Solución Quiz 5 07-05-21

$T:\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2;\ T(x,y) = \left(x,\ \frac{x}{y}\right)$

Solución

Sean $\bar{u},\ \bar{v}\ \in\ \mathbb{R}^2$ y $\alpha \in \mathbb{R}$.

1) $T\left(\bar{u}+\bar{v}\right) = T\left(\bar{u}\right) + T\left(\bar{v}\right) \qquad (1)$

Trabajando con el miembro izquierdo de (1):

$T\left(\bar{u}+\bar{v}\right) = T\left[(x_1, y_1) + (x_2, y_2)\right]$ Sustitución

$= T(x_1 + x_2, y_1 + y_2)$ Suma de vectores

$= \left(x_1 + x_2,\ \frac{x_1 + x_2}{y_1 + y_2}\right)$ aplicando la transformación

Trabajando con el miembro derecho de (1):

$T\left(\bar{u}\right) + T\left(\bar{v}\right) = T(x_1, y_1) + T(x_2, y_2)$ sustitución

$= \left(x_1,\ \frac{x_1}{y_1}\right) + \left(x_2,\ \frac{x_2}{y_2}\right)$ aplicando la transformación

$= \left(x_1 + x_2,\ \frac{x_1}{y_1} + \frac{x_2}{y_2}\right)$ suma de vectores

$= \left(x_1 + x_2,\ \frac{x_1 y_2 + x_2 y_1}{y_1 y_2}\right)$ realizando operaciones

Por lo tanto, $T\left(\bar{u}+\bar{v}\right) \neq T\left(\bar{u}\right) + T\left(\bar{v}\right)$, y T no es lineal.

2) $\alpha T\left(\bar{u}\right) = T\left(\alpha \bar{u}\right) \qquad (2)$

Trabajando con el miembro izquierdo de (2):

$\alpha T\left(\bar{u}\right) = \alpha T(x_1, y_1)$ sustitución

$= \alpha\left(x_1,\ \frac{x_1}{y_1}\right)$ aplicando la transformación

$= \left(\alpha x_1, \frac{\alpha x_1}{y_1}\right)$ producto de vector por escalar

Trabajando con el miembro derecho de (2):

$T\left(\alpha \bar{u}\right) = T\left[\alpha\left(x_{1,} y_1\right)\right]$ sustitución

$= T(\alpha x_1, \alpha y_1)$ producto de vector por escalar

$= \left(\alpha x_1, \frac{\alpha x_1}{\alpha y_1}\right)$ aplicando la transformación

$= \left(\alpha x_1, \frac{x_1}{y_1}\right)$ realizando operaciones

Por lo tanto, $\alpha T\left(\bar{u}\right) \neq T\left(\alpha \bar{u}\right)$, y se confirma que T no es lineal.