número irracional de los más importantes usados en las ciencias matemáticas, como la física, las ingenierías y las propias matemáticas.
El valor que toma esta constante es aproximadamente:

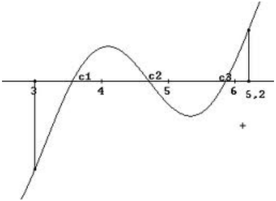
$$\pi = 3{,}14159265358979323846...$$

El número $\pi$ se puede calcular mediante integración:

$$\int_0^1 \frac{4}{1+x^2}\,dx = 4(atan(1) - atan(0)) = \pi$$

# Ejemplo general de bisección.

En la figura, se muestra gráficamente como los valores sucesivos convergen en una raíz de $f(x)$ cuando se empiezan con un par de valores que encierran una raíz. Podemos ver que 5.5 está a la mitad entre 4 y 6, y que 5.75 a la mitad entre 5.5 y 6. Siempre se considera al siguiente valor x al punto medio del último par que encierra entre corchetes a la raíz: Estos valores encierran a la raíz cuando $f(x)$ cambia de signo en los dos puntos.



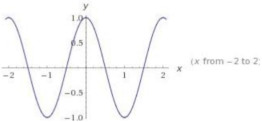
# Teorema de Bisección

## Teorema

Si $[a_0, b_0], [a_1, b1], ..., [a_n, b_n], ...,$ denotan los intervalos en el método de la bisección, entonces los límites $\lim_{n\to\infty} a_n$ y $\lim_{n\to\infty} b_n$ existen , son iguales y representan un cero de f. Si r=$\lim_{n\to\infty} c_n$ y $c_n = (a_n + b_n)$ entonces:

$$|r - c_n| <= 2^{-(n+1)}(b_0 - a_0)$$

Gracias a la representación gráfica podemos ver que tomando el intervalo [0,1] y calculando el punto medio de este, nos sale inmediatamente el valor de la raíz. Pero si tomamos otro intervalo, se nos complicaría más, y aunque obtuvieramos el valor de la raíz, este tendría un error, que sería cada vez más pequeño conforme a las divisiones que realicemos.



# Algunas fórmulas que contienen el número $\pi$

## Análisis

- Fórmula de Leibniz.

# Algunas fórmulas que contienen el número $\pi$

## Análisis

- Fórmula de Leibniz.
- Producto de Wallis.

# Algunas fórmulas que contienen el número $\pi$

## Análisis

- Fórmula de Leibniz.
- Producto de Wallis.
- Fórmula de Euler.

# Algunas fórmulas que contienen el número $\pi$

## Análisis

- Fórmula de Leibniz.
- Producto de Wallis.
- Fórmula de Euler.
- Fórmula de Stirling.

## Análisis

- Fórmula de Leibniz.
- Producto de Wallis.
- Fórmula de Euler.
- Fórmula de Stirling.
- Método de Montecarlo

## Cálculo

- Área limitada por la astroide: $\frac{3}{8}\pi a^2$.

## Cálculo

- Área limitada por la astroide: $\frac{3}{8}\pi a^2$.
- Área de la región comprendida por el eje X y un arco de la cicloide: $3\pi a^2$.

# Bibliografía


- *es.wikipedia.org/wiki/Método_de_bisección#Algoritmo*
- *www.juegosdelogica.com/numero_π.htm*
- *AnálisisNuméricoconAplicaciones.Gerald$\Delta$Wheatley.Editorial : PrenticeHall*