

## ÁLGEBRA SUPERIOR : EXAMEN EXTRAORDINARIO : SEMESTRE 2015-2

1. Determinar, por inducción, si la proposición es o no es verdadera para toda  $x \in \mathbb{R}$  y para toda  $n \in \mathbb{N}$ :

$$x + 2x + 3x + \cdots + nx = \frac{n(n+1)}{2}x$$

2. Obtener todos los valores de  $z$  que satisfacen la ecuación:

$$\frac{z}{z-2} \left( \frac{2(\cos 60^\circ + i \sin 60^\circ)}{-5 - 5\sqrt{3}i} + \frac{4}{5} e^{\pi i} \right) = z^2$$

3. Obtener todas las raíces del polinomio:

$$p(x) = x^4 + 4x^3 + 8x^2 + 8x + 4$$

sabiendo que  $p(-1 + i) = 0$

4. Obtener la matriz  $X$  que satisface la ecuación:

$$3(C + 2D^T) = AX$$

$$\text{donde } A = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 6 & 1 & 0 \\ -3 & -1 & p \end{bmatrix} \text{ con } p \neq 0; \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}; \quad D = \begin{bmatrix} -2 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & -1 \end{bmatrix}$$

5. Obtener los valores de  $\beta$  necesarios para que el sistema: a) tenga solución única, b) tenga infinidad de soluciones, y c) no tenga solución:

$$\begin{aligned} 2x + y - 4z + w &= 0 \\ x + 5y + \beta z - w &= 0 \\ 3y + 2w &= 0 \\ -x - y + 2z + w &= 0 \end{aligned}$$