

1. Encuentre núcleo, una base del núcleo, nulidad, recorrido, una base para el recorrido y rango de la siguiente transformación lineal:

$$T: \mathbb{R} \rightarrow P_3; T(a) = a + ax + ax^2 + ax^3$$

$$a) \text{ nu}T = \{a \in \mathbb{R} : T(a) = 0_{P_3}\}$$

$$T(a) = a + ax + ax^2 + ax^3 = 0 + 0x + 0x^2 + 0x^3 \Rightarrow a = 0$$

$$\therefore \text{nu}T = \{0\}, \quad \nu(T) = 0.$$

$$n = \nu(T) + \rho(T)$$

$$1 = 0 + \rho(T) \Rightarrow \rho(T) = 1$$

$$b) \text{ Rec}T = \{p(x) \in P_3 : p(x) = T(b), b \in \mathbb{R}\}$$

$$p(x) = b + bx + bx^2 + bx^3 = a + ax + ax^2 + ax^3 \Rightarrow \text{Rec}T = \{b + bx + bx^2 + bx^3; b \in \mathbb{R}\}$$

$$B_{\text{Rec}T} = \{1 + x + x^2 + x^3\}$$

$$\rho(T) = 1$$