1.

Combinación lineal:

$$C_1\begin{bmatrix}2 & -1\\4 & 0\end{bmatrix}+C_2\begin{bmatrix}0 & -3\\1 & 5\end{bmatrix}+C_3\begin{bmatrix}4 & 1\\7 & -5\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0 & 0\\0 & 0\end{bmatrix}$$

Realizando operaciones:

$$\begin{bmatrix}2C_1+4C_3 & -C_1-3C_2+C_3\\4C_1+C_2+7C_3 & 5C_2-5C_3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0 & 0\\0 & 0\end{bmatrix}$$

Sistema de ecuaciones:

$2C_1+4C_3=0$

$-C_1-3C_2+C_3=0$

$4C_1+C_2+7C_3=0$

$5C_2-5C_3=0$

Representación matricial:

$$\begin{bmatrix}2 & 0 & 4\\-1 & -3 & 1\\4 & 1 & 7\\0 & 5 & -5\end{bmatrix}\begin{bmatrix}C_1\\C_2\\C_3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0\\0\\0\end{bmatrix}$$

Solución por Gauss-Jordan:

$$\left[\begin{array}{ccc|c}2 & 0 & 4 & 0\\-1 & -3 & 1 & 0\\4 & 1 & 7 & 0\\0 & 5 & -5 & 0\end{array}\right]\rightarrow\left[\begin{array}{ccc|c}1 & 3 & -1 & 0\\2 & 0 & 4 & 0\\4 & 1 & 7 & 0\\0 & 5 & -5 & 0\end{array}\right]\rightarrow\left[\begin{array}{ccc|c}1 & 3 & -1 & 0\\0 & -6 & 6 & 0\\0 & -11 & 11 & 0\\0 & 5 & -5 & 0\end{array}\right]\rightarrow\left[\begin{array}{ccc|c}1 & 3 & -1 & 0\\0 & -6 & 6 & 0\\0 & -11 & 11 & 0\\0 & 5 & -5 & 0\end{array}\right]\rightarrow\left[\begin{array}{ccc|c}1 & 3 & -1 & 0\\0 & 1 & -1 & 0\\0 & -11 & 11 & 0\\0 & 5 & -5 & 0\end{array}\right]\rightarrow$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c}1 & 0 & 2 & 0\\0 & 1 & -1 & 0\\0 & 0 & 0 & 0\\0 & 0 & 0 & 0\end{array}\right]\rightarrow\begin{array}{c}C_1=-2C_3\\C_2=C_3\\C_3\in\mathbb{R}\end{array}$$

$\Rightarrow$ Conclusión: Las matrices son linealmente dependientes.

60 ptos.

2. Sea el conjunto de vectores $S=\left\{\overline{v_1},\overline{v_2},\overline{v_3},...,\overline{v_n}\right\}$ un conjunto linealmente independiente.

Hipótesis: $C_1=C_2=C_3=\ldots=C_n=0$

Sea el conjunto $L=\left\{\overline{v_1},\overline{v_1},...,\overline{v_k}\right\}$, un subconjunto de S, donde $k\leq n$

De la definición de independencia lineal: $C_1\overline{v_1}+C_2\overline{v_2}+\ldots+C_k\overline{v_k}=0$

Al ser $k\leq n$ se cumple que $C_k=0$. Por tanto, se demuestra que el conjunto de vectores L es linealmente independiente.

40 ptos.