

Lista de exercícios 4 (Algoritmos gulosos)
Cana

Questão 1. No problema da pilha de caixas são dadas n caixas. Cada caixa possui peso e quantidade de objetos atribuídos a ela. O problema consiste em construir uma pilha P com todas as caixas, de modo a minimizar o esforço. Para uma pilha P com as n caixas, considere C_1 a caixa do topo da pilha, C_n a caixa na posição mais baixa, e p_i, k_i o peso e a quantidade de objetos da caixa C_i na i -ésima posição à partir do topo, respectivamente. O esforço da pilha é calculado como $esforo(P) = \sum_{j=1}^n (k_j \times (\sum_{i=1}^j p_i))$ (k_j é a quantidade de objetos na caixa j e o somatório interno representa a soma dos pesos das caixas acima da caixa j). Proponha um algoritmo guloso para resolver este problema, isto é, que descreva qual critério deve ser utilizado para empilhar as todas as caixas, de modo a minimizar o esforço da pila. Mostre que seu algoritmo encontra uma solução ótima.

Questão 2. Em um torneio de duplas mistas de tênis, participam n mulheres com índices m_1, m_2, \dots, m_n (ordenados) e n homens com índices h_1, h_2, \dots, h_n (ordenados). O índice do time $t_k = (m_i, h_j)$ é definido por $I(t_k) = \frac{m_i + h_j}{2}$. Proponha um algoritmo para formar times equilibrados, de forma a minimizar a função $\max_k I(t_k) - \min_k I(t_k)$. Prove que o seu algoritmo encontra uma solução ótima para o problema.

Questão 3. Suponha que você pegou n livros emprestados na biblioteca para estudar para as provas finais, mas ainda não leu nenhum deles. Os livros deveriam ter sido devolvidos ontem, e a biblioteca cobra taxa de R\$ 1,00 por dia de atraso de cada livro. Para cada livro j , você planeja que precisará de t_j dias para estudar o seu conteúdo. Assuma que apenas um livro é utilizado de cada vez, e que ele é imediatamente devolvido quando não é mais necessário. Descreva um algoritmo guloso para determinar a ordem em que os livros devem ser estudados, de modo a minimizar o total de taxas pago à biblioteca. Aplique o seu algoritmo a um exemplo interessante. Argumente porque o seu algoritmo funciona corretamente.

Questão 4. Seja $1, \dots, n$ um conjunto de tarefas. Cada tarefa consome um dia de trabalho; durante um dia de trabalho somente uma das tarefas pode ser executada. Os dias de trabalho são numerados de 1 a n . A cada tarefa T está associado um prazo P_T : a tarefa deveria ser executada em algum dia do intervalo $1, \dots, P_T$. A cada tarefa T está associada uma multa não-negativa M_T . Se uma dada tarefa T é executada depois do prazo P_T , sou obrigado a pagar a multa M_T (mas a multa não depende do número de dias de atraso). Problema: Programar as tarefas (ou seja, estabelecer uma bijeção entre as tarefas e os dias de trabalho) de modo a minimizar a multa total. Escreva um algoritmo guloso para resolver o problema e argumente porque ele é correto.

Questão 5. Considere o problema da seleção de atividades visto em sala. Suponha que, em vez de sempre selecionar a primeira atividade a terminar, selecionemos a última atividade a começar que seja compatível com todas as atividades selecionadas anteriormente. Descreva como essa abordagem é um algoritmo guloso e prove que ela produz uma solução ótima.

Questão 6. Suponha que temos um conjunto de atividades para programar entre um grande número de salas de conferência. Desejamos programar todas as atividades usando o menor número possível de salas de conferências. Dê um algoritmo guloso eficiente para determinar qual atividade deve usar cada sala de conferências. Argumente porque o seu algoritmo é correto.