

# Curiosidades sobre el número $\pi$

**Alba Crespo Pérez**

23 de abril de 2014

*Facultad de Matemáticas*  
Universidad de La Laguna

- 1 Características generales de  $\pi$ 
  - Definición matemática
  - $\pi$  como irracional y trascendente

- 1 Características generales de  $\pi$ 
  - Definición matemática
  - $\pi$  como irracional y trascendente
- 2 Historia del número  $\pi$ 
  - Aproximaciones hasta la Edad Moderna
  - Origen y popularidad de su simbología

- 1 Características generales de  $\pi$ 
  - Definición matemática
  - $\pi$  como irracional y trascendente
- 2 Historia del número  $\pi$ 
  - Aproximaciones hasta la Edad Moderna
  - Origen y popularidad de su simbología
- 3 Presencia de  $\pi$  en las ciencias físicas

- 1 Características generales de  $\pi$ 
  - Definición matemática
  - $\pi$  como irracional y trascendente
- 2 Historia del número  $\pi$ 
  - Aproximaciones hasta la Edad Moderna
  - Origen y popularidad de su simbología
- 3 Presencia de  $\pi$  en las ciencias físicas
- 4 Bibliografía

# 1.1 Características generales: definición matemática

## Posibles definiciones de $\pi$

La definición más común de  $\pi$  establece que su valor corresponde a la **relación** existente **entre la longitud de una circunferencia y su diámetro**.

# 1.1 Características generales: definición matemática

## Posibles definiciones de $\pi$

La definición más común de  $\pi$  establece que su valor corresponde a la **relación** existente **entre la longitud de una circunferencia y su diámetro**. En consecuencia,  $\pi$  es también el área de un círculo unitario en el plano euclídeo, así como el menor número real positivo que verifica la ecuación  $\text{sen}(x) = 0$ . De igual forma, es posible proporcionar **dos definiciones analíticas** de esta ubicua constante matemática:

# 1.1 Características generales: definición matemática

## Posibles definiciones de $\pi$

La definición más común de  $\pi$  establece que su valor corresponde a la **relación** existente **entre la longitud de una circunferencia y su diámetro**. En consecuencia,  $\pi$  es también el área de un círculo unitario en el plano euclídeo, así como el menor número real positivo que verifica la ecuación  $\text{sen}(x) = 0$ . De igual forma, es posible proporcionar **dos definiciones analíticas** de esta ubicua constante matemática:

- Equivale a la menor solución de la siguiente ecuación compleja:

$$e^{ix} + 1 = 0$$



# 1.1 Características generales: definición matemática

## Posibles definiciones de $\pi$

La definición más común de  $\pi$  establece que su valor corresponde a la **relación** existente **entre la longitud de una circunferencia y su diámetro**. En consecuencia,  $\pi$  es también el área de un círculo unitario en el plano euclídeo, así como el menor número real positivo que verifica la ecuación  $\text{sen}(x) = 0$ . De igual forma, es posible proporcionar **dos definiciones analíticas** de esta ubicua constante matemática:

- Equivale a la menor solución de la siguiente ecuación compleja:

$$e^{ix} + 1 = 0$$

- La ecuación diferencial  $S''(x) + S(x) = 0$ , para la que existe solución única bajo las condiciones de contorno  $S(0) = 0$  y  $S'(0) = 1$ , tiene como raíz positiva más pequeña al número  $\pi$ .

## 1.2. Carácter irracional y trascendente de $\pi$

El carácter **irracional** de  $\pi$  implica que *no puede ser expresado a modo de cociente entre dos números enteros*, tal y como fue demostrado por Johann H. Lambert en 1761.

## 1.2. Carácter irracional y trascendente de $\pi$

El carácter **irracional** de  $\pi$  implica que *no puede ser expresado a modo de cociente entre dos números enteros*, tal y como fue demostrado por Johann H. Lambert en 1761.

Se trata además de un número **trascendente**, es decir, que *no corresponde a la raíz de ningún polinomio de coeficientes enteros*, hecho que fue probado por el matemático alemán F. Lindemann durante el siglo XIX cerrando con ello una dilatada investigación acerca del histórico problema de la **cuadratura del círculo**, carente de solución (véase [2]). Uno de los métodos empleados para la aproximación de  $\pi$  viene dado por la integral:

## 1.2. Carácter irracional y trascendente de $\pi$

El carácter **irracional** de  $\pi$  implica que *no puede ser expresado a modo de cociente entre dos números enteros*, tal y como fue demostrado por Johann H. Lambert en 1761.

Se trata además de un número **trascendente**, es decir, que *no corresponde a la raíz de ningún polinomio de coeficientes enteros*, hecho que fue probado por el matemático alemán F. Lindemann durante el siglo XIX cerrando con ello una dilatada investigación acerca del histórico problema de la **cuadratura del círculo**, carente de solución (véase [2]). Uno de los métodos empleados para la aproximación de  $\pi$  viene dado por la integral:

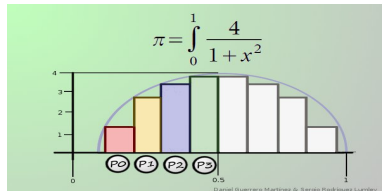


Figura 1: Integración para el cálculo de  $\pi$ .

## 2.1. Descubrimiento histórico de $\pi$

### Aproximaciones de $\pi$ hasta finales de la Edad Media

| <b>AÑO</b> | <b>MATEMÁTICO O DOCUMENTO</b> | <b>ERROR</b> |
|------------|-------------------------------|--------------|
| 1900 a.C.  | Papiro de Ahmes               | 6016 ppm     |
| 1600 a.C.  | Tablilla de Susa              | 5282 ppm     |
| 500 a.C.   | Bandhayana                    | 16422 ppm    |
| 250 a.C.   | Arquímedes de Siracusa        | 13.15 ppm    |
| 150 d.C.   | Claudio Ptolomeo              | 23.56 ppm    |
| 263 d.C.   | Wang Fan                      | 507 ppm      |
| 300 d.C.   | Chang Hong                    | 6584 ppm     |
| 500 d.C.   | Aryabhata                     | 2.34 ppm     |
| 600 d.C.   | Brahmagupta                   | 6584 ppm     |
| 800 d.C.   | Al-Jwarizmi                   | 2.34 ppm     |
| 1220 d.C.  | Fibonacci                     | 72.73 ppm    |
| 1400 d.C.  | Madhava                       | 0.085 ppm    |
| 1424 d.C.  | Al-Kashi                      | 0.1 ppm      |

## 2.2 Influencia de Leonhard Euler

El símbolo actual para la representación de  $\pi$  fue adoptado por primera vez en 1706 por el matemático **William Jones**, si bien la gran popularidad de esta convención vendría de la mano del destacado matemático y físico suizo **Leonhard Euler** (ver figura 2).

## 2.2 Influencia de Leonhard Euler

El símbolo actual para la representación de  $\pi$  fue adoptado por primera vez en 1706 por el matemático **William Jones**, si bien la gran popularidad de esta convención vendría de la mano del destacado matemático y físico suizo **Leonhard Euler** (ver figura 2).

Euler realizó importantes descubrimientos en áreas tan diversas como **astronomía, cálculo, teoría de grafos, mecánica y óptica**, siendo responsable de la introducción de gran parte de la moderna terminología y notación matemática. Se trata del **principal matemático del siglo XVIII** y uno de los más grandes y prolíficos de todos los tiempos.

## 2.2 Influencia de Leonhard Euler

El símbolo actual para la representación de  $\pi$  fue adoptado por primera vez en 1706 por el matemático **William Jones**, si bien la gran popularidad de esta convención vendría de la mano del destacado matemático y físico suizo **Leonhard Euler** (ver figura 2).

Euler realizó importantes descubrimientos en áreas tan diversas como **astronomía, cálculo, teoría de grafos, mecánica y óptica**, siendo responsable de la introducción de gran parte de la moderna terminología y notación matemática. Se trata del **principal matemático del siglo XVIII** y uno de los más grandes y prolíficos de todos los tiempos.



Figura 2: Leonhard Euler



### 3. La constante $\pi$ en el mundo real...

#### Magnitudes y leyes físicas que involucran a $\pi$

- La expresión de la **constante cosmológica**:

$$\Lambda = \frac{8\pi G}{3c^2}$$

### 3. La constante $\pi$ en el mundo real...

#### Magnitudes y leyes físicas que involucran a $\pi$

- La expresión de la **constante cosmológica**:

$$\Lambda = \frac{8\pi G}{3c^2}$$

- El **principio de incertidumbre** de Heisenberg:

$$\Delta x \Delta p \geq \frac{h}{4\pi}$$

### 3. La constante $\pi$ en el mundo real...

#### Magnitudes y leyes físicas que involucran a $\pi$

- La expresión de la **constante cosmológica**:

$$\Lambda = \frac{8\pi G}{3c^2}$$

- El **principio de incertidumbre** de Heisenberg:

$$\Delta x \Delta p \geq \frac{h}{4\pi}$$

- La ecuación del campo de Einstein para la **relatividad general**:

$$R_{ik} - \frac{g_{ik}R}{2} + \Lambda g_{ik} = \frac{8\pi G}{c^4} T_{ik}$$

### 3. La constante $\pi$ en el mundo real...

#### Magnitudes y leyes físicas que involucran a $\pi$

- La expresión de la **constante cosmológica**:

$$\Lambda = \frac{8\pi G}{3c^2}$$

- El **principio de incertidumbre** de Heisenberg:

$$\Delta x \Delta p \geq \frac{h}{4\pi}$$

- La ecuación del campo de Einstein para la **relatividad general**:

$$R_{ik} - \frac{g_{ik}R}{2} + \Lambda g_{ik} = \frac{8\pi G}{c^4} T_{ik}$$

- La **Ley de Coulomb** para la fuerza eléctrica:

$$F = \frac{|q_1 q_2|}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

### 3. La constante $\pi$ en el mundo real...

#### Magnitudes y leyes físicas que involucran a $\pi$

- La expresión de la **constante cosmológica**:

$$\Lambda = \frac{8\pi G}{3c^2}$$

- El **principio de incertidumbre** de Heisenberg:

$$\Delta x \Delta p \geq \frac{h}{4\pi}$$

- La ecuación del campo de Einstein para la **relatividad general**:

$$R_{ik} - \frac{g_{ik}R}{2} + \Lambda g_{ik} = \frac{8\pi G}{c^4} T_{ik}$$

- La **Ley de Coulomb** para la fuerza eléctrica:

$$F = \frac{|q_1 q_2|}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

- La **tercera Ley de Kepler**:

$$\frac{P^2}{a^3} = \frac{(2\pi)^2}{g(M+m)}$$

### 3. La constante $\pi$ en el mundo real...

#### Magnitudes y leyes físicas que involucran a $\pi$

- La expresión de la **constante cosmológica**:

$$\Lambda = \frac{8\pi G}{3c^2}$$

- El **principio de incertidumbre** de Heisenberg:

$$\Delta x \Delta p \geq \frac{h}{4\pi}$$

- La ecuación del campo de Einstein para la **relatividad general**:

$$R_{ik} - \frac{g_{ik}R}{2} + \Lambda g_{ik} = \frac{8\pi G}{c^4} T_{ik}$$

- La **Ley de Coulomb** para la fuerza eléctrica:

$$F = \frac{|q_1 q_2|}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$





- La **tercera Ley de Kepler**:

$$\frac{P^2}{a^3} = \frac{(2\pi)^2}{g(M+m)}$$

- La **permeabilidad magnética del vacío**:

$$\mu_0 = 4\pi 10^{-7} \text{ N/A}^2$$

## 4. Bibliografía

-  JOAQUÍN NAVARRO QUIJADA, *Los secretos del número pi*, Madrid, España, RBA Publicaciones, 2011.
-  PETR BECKMANN, *Historia de pi*, Madrid, España, Instituto Nacional de Antropología e Historia, 2007.
-  A. V. ZHUKOV, *El omnipresente número pi*, Moscú, Rusia, URSS, 2005.
-  Los 100 000 primeros dígitos de pi:  
<http://www.geom.uiuc.edu/~huberty/math5337/groupe/digits.html>