

Curiosidades sobre el número π

Alba Crespo Pérez
alu 0100846461

9 de abril de 2014

Resumen

A través del presente artículo se exponen diversas curiosidades matemáticas sobre el número π y la evolución histórica de su descubrimiento.

1. Características del número π

1.1. Definiciones matemáticas

La definición más común de π establece que su valor corresponde a la relación existente entre la longitud de una circunferencia y su diámetro. En consecuencia, π es también el área de un círculo unitario en el plano euclídeo, así como el menor número real positivo que verifica la ecuación $\operatorname{sen}(x) = 0$. De igual forma, es posible proporcionar dos definiciones analíticas de esta ubicua constante matemática:

- Equivale a la menor solución de la siguiente ecuación compleja:

$$e^{ix} + 1 = 0$$

- La ecuación diferencial $S''(x) + S(x) = 0$, para la que existe solución única bajo las condiciones de contorno $S(0) = 0$ y $S'(0) = 1$, tiene como raíz positiva más pequeña al número π .

1.2. Evolución histórica

A continuación se presenta una tabla resumen de las distintas aproximaciones del número π logradas por diversos matemáticos desde la Antigüedad hasta mediados del siglo XV, reseñando los márgenes de error de cada aproximación expresados en partes por millón.

AÑO	MATEMÁTICO O DOCUMENTO	CULTURA	APROXIMACIÓN	ERROR
1900 a.C.	Papiro de Ahmes	Egipcia	$2^8/3^4 = 3,1605$	6016 ppm
1600 a.C.	Tablilla de Susa	Babilónica	$25/8 = 3,125$	5282 ppm
500 a.C.	Bandhayana	India	3.09	16422 ppm
250 a.C.	Arquímedes de Siracusa	Griega	$211875/67441 = 3,14163$	13.15 ppm
150 d.C.	Claudio Ptolomeo	Greco-egipcia	$377/120 = 3,14166...$	23.56 ppm
263 d.C.	Wang Fan	China	$157/50 = 3,14$	507 ppm
300 d.C.	Chang Hong	China	$10^{1/2} = 3,1623$	6584 ppm
500 d.C.	Aryabhata	India	3.1416	2.34 ppm
600 d.C.	Brahmagupta	India	$10^{1/2} = 3,1623$	6584 ppm
800 d.C.	Al-Jwarizmi	Persa	3.1416	2.34 ppm
1220 d.C.	Fibonacci	Italiana	3.141818	72.73 ppm
1400 d.C.	Madhava	India	3.14159265359	0.085 ppm
1424 d.C.	Al-Kashi	Persa	$2\pi = 6,283185307179...$	0.1 ppm

Cuadro 1: El número π hasta finales de la Edad Media.

Vemos así que los errores cometidos con las distintas aproximaciones de π muestran una tendencia irregular a la disminución a lo largo del tiempo, si bien en ocasiones se produce una regresión al pasado al recurrir a valores considerablemente inexactos obtenidos en siglos anteriores, como es el caso del matemático Brahmagupta en el año 600 d.C, o del italiano Fibonnaci, cuyo margen de error asciende a las 72.73 ppm (ver cuadro 1).

2. El número π como irracional y trascendente

El hecho de que π sea un número irracional implica que no puede ser expresado a modo de cociente entre dos números enteros, tal y como fue demostrado por Johann Heinrich Lambert en 1761.

Además, se trata asimismo de un número trascendente, es decir, que no corresponde a la raíz de ningún polinomio de coeficientes enteros, hecho que fue probado por el matemático alemán Ferdinand Lindemann durante el siglo XIX cerrando con ello una dilatada investigación acerca del histórico problema de la cuadratura del círculo, carente de solución.¹

A pesar del carácter irracional del número π , continúa siendo averguada la mayor cantidad posible de cifras decimales, si bien recurriendo sólo a cincuenta de ellos es posible describir con precisión la curvatura del Universo con un margen de error inferior a las dimensiones de un protón.

3. Presencia de π en las ciencias físicas

Pese a no constituir una constante física por sí misma, este número aparece repetidamente en ecuaciones físicas que describen los principios fundamentales del Universo, debido en gran parte a su relación con la naturaleza del círculo y, por ende, con el sistema de coordenadas esféricas. Así, cabe destacar la presencia de π en los siguientes ámbitos:

- La expresión de la constante cosmológica:

$$\Lambda = \frac{8\pi G}{3c^2}$$

- El principio de incertidumbre de Heisenberg:

$$\Delta x \Delta p \geq \frac{h}{4\pi}$$

- La ecuación del campo de Einstein para la relatividad general:

$$R_{ik} - \frac{g_{ik}R}{2} + \Lambda g_{ik} = \frac{8\pi G}{c^4} T_{ik}$$

- La Ley de Coulomb para la fuerza eléctrica:

$$F = \frac{|q_1 q_2|}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

- La tercera Ley de Kepler:

$$\frac{P^2}{a^3} = \frac{(2\pi)^2}{g(M+m)}$$

- La permeabilidad magnética del vacío:

$$\mu_0 = 4\pi 10^{-7} N/A^2$$

¹El problema de la cuadratura del círculo consiste en hallar, utilizando tan sólo la regla y el compás, un cuadrado que posea un área igual a la de un círculo dado. Se trata de un reto matemático sin solución que fue abordado repetidas veces a lo largo de la historia, desde la antigüedad clásica hasta el siglo XIX, cuando fue demostrada su irresolubilidad.

3.1. Representación de π

A propósito de la presencia de π en las ecuaciones físicas, cabe preguntarse:

¿de dónde procede el símbolo utilizado para la representación de esta constante?

Pues bien, el símbolo actual y tan comúnmente empleado (ver figura 1) fue adoptado por primera vez en 1706 por el matemático William Jones, siguiendo los pasos de su predecesor William Oughtred. Unos años después, la gran popularidad de esta convención vendría de la mano del destacado matemático y físico suizo Leonhard Euler, quien consagró la utilización de este símbolo para la posteridad.

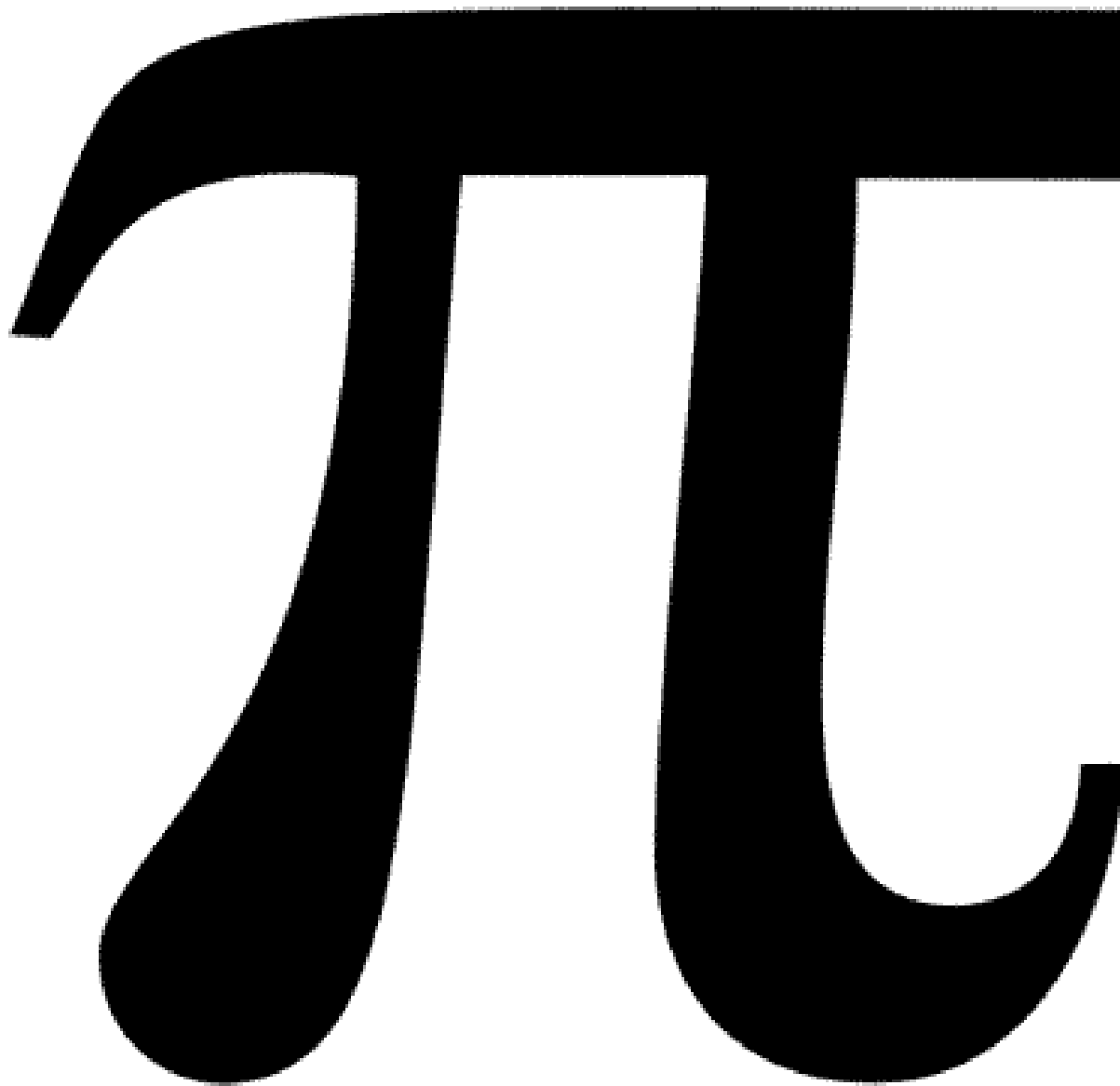


Figura 1: 16º letra del alfabeto griego