

Tema 12: Contrastes de Hipótesis

Profesora: Carmen Elvira Ramos Domínguez



Índice

1. Concepto de Hipótesis
2. Contraste de Hipótesis
3. Elementos del Proceso de Decisión
4. Tipos de Contrastes. Paramétricos y No Paramétricos.
5. Espacio Paramétrico.
6. Hipótesis Simple e Hipótesis Compuesta.
7. Planteamiento de las Hipótesis
8. Estadístico del Contraste
9. Regiones de Aceptación y Rechazo
10. Tipos de Errores
11. Fases de un Contraste de Hipótesis
12. P-valor del Contraste



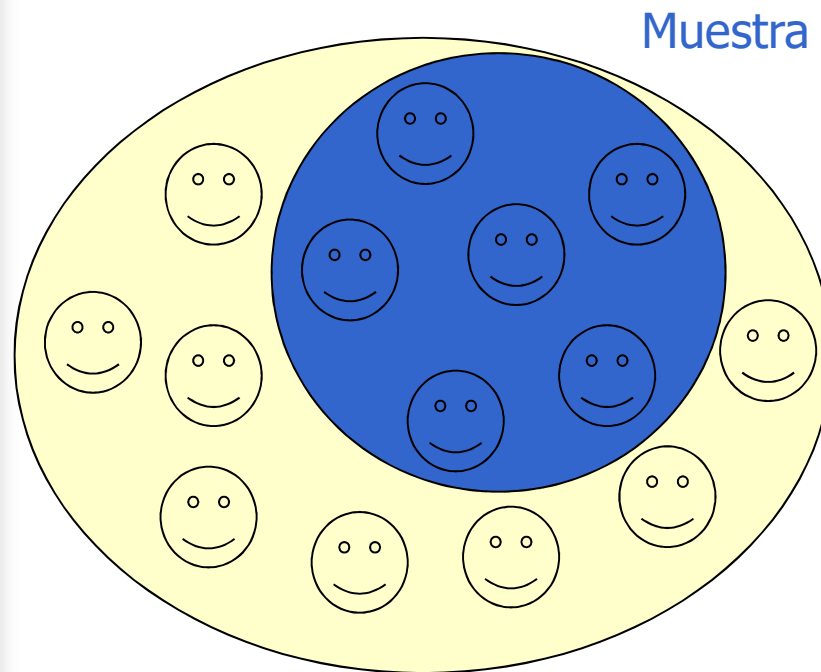
Contraste de Hipótesis

Otra parte de la Inferencia Estadística son los Contrastes de Hipótesis. El propósito de ellos es obtener conclusiones sobre una población examinando una muestra de ella.

Definición: Una hipótesis es cualquier afirmación provisional acerca de alguna(s) característica(s) de una población.

Contraste de hipótesis: es el procedimiento estadístico mediante el que se investiga la aceptación o rechazo de la afirmación o hipótesis.

Elementos del Proceso de Decisión



X : Característica de interés \cong
Estatura de los alumnos $\cong f_{\theta}$

θ = Parámetro

¿Es la estatura
media " μ " de los
alumnos de
1.70 cm?





Tipos de Contrastes

La Hipótesis se enuncia sobre una variable aleatoria en relación con su ley de probabilidad. Existen dos tipos de enunciados:

- a) **Contrastes Paramétricos:** Se supone conocida la forma de la distribución de probabilidad de la característica de interés y ésta depende de uno o varios parámetros. Entonces la hipótesis se formula sobre el valor de los mismos.
- b) **Contrastes No Paramétricos:** El enunciado de la hipótesis se refiere a la forma de la distribución, o a la independencia de variables, etc...

Partimos de una v.a. de interés X con función de probabilidad o función de densidad, $f_{\theta}(x)$, y se pretende contrastar el valor de θ .



Hipótesis Simple y Compuesta

Definición: Llamamos **Espacio Paramétrico** al conjunto de valores que puede tomar θ , y lo denotamos por Θ .

Al formular la hipótesis sobre los parámetros pueden ocurrir dos cosas:

1. Que la característica de la población X quede completamente determinada, porque sólo depende de un parámetro y la afirmación se refiere a un valor concreto $\theta = \theta_0$. A este caso se llama **Hipótesis Simple**.
2. Que la formulación de la hipótesis no permita caracterizar plenamente a la variable en estudio. Cuando se refiere a una región de valores del parámetro, $\theta_1 \leq \theta \leq \theta_2$, o cuando son varios los parámetros de los que depende la distribución y sólo se determina uno. Por ejemplo $X \cong N(\mu, \sigma)$ y la hipótesis es $\mu = \mu_0$, y σ es desconocida. Se dice entonces **Hipótesis Compuesta**.

Planteamiento de las Hipótesis

- Hipótesis Nula (H_0):

Es la hipótesis que se quiere contrastar. Puede ser simple o compuesta.

Se formula con el propósito de ser rechazada.

Al final del contraste se acepta o se rechaza.

$$H_0: \mu = 1.70$$

$$H_1: \mu \neq 1.70$$

$$\leq$$
$$>$$
$$\geq$$
$$<$$

- Hipótesis Alternativa (H_1):

Es la hipótesis contraria a la nula.

Es el objetivo que desea alcanzar el investigador.

En caso de ser rechazada la nula se acepta.





Estadístico del Contraste

A partir de la información recogida en la muestra, se busca una **regla de decisión** para aceptar o rechazar la hipótesis nula. Dicha función de la muestra se llama “**Estadístico del Contraste**”. El estadístico asigna un valor de la recta real a cada realización de la muestra.

H_0 : La estatura media del alumnado es de 1.70cm

El Estadístico del Contraste sería en este caso la media muestral

Región de Aceptación

Valores de la altura media de la muestra próximos a 1.70

Región de Rechazo

Valores de la altura media de la muestra lejanos a 1.70



Región de Aceptación y Crítica

Definición: La **Región Crítica o de Rechazo** es aquella región o conjunto de valores del estadístico que nos conducen a rechazar la hipótesis nula.

Esta puede estar formada por uno o dos intervalos:

1. **Contraste unilateral:** Formada por un solo intervalo.

$X \cong N(\mu, \sigma)$ y el contrastes es: $H_0: \mu \leq \mu_0$

$$H_1: \mu > \mu_0$$

2. **Contraste bilateral:** Formada por dos intervalos.

$X \cong N(\mu, \sigma)$ y el contrastes es: $H_0: \mu = \mu_0$

$$H_1: \mu \neq \mu_0$$

Definición: La **Región de Aceptación** es el conjunto de valores del estadístico que nos conducen a aceptar la hipótesis nula.

Tipos de Errores

		Alternativas	
		H_0 cierta	H_0 falsa
	Decisiones		
	Rechazar H_0	Error de Tipo I α nivel de Significación	Correcto
	Aceptar H_0	Correcto	Error de Tipo II Probabilidad β



Nivel de Significación

El termino **Significación** se utiliza para establecer si las diferencias entre el valor hipotético y el resultado muestral son importantes o significativas, o por el contrario son sólo debidas al azar.

Lo ideal sería poder minimizar ambas probabilidades α y β , pero se contraponen.

Ejemplo: $X \cong N(\mu, \sigma)$ y el contrastes es: $H_0: \mu = \mu_0$
 $H_1: \mu = \mu_1$

Veamos entonces:

¿Cuál de los dos errores reviste mayor gravedad?



Ejemplo de los Errores

	Inocente	Culpable
Condenar	Error Muy Grave	Correcto
Absolver	Correcto	Error Grave



Potencia del Contraste

Definición: Llamamos **Potencia del Contraste** a la probabilidad de rechazar la hipótesis nula cuando es falsa y se denota por $1-\beta$.

Objetivo del Contraste: Fijado el nivel de significación, buscamos un estadístico del contraste que maximice la potencia del contraste.

La potencia se ve afectada de tres factores:

1. **El nivel de Significación.** Aumentando α se puede aumentar $1-\beta$.
2. **El tamaño muestral.** La potencia es directamente proporcional al tamaño de la muestra.
3. **Dispersión poblacional.** Si disminuye la desviación típica de la característica de interés se eleva la potencia.



Síntesis: Fases de un Contraste

1. Enunciar la hipótesis nula y la alternativa.
2. Elección del nivel de significación.
3. Seleccionar el Estadístico del Contraste.
4. Determinación de la Región Crítica o de Rechazo.
5. Cálculo del Estadístico para la muestra particular.
6. Conclusiones Estadísticas.
7. Conclusiones en el Ámbito del Estudio.



P-valor del Contraste

Definición: Llamamos **P-valor del Contraste** al menor valor del nivel de significación en el que se sigue rechazando la hipótesis nula.

¿Cómo se calcula el p-valor?

Depende del estadístico y del tipo de contraste.
Supuesto muestras pequeñas (Estadístico t de Student).

1. **Contraste unilateral:** $X \cong N(\mu, \sigma)$ y el contrastes es: $H_0: \mu \leq \mu_0$
Estadístico: $t_{n-1} = a$ P-valor = $P(t_{n-1} > a)$ $H_1: \mu > \mu_0$
2. **Contraste unilateral:** $X \cong N(\mu, \sigma)$ y el contrastes es: $H_0: \mu \geq \mu_0$
Estadístico: $t_{n-1} = -b$ P-valor = $P(t_{n-1} < -b)$ $H_1: \mu < \mu_0$
3. **Contraste bilateral:** $X \cong N(\mu, \sigma)$ y el contrastes es: $H_0: \mu = \mu_0$
Estadístico $t_{n-1} = c$ P-valor = $2P(t_{n-1} > |c|)$ $H_1: \mu \neq \mu_0$