## Problema del p-centro

Sebastián J. Díaz Rodríguez, Ernesto Echeverría Gónzalez, Norberto García Gaspar, Victoria Quintana Martí

Universidad de La Laguna Departamento de Ingeniería Informática y de Sistemas

#### 1. Introducción

A través de este informe buscamos estudiar en profundidad el problema del p-centro, conocido también como el problema de localización de almacenes debido a su uso práctico. El problema de localización es un componente crítico de la planificación estratégica de un amplio espectro de empresas públicas y privadas, con un largo historial de variantes, de las que hemos seleccionado el caso del Minimax Facility Location, donde se busca la minimización de la máxima distancia de los puntos de servicio hasta los nodos clientes, siendo la referencia de la distancia el cliente y el servicio más cercano a este.

A través del uso de grafos se ha demostrado que esta variante es NP-difícil de resolver de manera óptima. Un ejemplo de resolución es la aplicación del Problema del Conjunto de Cobertura para conectar los nodos. Por otra parte, se han desarrollado varios algoritmos de aproximación para el problema de ubicación de las instalaciones y por tanto para muchas de sus variantes, de forma que es factible la consecusión de una respuesta si no óptima, altamente efectiva.

Es en la comparación entre el método bruto y la aplicación de heurísticas en lo que nos centraremos, tomando como base de las conclusiones los resultados estadísticos obtenidos de los distintos métodos voracez, la aplicación de multiarranque, la búsqueda por entorno variable y movimientos de intercambio, la búsqueda tabú y la búsqueda por entornos grandes.

#### 2. Descripción el Problema

El problema del p-centro consta de un conjunto L de posibles puntos de servicio y un conjunto de D de puntos demandantes del mismo, de donde debemos extraer la relación entre un conjunto de puntos de servicio X y los puntos demandantes tal que el módulo de X es igual a un número P de puntos máximos elegibles. El objetivo final es la minimización de la distancia máxima entre los puntos de servicio X y los puntos de demanda D. Normalmente, la función objetivo contempla los costes de apertura de los puntos de servicio; sin embargo, en el caso estudiado el coste viene dado por la distancia entre los puntos que componen los conjuntos de servicios L y demanda D.

El modelado matemático del problema sería la siguiente:

```
Minimize z subject to  \Sigma_{l \in L} \ x_{(l,d)} = 1, \ \forall d \in D,   x_{l,d} \leq y_l \ , \ \forall l \in L, \ d \in D,   \Sigma_{d \in D} \ y_d \leq P,   \Sigma_{d \in D} \ c_{l,d} \ x_{l,d} \leq z, \ \forall l \in L,   x_{l,d} \ , \ y_d \in 0, 1, \ \forall l \in L \ , \ \forall d \in D,
```

Donde  $x_{l,d}$  asume el valor uno si el cliente d se asigna al sitio de instalación l, y el valor cero de lo contrario. La variable binaria  $y_l$  asume el valor uno si el sitio de instalación l está abierto. Las restricciones expresan los requisitos que todos los clientes deben ser asignados a un sitio de instalación e impiden que un cliente realice una asignación al sitio de una instalación que no está abierta. En total, se abrirán como máximo p sitios.

# 3. Representación y codificación de soluciones. Estructuras de entorno y evaluación de la función objetivo

El resultado del problema, sea cual sea la metodología aplicada para llegar a este, está formado por el conjunto de nodos  $X \subset L$  de tal forma que la distancia máxima entre un servicio y un nodo es la mínima entre los nodos que forman los servicios de X. La representación práctica de esta solución es un vector de índices marcando los nodos elegidos y obteniendo de ellos los nodos clientes anexos comparando las distancias entre todos los servicios disponibles en X y cada nodo cliente. El nodo servicio que satisface la demanda de un cliente es aquel con la menor distancia de entre todos los servicios.

Esta codificación simple nos permite manipular la solución y pseudosoluciones anteriores durante la resolución del problema, con el contratiempo de la extracción de información extra para contemplar todos los datos propios de las asignaciones. A su vez, la codificación facilita la rápida aplicación de cambios mediante las estructuras de entorno determinadas durante la reflexión del problema por parte del equipo de proyecto. Estas estructuras se basarán en el intercambio de elementos de una solución previa para obtener soluciones vecinas, requiriendo de al menos un elemento previo en solución y de un máximo de p elementos en la misma. Tanto la integración como la eliminación se desecharon como entornos propios de la búsqueda en vecindad por la deconstrucción que supone de soluciones ya calculadas y la posibilidad de no respetar la restricción del límite de P nodos servicio.

## 4. Definición de las estructuras de entorno y evaluación de los movimientos

Como hemos mencionado anteriormente, las estructuras de entorno serán semejantes ya que su diferenciación es un mero cambio en el número de elementos afectados. El problema no presenta una características más abiertas a la manipulación de la solución.

Los movimientos que establecen las cuatro estructuras de entorno se basan en el intercambio de n elementos, siendo  $n \leq k$  y  $n \leq |X|$ 

### 5. Experiencia Computacional

- 5.1. Objetivos de la experiencia computacional
- 5.2. Descripción de las instancias utilizadas
- 5.3. Análisis de algoritmos y comparativa.

Se deben usar test estadísticos nos paramétricos (Friedman and Wilko-xon) para determinar si hay diferencias significativas entre los algoritmos. Se puede hacer uso de r (https://www.rstudio.com/) o de cualquier otro software, tipo XLS Stat.

### 6. Bibliografía

F. Aykut Özsoya, Mustafa Ç. Pınar Exact algorithm for the capacitated vertex p-center problem

Ai-Hua Yin, Tao-Qing Zhou, Jun-Wen Ding, Qing-Jie Zhao, and Zhi-Peng GRASP Procedure with Path-Relinking for the Vertex p-Center Problem

Luisa Martínez-Merino, Maria Albareda-Sambola, Antonio Rguez-Chía Probabilistic p-center problem: Planning service for potential customers

Kamal Jain, Mohammad Mahdian, Amin Saberi A new greedy approach for facility location problems