Clase 04-12-20

domingo, 3 de noviembre de 2019 02:40 p. m.

Sean $A=\begin{bmatrix}1 & 4\\ -2 & -2\\ 0 & -8\end{bmatrix}$, $B=\begin{bmatrix}-4 & 7\\ 0 & 1\\ 8 & -3\end{bmatrix}$, $C=\begin{bmatrix}5 & -9\\ 3 & 0\\ 6 & 1\end{bmatrix}$

→ 40) Encuentre una matriz D tal que 2A + B − D es la matriz cero de 3x2

$$2A+B-D=[0]_{3\times 2}$$

$$\begin{bmatrix}2 & 8\\ -4 & -4\\ 0 & -16\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}-4 & 7\\ 0 & 1\\ 8 & -3\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}d_{11} & d_{12}\\ d_{21} & d_{22}\\ d_{31} & d_{32}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\\ 0 & 0\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}-2 & 15\\ -4 & -3\\ 8 & -19\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}d_{11} & d_{12}\\ d_{21} & d_{22}\\ d_{31} & d_{32}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\\ 0 & 0\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}-2 & 15\\ 4 & -3\\ 8 & -19\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}d_{11} & d_{12}\\ d_{21} & d_{22}\\ d_{31} & d_{32}\end{bmatrix}$$

$$\therefore D=\begin{bmatrix}-2 & 15\\ -4 & -3\\ 8 & -19\end{bmatrix}$$

44) Dadas $A=\begin{bmatrix}1 & -1\\ 2 & 3\end{bmatrix}$ y $B=\begin{bmatrix}-1 & 0\\ 2 & 3\end{bmatrix}$, resuelva la siguiente ecuación para X:

$$3(2A+B+X)=5(X-A+B)$$

Solución:

$$6A+3B+3X=5X-5A+5B$$

$$6A+3B+5A-5B=5X-3X$$

$$11A-2B=2X$$

no hay división entre matrices

$$\frac{11A-2B}{2}=X$$

$$X=\frac{11A-2B}{2}=\frac{1}{2}\left\{\begin{bmatrix}11 & -11\\ 22 & 33\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}-2 & 0\\ 4 & 6\end{bmatrix}\right\}$$

$$X=\frac{1}{2}\begin{bmatrix}13 & -11\\ 18 & 27\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}13/2 & -11/2\\ 9 & 27/2\end{bmatrix}$$

Tarea probs 41, 42, 43, 46-58, pp 59, 60

Sean:

$A=\begin{bmatrix}1 & -3 & 6\\ 4 & 1 & -6\\ 7 & 9 & 2\end{bmatrix}$, $B=\begin{bmatrix}-2 & 5 & -9\\ 3 & -4 & 1\\ -1 & -4 & -6\end{bmatrix}$, $C=\begin{bmatrix}7 & 4 & 2\\ -5 & -2 & -2\\ 1 & 5 & 7\end{bmatrix}$

Obtener:

53) $4C-2B+3A$

$$4C-2B+3A = 4\begin{bmatrix} 7 & 4 & 2 \\ -5 & -2 & -2 \\ 1 & 5 & 7 \end{bmatrix} - 2\begin{bmatrix} -2 & 5 & -9 \\ 3 & -4 & 1 \\ -1 & -4 & -6 \end{bmatrix} + 3\begin{bmatrix} 1 & -3 & 6 \\ 4 & 1 & -6 \\ 7 & 9 & 2 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 28 & 16 & 8 \\ -20 & -8 & -8 \\ 4 & 20 & 28 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 4 & -10 & 18 \\ -6 & 8 & -2 \\ 2 & 8 & 12 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 & -9 & 18 \\ 12 & 3 & -18 \\ 21 & 27 & 6 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 35 & -3 & 44 \\ -14 & 3 & -28 \\ 27 & 55 & 46 \end{bmatrix}$$

Propiedades de la suma de matrices y el producto de matrices por escalares

Sean A, B y C tres matrices de $m \times n$ y sean α y β dos escalares. Entonces:

1) $A + [0]_{m\times n} = A$

2) $0A = [0]$ escalar cero → matriz cero

3) $A+B = B+A$ Ley conmutativa para la suma de matrices

4) $(A+B)+C = A+(B+C)$ Ley Asociativa para la suma de matrices.

5) $\alpha(A+B) = \alpha A + \alpha B$ Ley distributiva para la multiplicación por un escalar.

6) $1A = A$

7) $(\alpha+\beta)A = \alpha A + \beta A$

Ver ejemplo 2.1.8 Grossman pag 53; Autoevaluación pp. 55-56

Demostración Propiedad 1 (Forma extendida)

1) $A + [0]_{m\times n} = A$

$$A + [0]_{m\times n} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & & 0 \end{bmatrix}_{m\times n}$$ Sustitución

$$= \begin{bmatrix} a_{11}+0 & a_{12}+0 & \cdots & a_{1n}+0 \\ a_{21}+0 & a_{22}+0 & \cdots & a_{2n}+0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1}+0 & a_{m2}+0 & \cdots & a_{mn}+0 \end{bmatrix}$$ Por suma de matrices Def. 48

$$= \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ \cdots \end{bmatrix}$$ todo número sumado con cero

$$= \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & & a_{mn} \end{bmatrix}$$ todo número sumado con cero da por resultado el mismo número

$= A$ LQQD.

Demostración Propiedad 3 (Forma extendida)

3) $A+B=B+A$

Miembro izquierdo:

$$A+B = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & \cdots & b_{1n} \\ b_{21} & b_{22} & \cdots & b_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ b_{m1} & b_{m2} & \cdots & b_{mn} \end{bmatrix}$$ Por sustitución

$$= \begin{bmatrix} a_{11}+b_{11} & a_{12}+b_{12} & \cdots & a_{1n}+b_{1n} \\ a_{21}+b_{21} & a_{22}+b_{22} & \cdots & a_{2n}+b_{2n} \\ \vdots & & & \vdots \\ a_{m1}+b_{m1} & a_{m2}+b_{m2} & \cdots & a_{mn}+b_{mn} \end{bmatrix}$$ Por suma de matrices Def. 48

$$= \begin{bmatrix} b_{11}+a_{11} & b_{12}+a_{12} & \cdots & b_{1n}+a_{1n} \\ b_{21}+a_{21} & b_{22}+a_{22} & \cdots & b_{2n}+a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ b_{m1}+a_{m1} & b_{m2}+a_{m2} & \cdots & b_{mn}+a_{mn} \end{bmatrix}$$ Por conmutatividad en $\mathbb{R}$

$$= \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & \cdots & b_{1n} \\ b_{21} & b_{22} & \cdots & b_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ b_{m1} & b_{m2} & \cdots & b_{mn} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}$$ Por suma de matrices Def. 48

$= B + A$ L.Q.Q.D.

Demostración Prop. 3 (Forma compacta)

3) $A+B=B+A$

Sean $A=[a_{ij}]_{m\times n}$ y $B=[b_{ij}]_{m\times n}$; Entonces trabajando con el miembro izquierdo de 3):

$A+B=[a_{ij}]+[b_{ij}]$ Sustitución

$=[a_{ij}+b_{ij}]$ por Suma de matrices Def 48

$= [b_{ij} + a_{ij}]$ por conmutatividad en $\mathbb{K}$

$= [b_{ij}] + [a_{ij}]$ por suma de matrices Def. 48

$= B + A$ L.Q.Q.D.