

Tecnología en Sistemas de Información
Escuela de Ingeniería en Sistemas y Computación
Triangulación de Polígonos



Fundamentos de Análisis y Diseño de Algoritmos

Diego Andrés Borrero
1227405

Cristian Fernando Jojoa
1224734

Sergio Ortiz Paz
0731354

Jhonny Reynolds Segura
1225541

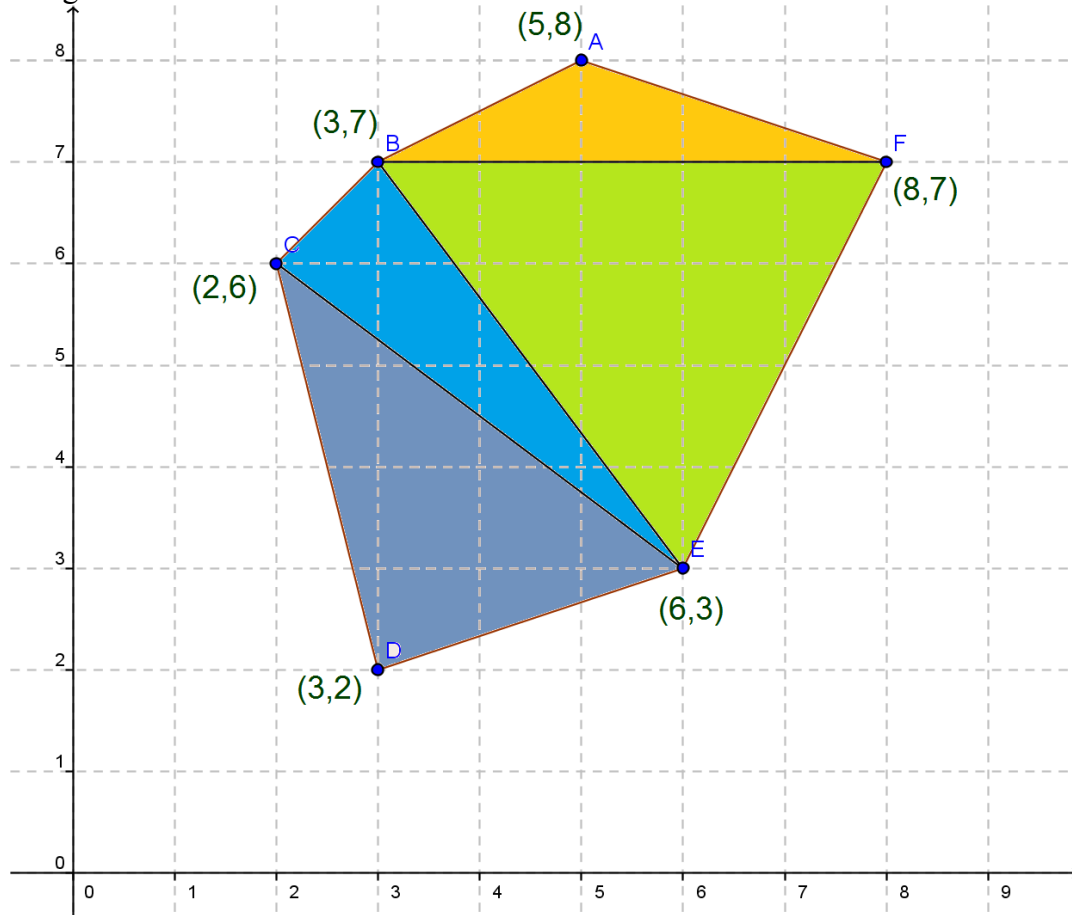
Profesor:

Juan Manuel Reyes

Universidad del Valle
Facultad de Ingeniería
Santiago de Cali, Junio de 2012

1. Entendiendo el problema:

Polígono 1.



Nuestro polígono se compone de los siguientes pesos:

Polígono 1:

$$\langle \mathbf{B}, \mathbf{F} \rangle = \sqrt{(8-3)^2 + (7-7)^2} = 5$$

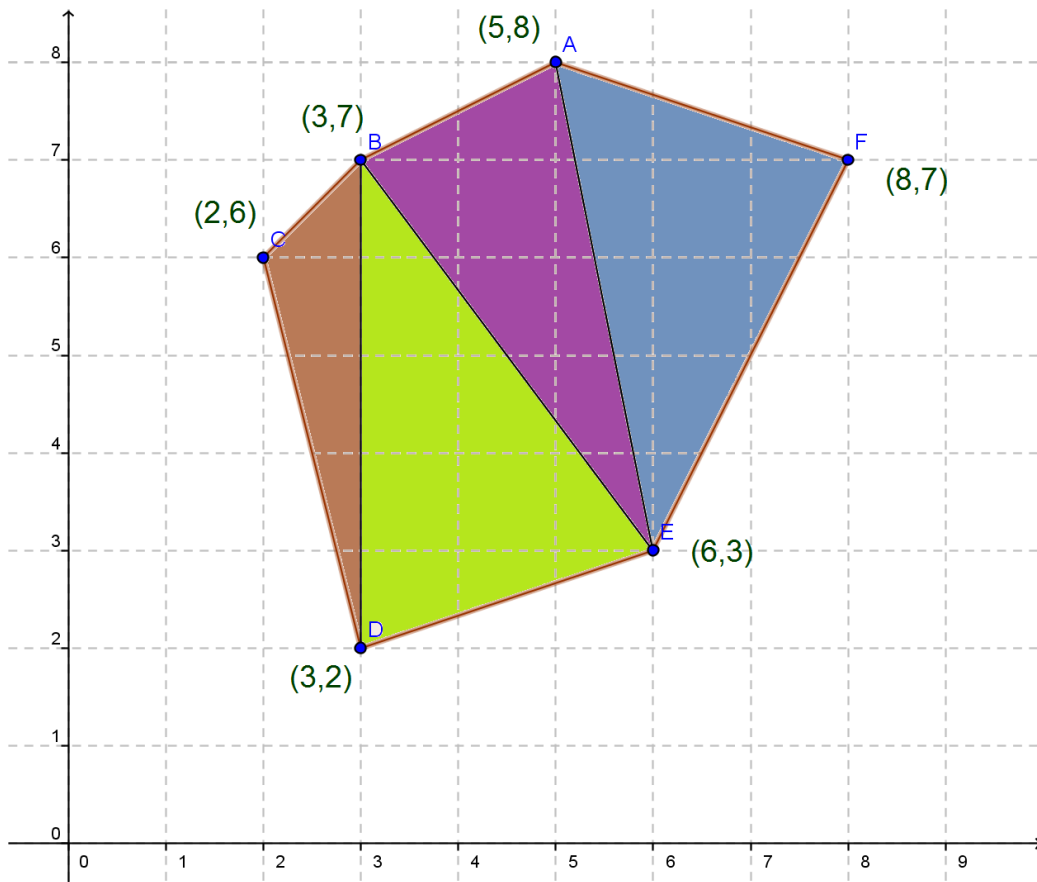
$$\langle \mathbf{C}, \mathbf{E} \rangle = \sqrt{(6-2)^2 + (3-6)^2} = 5$$

$$\langle \mathbf{B}, \mathbf{E} \rangle = \sqrt{(6-3)^2 + (3-7)^2} = 5$$

15 + ————

Peso de la
triangulación del
polígono

Polígono 1.1



Nuestro polígono se compone de los siguientes pesos:

Polígono 1:

$$\langle A, E \rangle = \sqrt{(6-5)^2 + (3-8)^2} = 5.09$$

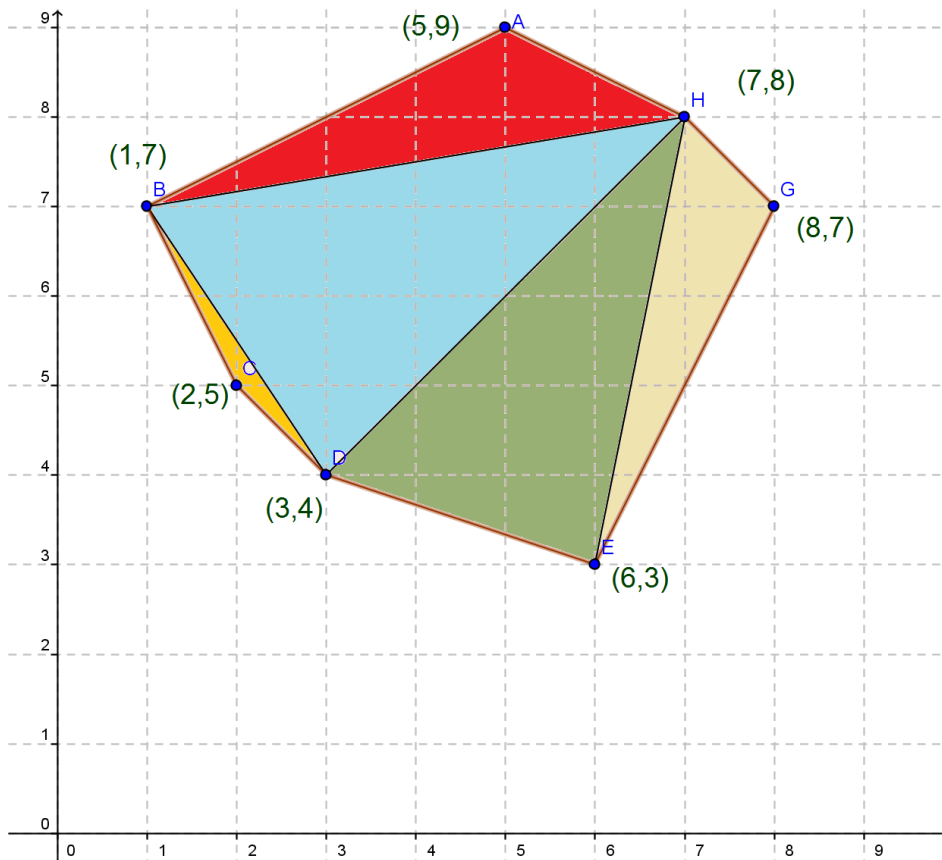
$$\langle B, E \rangle = \sqrt{(6-3)^2 + (3-7)^2} = 5.00$$

$$\langle B, D \rangle = \sqrt{(3-3)^2 + (2-7)^2} = 5.00$$

$$15.09 + \quad \quad \quad$$

Peso de la
triangulación del
polígono

Polígono 2



Nuestro polígono se compone de los siguientes pesos:

Polígono 1:

$$\langle B, H \rangle = \sqrt{(7-1)^2 + (8-7)^2} = 6,08$$

$$\langle B, D \rangle = \sqrt{(3-1)^2 + (4-7)^2} = 3,61$$

$$\langle D, H \rangle = \sqrt{(7-3)^2 + (8-4)^2} = 5,66$$

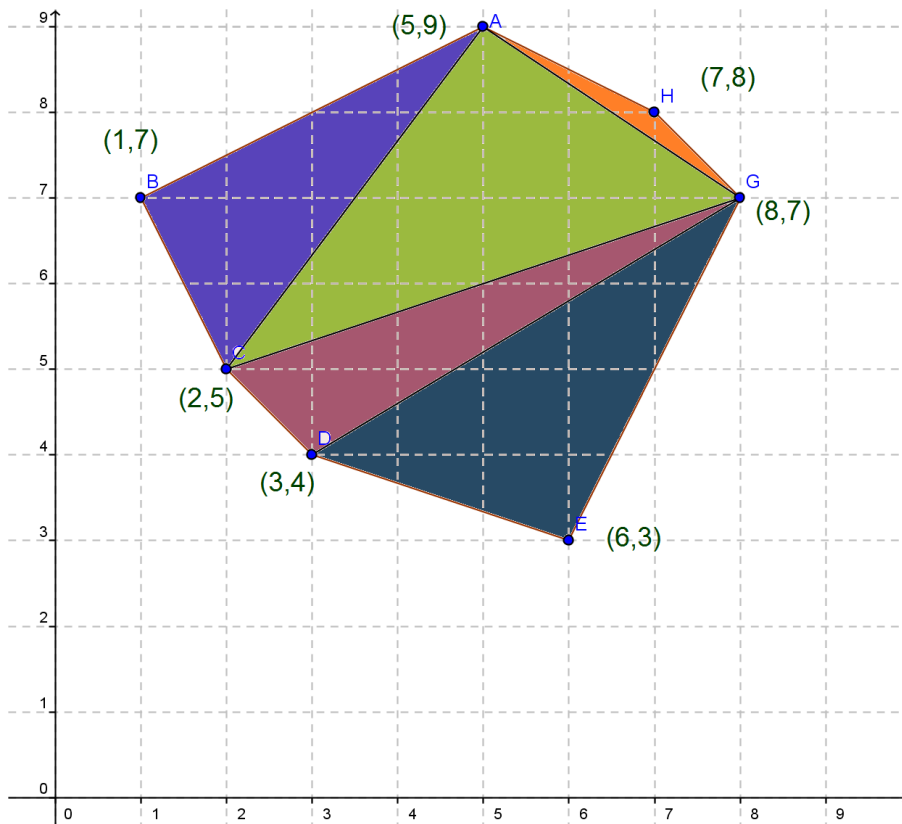
$$\langle E, H \rangle = \sqrt{(7-6)^2 + (8-3)^2} = 5,10$$

20,45



Peso de la
triangulación del
polígono

Polígono 2.1



Nuestro polígono se compone de los siguientes pesos:

Polígono 1:

$$\langle A, G \rangle = \sqrt{(8-5)^2 + (7-9)^2} = 3.61$$

$$\langle A, C \rangle = \sqrt{(2-5)^2 + (5-9)^2} = 5.00$$

$$\langle C, G \rangle = \sqrt{(8-2)^2 + (7-5)^2} = 6.32$$

$$\langle D, G \rangle = \sqrt{(8-3)^2 + (7-4)^2} = 5.83$$

20.76



Peso de la
triangulación del
polígono

2.

Sea P_{1n} el problema de la triangulación minimal del polígono P con todos los vértices desde V_1 hasta V_n , se caracteriza la estructura de una solución óptima, es decir, se indica cómo la solución óptima está compuesta de otras soluciones óptimas.

Estructura de la solución óptima:

La solución óptima está compuesta por soluciones de la forma $S(i,s)$ este es un subproblema de tamaño s partiendo del vértice $V(i)$, es decir el problema de triangulación minimal del polígono formado por los s vértices que comienzan en $V(i)$ y siguen en el sentido de las agujas del reloj ($V(i), V(i+1), \dots, V(i+(s-1))$), contando con la cuerda ($V(i), V(i+(s-1))$)

Ahora para triangular el polígono $S(i,s)$ vamos tomando el vértice siguiente a $V(i)$ para formar el triángulo con vértices $V(i)$, $V(i+(s-1))$ y $V(i+1)$. Y queda el subproblema $S(i+1, s-1)$ ya que como se desplazó desde el vértice inicial en una unidad el tamaño del subproblema disminuye en 1 ($s-1$). Esto se repite tomando el siguiente vértice hasta llegar al número de iteraciones $(s-2)$

Si se denota $C(i,s)$ el costo de la triangulación $S(i,s)$ se obtiene la siguiente relación recursiva

$$C(i,s) = \min \{ C(i, k+1) + C(i+k, s-k) + \text{Distancia}(V(i), V(i+k)) + \text{Distancia}(V(i+k), V(i+(s-1))) \}$$

Donde $1 \leq k \leq s-2$
 $0 \leq i \leq n-1$
 $4 \leq s \leq n-1$

Donde Distancia es la longitud de la cuerda los vértices $V(x)$ y $V(y)$ teniendo en cuenta que no se toman los vértices adyacentes.

Los Costos $(i,s)=0$ si $2 \leq s < 4$ para cualquier vértice i .

3. Definir recursivamente el valor de una solución óptima

Lleve a cabo la definición del valor de cada solución óptima en función del valor de subsoluciones óptimas. Utilice uno de los ejemplos planteados por usted en el punto 1. y explique cómo se va llenando la estructura de datos (una matriz, p.e.) definida por usted para almacenar los valores de las soluciones de los subproblemas hasta llegar al valor de la solución óptima.

7	18.42	0	0	0	0	0	0
6	14.82	14.36	14.16	14.82	14.68	14.59	14.64
5	8.99	9.43	9.57	9.43	9.68	8.60	8.99
4	3.6	3.6	4.47	5.09	3.60	3.60	5.0
3	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0	0	0
	I=0	1	2	3	4	5	6

$$C(i,s)=\text{menor}\{C(i, k+1)+C(i+k, s-k)+\text{Distacia}(V(i), V(i+k))+\text{Distancia}(V(i+k), V(i+(s-1))))\}$$

Donde $1 \leq k \leq s-2$

$$0 \leq i \leq n-1$$

$$4 \leq s \leq n-1$$

Para Costo minimo entre $0 \leq i \leq n-1$ y un $2 \leq s < 4$ los valores son 0 ya estos son casos triviales.

$C(0,4)$

Para $k=1$ hasta $k=s-2$, $i=0$, $s=4$

$$\text{Para } C(0,4)=\text{minimo}\{C(0,2)+C(1,3)+\text{distancia}(V(0), V(1))+\text{distancia}(V(1), V(3)), \\ C(0,3)+C(2,2)+\text{distancia}(V(0),V(2))+\text{distancia}(V(2), V(3))\}$$

$C(0,2)=0$ ya que es un caso trivial al cual no se le puede hacer triangulación por que solo consta de dos vértices.

$C(1,3)=0$ ya que es un caso trivial y solo se puede hacer una triangulación con los tres vértices iniciando en el vértice 1.

$\text{distancia}(V(0), V(1))=0$ por que como son vértices adyacentes no se toma como una cuerda.

$$\text{distancia}(V(1), V(3))=\sqrt{(3-8)^2+(4-7)^2}= 3.6$$

$C(0,3)=0$ ya que es un caso trivial y solo se puede hacer una triangulación con los tres vértices iniciando en el vértice 0.

$C(2,2)=0$ ya que es un caso trivial al cual no se le puede hacer triangulación por que solo consta de dos vértices.

$$\text{distancia}(V(0), V(2))=\sqrt{(2-5)^2+(5-9)^2}= 5$$

$\text{distancia}(V(2), V(3))=0$ por que como son vértices adyacentes no se toma como una cuerda.

Siendo el mínimo entre $\{3.6 \text{ y } 5\}$ que es 3.6

De esta manera se va calculando cada celda que me representa los subproblemas posibles hasta llegar al problema de la triangulación de todos los vértices empezando desde el primer vértice.