Bisección de $f(x) = cos(\pi x)$ Informe Científico-Técnico

Carmen Laura Martín González y David Tómas Montesdeoca Flores

Grupo (1)

 $T\'{e}cnicas$ Experimentales. 1^{er} curso. 2^{do} semestre

Lenguajes y Sistemas Informáticos

Facultad de Matemáticas

Universidad de La Laguna

Índice general

1.	Mot	civación y objetivos	1
	1.1.	¿Qué es el método de bisección?	1
	1.2.	¿Cómo funciona su algoritmo?	1
	1.3.	Ventaja del método de bisección	2
2.		damentos teóricos	3
	2.1.	L ^A T _E X	Ş
	2.2.	Beamer	3
	2.3.	Python	3
3.	Pro	cedimiento experimental	4
	3.1.	Descripción de los experimentos	4
	3.2.	Descripción del material	4
	3.3.	Resultados obtenidos	4
	3.4.	Análisis de los resultados	5
4.	Con	clusiones	7
Α.	Apé	endice A: Código para la bisección y Hardware	ç
	A.1.	Codigo Python	Ć
	A.2.	Codigo Python para el Hardware	10
в.	Apé	endice B: Código para la representación de funciones	13
	B.1.	Codigo Python para la representacion	13
D;	hlion	matia	19

Índice de figuras

3.1.	Ejemplo de figura	5
	Ejemplo de figura con gráfico	

Índice de cuadros

3.1.	Datos de $f(x)$	 5
3.2.	Algunas raices de $f(x)$	 6

Motivación y objetivos

Este método , se utiliza para resolver ecuaciones de una variable, está basado en el "Teorema de los Valores Intermedios" (TVM), en el cual se establece que toda función continua 'f', en un intervalo cerrado [a,b], toma todos los valores que se hallan entre f(a) y f(b), de tal forma que la ecuación f(x) = 0 tiene una sola raíz que verifica f(a)*f(b) < 0.

1.1. ¿Qué es el método de bisección?

El método de la bisección es un algoritmo que nos permite encontrar una raíz de la función que tengamos. Su funcionamiento es muy similar al de la búsqueda binaria, sólo que estamos utilizando valores continuos (∞) en lugar de discretos (finitos). Vamos a asumir que las funciones con las que trabajamos son continuas.

Sabemos que si la función f(x) atraviesa el eje x, en la intersección existe una raíz, por lo que antes de la raíz f(x) > 0 y después f(x) < 0. Entonces, teniendo dos puntos 'a' y 'b' tales que f(a) y f(b) tienen signos opuestos, sabemos que debe haber una raíz en el intervalo [a, b].

1.2. ¿Cómo funciona su algoritmo?

El algoritmo funciona de la siguiente forma:

- Primero tomamos el punto medio entre 'a' y 'b', al cual llamaremos c(). Si el valor de f(c) = 0, o está suficientemente cerca.
- Segundo tomamos a 'c' como el valor de la raíz.

En caso contrario:

■ Primero reemplazamos a 'a' o 'b' por 'c', de acuerdo al signo de f(c), de tal forma que los signos de f(a) y f(b) signos siendo diferentes.

Finalmente, repetimos el método con el nuevo intervalo.

1.3. Ventaja del método de bisección.

La principal ventaja de este método es que es muy eficaz aunque menos que el método de Newton, ya que, está garantizado que el método converge si los valores de f(a) y f(b) son de signos contrarios. La convergencia de este método es lineal, y su error absoluto después de n iteraciones es: $\frac{|b-a|}{2^n}$

Fundamentos teóricos

Este trabajo trata sobre la bisección de la función $f(x) = cos(\pi * x)$. Para realizarlo utilizamos programas como IATEX para la realizacion del pdf, BEAMER para realizar la presentación y Python para calcular las raices de la función nombrada anteriormente y crear su grafica correspondiente.

2.1. LATEX

LATEX es un paquete de macros que permite a los autores componer e imprimir su trabajo con la mayor calidad tipográfica posible, usando un formato profesional predefinido. LATEX Fue escrito originalmente por Leslie Lamport. Emplea el formateador de LATEX como motor de composición.

IATEX es un programa de ordenador creado por Donald E. Knuth. Sirve para componer texto y fórmulas matemáticas.

2.2. Beamer

BEAMER fue desarrollado por Till Tantau para la presentación de su tesis doctoral, como un conjunto de macros que facilitara el uso de otras clases, como seminar o prosper.

BEAMER es una clase de LATEX que permite crear diapositivas. Aunque también puede ser utilizada para crear presentaciones dinamicas que pueden ser proyectadas desde el ordenador.

2.3. Python

Python es un lenguaje de programación creado por Guido van Rossum a principios de los años 90 cuyo nombre está inspirado en el grupo de cómicos ingleses "Monty Python". Es un lenguaje similar a Perl, pero con una sintaxis muy limpia y que favorece un código legible

Se trata de un lenguaje interpretado o de script, con tipado dinámico, fuertemente tipado, multiplataforma y orientado a objetos

Procedimiento experimental

3.1. Descripción de los experimentos

En los experimentos, el tiempo de cálculo depende del ordenador, los intervalos, y el error que utilicemos, por ello explicaremos eso junto con el código.

Ver Apéndice A.1. (Codigo Python)

3.2. Descripción del material

```
('default', 'Feb 27 2014 20:00:17')
Linux-3.2.0-61-generic-i686-with-Ubuntu-12.04-precise
('Linux', 'FISICA-PC', '3.2.0-61-generic', '93-Ubuntu SMP Fri May 2 21:33:33 UTC 2014', 'i686', 'i686')
2.7.3
Genuine Intel(R) CPU 2160 @ 1.80GHz
GenuineIntel
1200.000 Hz
1024 KB
Ver Apéndice A.2.(Codigo Python para el Hardware)
```

3.3. Resultados obtenidos

Al realizar la bisección de la función, obtenemos una serie de datos. Un claro ejemplo es el cálculo del tiempo de error. Otros de estos datos son las raíces calculadas, y otros son simples puntos calculados al sustituir un valor de x en f(x). Con estos puntos podemos realizar las siguientes tabla y gráfica.

Figura 3.1: Ejemplo de figura

Figura 3.2: Ejemplo de figura con gráfico

X	Y
- 2	1
-1.5	0
-1	-1
-0.5	0
0	1
0.5	0
1	-1
1.5	0
2	1

Cuadro 3.1: Datos de f(x)

3.4. Análisis de los resultados

Como sabemos, lo que conseguimos con la bisección es calcular las raíces de la función tratada. Dependiendo del intervalo dado y el margen de error, este valor se aproximará de mejor o peor modo, pero después de utilizar este programa realizado en Python podemos dar una tabla de raíces de nuestra función, que al ser periodica tiene infinitas.

X	Y
- 2.5	0
-1.5	0
-0.5	0
0.5	0
1.5	0
2.5	0

Cuadro 3.2: Algunas raices de $\mathbf{f}(\mathbf{x})$

Conclusiones

Para concluir tenemos que mencionar varios puntos del trabajo:

- Python esta en movimiento y en pleno desarrollo, pera ya es una realidad y una interesante opcion para realizar todo tipo de programas que se ejecuten en cualquier maquina. El equipo de desarrollo esta trabajando de manera cada vez mas organizada y cuentan con el apoyo de una comunidad que esta creciendo rapidamente.
- Algunas de las ventajas que tiene LATEX son que, crea con facilidad estructuras complejas como pies de pagina, indices, tablas, etc, y para la rama de ciencias tiene principalmente una ventaja primordial que es que se pueden crear con facilidad formulas matematicas.
- Beamer tiene todas las ventajas de L^AT_EX. Su presentacion en PDF es estandar y portable. Ademas tiene unos estilos predefinidos con botones de navegacion, tablas de contenidos, pies de pagina informativos, etc.
- El metodo de la Biseccion converge lentamente, lo que genera la propagacion de error por la cantidad de operaciones e iteraciones necesarias para que el metodo converja.

Finalmente, al complementar los elementos mencionados anteriormente y centrandonos en el calculo de las raices mediante el metodo de biseccion, hemos aprendido a crear un fichero de texto y una presentacion a modo de diapositivas, con un cierto grado de exigencia. Tambien hemos aprendido a ser independientes buscando la informacion correcta sobre el tema propuesto y a la vez aprender a trabajar en equipo. Bajo nuestro punto de vista este es el objetivo de la programacion de este trabajo, ya que, esto nos serviria para los trabajos futuros que tengamos que realizar.

Apéndice A

Apéndice A: Código para la bisección y Hardware

A.1. Codigo Python

```
# solucion .py
# David Tomas Montesdeoca Flores y Carmen Laura Martin Gonzalez
# 11-05-2014
# Es un programa que calcula la biseccion de la funcion f(x)=cos(pix) en un intervalo que
# que debe introducir el usuario junto con un margen de error. Ademas de calcular
# las raices de la funcion, calcula el tiempo de ejecucion y dibuja la grafica en
# otro intervalo distinto pedido al usuario.
#! /usr/bin/python
#!encoding: UTF-8
import time
import math
import matplotlib.pyplot as pl
import numpy as np
import sys
def f(x):
 return (math.cos(x*math.pi))
def biseccion(a,b,e):
 c=(a+b)/2.0
 while((f(c)!=0.00000001) and (abs(b-a)>e)):
  if f(a)*f(c)<0.00000001:
    b=c
  else:
    a=c
```

```
c=(a+b)/2.0
 return c
A=float(raw_input("Introduzca el extremo inferior del intervalo (a) en el que se desea buscar la raiz: "))
B=float(raw_input("Introduzca el extremo superior del intervalo (b) en el que se desea buscar la raiz: "))
E=float(raw_input("Introduzca el margen de error a partir del cual no afecte demasiado a sus calculos: "))
if f(A)*f(B)<0.00000001:</pre>
 start=time.time()
 r=biseccion(A,B,E)
 finish=time.time()-start
 print "La raiz que se ha calculado en ese intervalo de forma aproximada es:%4.3f" %r
 print "El tiempo que ha tardado en ejecutarse el calculo en segundos es:"
else:
 print "En el intervalo introducido no existe raiz, lo sentimos."
x=int(raw_input("Introduzca el maximo valor de x para la representacion: "))
lista=[]
for i in range(x):
 y=math.cos(math.pi*i)
 lista.append(y)
pl.figure(figsize=(8,6), dpi=80)
X = np.linspace(-x, x, 256, endpoint=True)
C = np.cos(X*np.pi)
S = 0*(X)
pl.plot(X,C, color="cyan", linewidth=2.5, linestyle="-", label="Coseno")
pl.plot(X,S, color="black", linewidth=1.5, linestyle="-", label="Eje X")
pl.legend(loc='upper left')
pl.xlim(X.min()*1.1,X.max()*1.1)
pl.ylim(C.min()*1.1,C.max()*1.1)
pl.yticks([-1, 0, +1])
pl.title("Representacion grafica")
pl.savefig("cos.eps", dpi=72)
pl.show()
```

A.2. Codigo Python para el Hardware

```
# Este programa nos muestra la version de Linux que estamos utilizando y lo guarda
# en un fichero de texto.
#!encoding: UTF-8
#!usr/bin/python
import os
import platform
def SOFTinfo():
   softinfo={}
   softinfo={'Several':platform.uname(), 'S.O':platform.platform(), 'Pythons Version':platform.python_versi
   return softinfo
def CPUinfo():
# infofile on Linux machines:
 infofile = '/proc/cpuinfo'
 cpuinfo = {}
 if os.path.isfile(infofile):
   f = open(infofile, 'r')
   for line in f:
     try:
       name, value = [w.strip() for w in line.split(':')]
       continue
     if name == 'model name':
       cpuinfo['CPU type'] = value
     elif name == 'cache size':
       cpuinfo['cache size'] = value
     elif name == 'cpu MHz':
       cpuinfo['CPU speed'] = value + 'Hz'
     elif name == 'vendor_id':
       cpuinfo['vendor ID'] = value
   f.close()
 return cpuinfo
if __name__ == '__main__':
 softinfo = SOFTinfo()
 for keys in softinfo.keys():
   print softinfo[keys]
 cpuinfo = CPUinfo()
 for keys in cpuinfo.keys():
   print cpuinfo[keys]
 print "Introduzca el nombre del fichero para almacenar los resultados: "
 nombre_fichero = raw_input();
 f = open(nombre_fichero, "w")
 for keys in softinfo.keys():
   if type (softinfo[keys]) is list:
     f.write('\n'.join(softinfo[keys]))
   else:
     f.write(str(softinfo[keys]))
     f.write('\n')
```

Apéndice B

Apéndice B: Código para la representación de funciones

B.1. Codigo Python para la representacion

```
import math
import matplotlib.pyplot as pl
x=int(raw_input("Introduzca el maximo valor de x para la representacion: "))
lista=[]
for i in range(x):
 y=math.cos(math.pi*i)
 lista.append(y)
pl.figure(figsize=(8,6), dpi=80)
X = np.linspace(-x, x, 256, endpoint=True)
C = np.cos(X*np.pi)
S = 0*(X)
pl.plot(X,C, color="cyan", linewidth=2.5, linestyle="-", label="Coseno")
pl.plot(X,S, color="black", linewidth=1.5, linestyle="-", label="Eje X")
pl.legend(loc='upper left')
pl.xlim(X.min()*1.1,X.max()*1.1)
pl.ylim(C.min()*1.1,C.max()*1.1)
pl.yticks([-1, 0, +1])
pl.title("Representacion grafica")
pl.savefig("cos.eps", dpi=72)
pl.show()
```

Bibliografía

- [1] Anita de Waard. A pragmatic structure for research articles. In *Proceedings of the 2nd international conference on Pragmatic web*, ICPW '07, pages 83–89, New York, NY, USA, 2007. ACM.
- [2] J. Gibaldi and Modern Language Association of America. *MLA handbook for writers of research papers*. Writing guides. Reference. Modern Language Association of America, 2009.
- [3] G.D. Gopen and J.A. Swan. The Science of Scientific Writing. *American Scientist*, 78(6):550–558, 1990.
- [4] Leslie Lamport. *ATEX: A Document Preparation System*. Addison-Wesley Pub. Co., Reading, MA, 1986.
- [5] Coromoto León. Diseño e implementación de lenguajes orientados al modelo PRAM. PhD thesis, 1996.
- [6] Guido Rossum. Python library reference. Technical report, Amsterdam, The Netherlands, The Netherlands, 1995.
- [7] Guido Rossum. Python reference manual. Technical report, Amsterdam, The Netherlands, The Netherlands, 1995.
- [8] Guido Rossum. Python tutorial. Technical report, Amsterdam, The Netherlands, The Netherlands, 1995.
- [9] ACM LaTeX Style. http://www.acm.org/publications/latex/.