

25.- Determine para qué valores de K el sistema:

$$2x - y - kz = 0$$

$$x - y - 2z = 1$$

$$-x + 2z = k$$

a) tiene solución única

b) tiene un número infinito de soluciones

c) no tiene solución

Solución

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 2 & -1 & -k & 0 \\ 1 & -1 & -2 & 1 \\ -1 & 0 & 2 & k \end{array} \right] \xrightarrow{R_1 \leftrightarrow R_3} \left[\begin{array}{ccc|c} -1 & 0 & 2 & k \\ 1 & -1 & -2 & 1 \\ 2 & -1 & -k & 0 \end{array} \right] \xrightarrow{R_1 \rightarrow -R_1} \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & -2 & -k \\ 1 & -1 & -2 & 1 \\ 2 & -1 & -k & 0 \end{array} \right] \xrightarrow{\begin{array}{l} R_2 \rightarrow R_2 - R_1 \\ R_3 \rightarrow R_3 - 2R_1 \end{array}} \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & -2 & -k \\ 0 & -1 & 0 & 1+k \\ 0 & -1 & -k+4 & 2k \end{array} \right] \xrightarrow{R_2 \rightarrow -R_2}$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & -2 & -k \\ 0 & 1 & 0 & -1-k \\ 0 & -1 & -k+4 & 2k \end{array} \right] \xrightarrow{R_3 \rightarrow R_3 + R_2} \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & -2 & -k \\ 0 & 1 & 0 & -1-k \\ 0 & 0 & -k+4 & k-1 \end{array} \right]$$

a) Sol. única: $k \neq 4$

b) infinitud de soluciones: no hay valor de K que cumpla esta condición.

c) no solución: $k = 4$

Definición 41 Rango de un Sistema o Rango de una matriz

La matriz de coeficientes aumentada de un sistema de ecuaciones es equivalente con la matriz que queda después de haber aplicado el proceso de reducción por renglones para obtener la FERR o la FER.

Por ejemplo, en el sistema:

$$2x_1 + 4x_2 + 6x_3 = 18$$

$$4x_1 + 5x_2 + 6x_3 = 24$$

$$3x_1 + x_2 - 2x_3 = 4$$

①

La matriz de coeficientes aumentada

$$A = \left[\begin{array}{ccc|c} 2 & 4 & 6 & 18 \\ 4 & 5 & 6 & 24 \\ 3 & 1 & -2 & 4 \end{array} \right]$$

Es equivalente con la matriz:

Es equivalente con la matriz:

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \end{array} \right]$$

Y el sistema ① es equivalente con el sistema:

$$x_1 = 4$$

$$x_2 = -2$$

$$x_3 = 3$$

ρ rho letra griega

El rango de un sistema o rango de una matriz, $\rho(A)$, es el número de 1's que se obtiene en la FERR o en la FER.

Para el ejemplo anterior: $\rho(A) = 3$

Si el sistema es de $m \times n$ (m ecuaciones con n incógnitas), obtendremos una matriz de coeficientes de m renglones por n columnas.

Si $\rho(A) = n$, tendremos solución única.

Si $\rho(A) < n$, tendremos infinitud de soluciones, o no tendremos solución.