L1

Tutorat – sélection d'exercices

Méthodologie en Sciences pour l'Ingénieur

Licence SPI, UFR SITEC, 2023-2024

Exercice 1 Mettre les nombres suivants sous forme algébrique et exponentielle.

a) $(2+5i)+(2-9i)$ **b)** $(i-3)(3+i)$ **c)** $(1-i)\overline{(1+i)}$ **d)** $(1+i)^3$

e) $-\dfrac{i\sqrt{2}}{1+i}$ **f)** $-\dfrac{4}{1+i\sqrt{3}}$ **g)** $\left(\dfrac{1+i}{2-i}\right)^2 - \dfrac{6}{25}i$ **h)** $\dfrac{(1+i\sqrt{3})^3}{(1-i)^5}$

i) $z_1 = 4\mathrm{e}^{i\frac{\pi}{4}}$ **j)** $z_2 = -2\mathrm{e}^{i\frac{2\pi}{3}}$ **k)** $z_3 = 3i\mathrm{e}^{i\frac{\pi}{6}}$ **l)** $\dfrac{z_1 z_2}{z_3}$

Exercice 2 Résoudre l'équation $z^4 = 1$. Représenter graphiquement les solutions.

Exercice 3

Soit A, B et C trois points du plan d'affixes respectives $a = 2+3i$, $b = 4-i$ et $c = 10+2i$.

a) Représenter le triangle ABC.

b) Calculer $b-a$, $c-b$ et $a-c$ puis leur module.

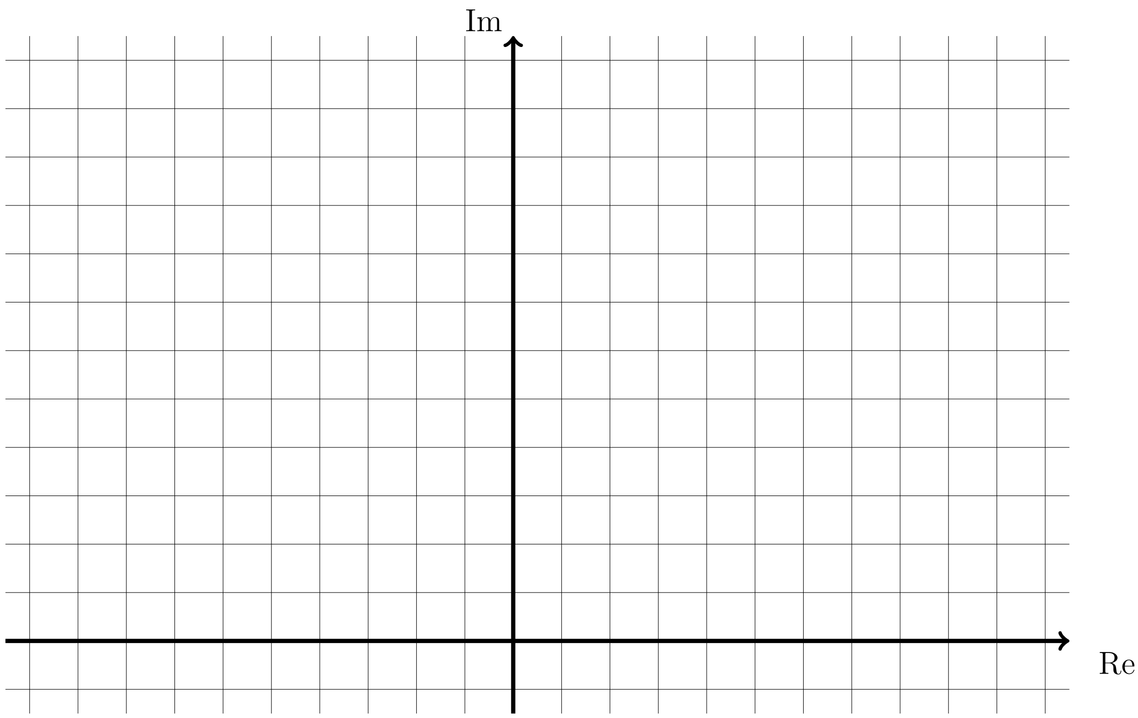
c) En déduire que le triangle ABC est rectangle en B.

Répondre aux questions suivantes pour les transformations du plan proposées :

$$f_1(z) = \overline{-z} \quad f_2(z) = iz \quad f_3(z) = (1+i)z$$

d) Construire l'image du triangle ABC par la transformation f.

e) Déterminer le module et l'argument de $f(z)$ en fonction de ceux de z.
De quelle similitude s'agit-il ? Si ce n'est pas une similitude élémentaire, la décrire géométriquement.



Exercice 4 Montrer les identités suivantes :

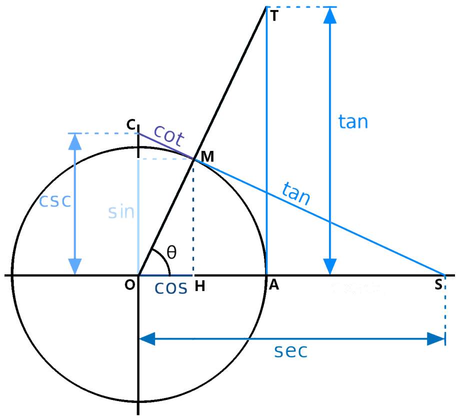
a) $\cos^2(x) + \sin^2(x) = 1$

b) $\cos(2x) = 2\cos^2(x) - 1$

c) $\cos(2x) = 1 - 2\sin^2(x)$

d) $\sin(2x) = 2\sin(x)\cos(x)$

Sur le modèle, exprimer $\sin(3x)$ en fonction de $\sin(x)$ et $\cos(2x)$.



Exercice 5 La tangente en M au cercle trigonométrique coupe l'axe horizontal au point S d'abscisse $x = \sec\theta$ (sécante de θ).
Elle coupe l'axe vertical au point C d'ordonnée $y = \csc\theta$ (cosécante de θ).
Enfin, on définit $\cot\theta$ par la longueur MC.

a) Exprimer le sinus de θ dans les triangles OMS et OAT.
En déduire la valeur de $\sec\theta$.

b) Montrer que $(\overrightarrow{CO}, \overrightarrow{CS}) = \theta$.
En déduire la valeur de $\csc\theta$ et $\cot\theta$.

Exercice 6

Soit $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs non nuls du plan. Soit $\vec{A} = (1, 4, 8)$ et $\vec{B} = (2, 6, 3)$.

a) $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont orthogonaux lorsque

- ☐ $\vec{u} \cdot \vec{v} = 1$
- ☐ $\vec{u} \cdot \vec{v} = \vec{0}$
- ☐ l'angle $(\vec{u}, \vec{v})$ est aigu
- ☐ $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$
- ☐ l'angle $(\vec{u}, \vec{v})$ est obtus

b) Le produit scalaire de $\vec{A}$ et $\vec{B}$ vaut

- ☐ -25
- ☐ 25
- ☐ $\sqrt{50}$
- ☐ 68
- ☐ 50

c) L'angle $(\vec{A}, \vec{B})$ vaut

- ☐ $\sin(50°)$
- ☐ $0.56\,\mathrm{rad}$
- ☐ $\arccos(50/63)$
- ☐ $\arcsin(50/63)$
- ☐ π

d) Soit $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ une base orthonormée directe. Le produit vectoriel $\vec{j} \wedge \vec{k}$ vaut

- ☐ $\vec{i}$
- ☐ -1
- ☐ 0
- ☐ $-\vec{i}$
- ☐ $\vec{j}$

e) Le produit vectoriel de $\vec{A}$ et $\vec{B}$ vaut

- ☐ $(-36, 13, -2)$
- ☐ $(-2, -36, -13)$
- ☐ $(2, 24, 24)$
- ☐ $(-36, -13, -2)$
- ☐ 50

f) Le vecteur unitaire porté par $\vec{B}$ est :

- ☐ $(1, 3, 3/2)$
- ☐ $(2/3, 2, 1)$
- ☐ $(2/7, 6/7, 2/7)$
- ☐ $(1/3, 1, 1/2)$
- ☐ $2/7\,\vec{i} + 6/7\,\vec{j} + 3/7\,\vec{k}$