Arquitectura y Programación de Computadores Cuánticos

Práctica 3 (Parte B): La QFT y sumadores cuánticos

Prof. Alberto A. del Barrio
Prof. Guillermo Botella

Índice

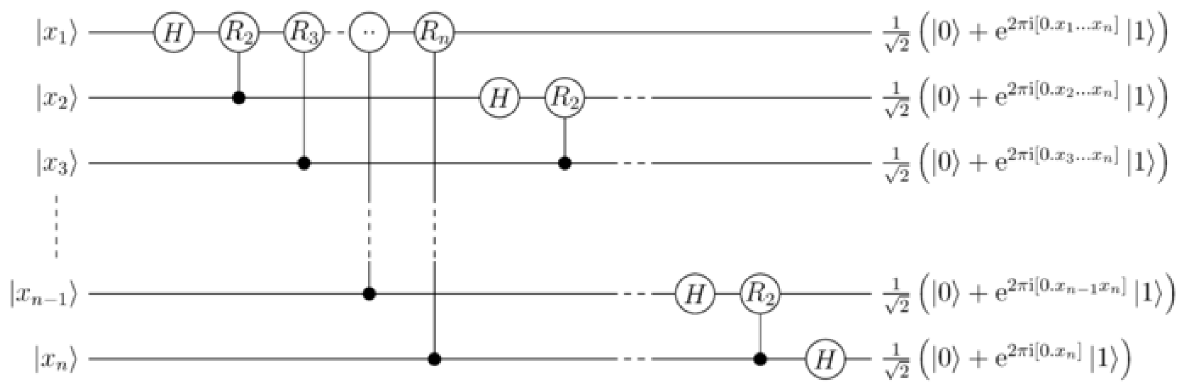

Figura 1: Esquema genérico de la QFT.

1. Objetivos

En esta práctica profundizaremos en la Transformada Cuántica de Fourier (*Quantum Fourier Transform*, **QFT**), que es fundamental para aplicar la *phase kickback*. Además, aprovecharemos el diseño de este componente para implementar un sumador cuántico. En concreto:

- Estudiaremos tanto la QFT como su versión aproximada, la *Approximate QFT* (AQFT).
- Diseñaremos un sumador cuántico basado en QFT.
- Nos familiarizaremos con el entorno de programación Cirq.

2. Transformada Cuántica de Fourier

La Transformada Cuántica de Fourier (QFT) es un método para trabajar en el dominio de la fase. Esto es muy beneficioso en Computación Cuántica, ya que permite aprovechar el fenómeno de la superposición, como vimos en la práctica anterior.

La Figura 1 muestra el esquema genérico para aplicar la QFT sobre n qubits. En primer lugar hay que aplicar una puerta Hadamard a todos los qubits y, a continuación, hay que aplicar rotaciones controladas. Dichas rotaciones controladas siguen la siguiente regla: el qubit x_i controla una rotación $R_{\pi/2^{i-j}}$ sobre el qubit objetivo x_{i-j}. Ha de notarse que en la Figura 1 se utiliza la notación R_m para referirse a una rotación controlada $R_{\pi/2^{m-1}}$. Es decir, $R_2 \equiv R_{\pi/2^1}$, $R_3 \equiv R_{\pi/2^2}$ y así sucesivamente.

2.1. Transformada Cuántica de Fourier Aproximada

Como se ha mencionado anteriormente, la QFT requiere realizar rotaciones controladas. El ángulo de rotación puede llegar a ser muy pequeño si tenemos muchos qubits de entrada,

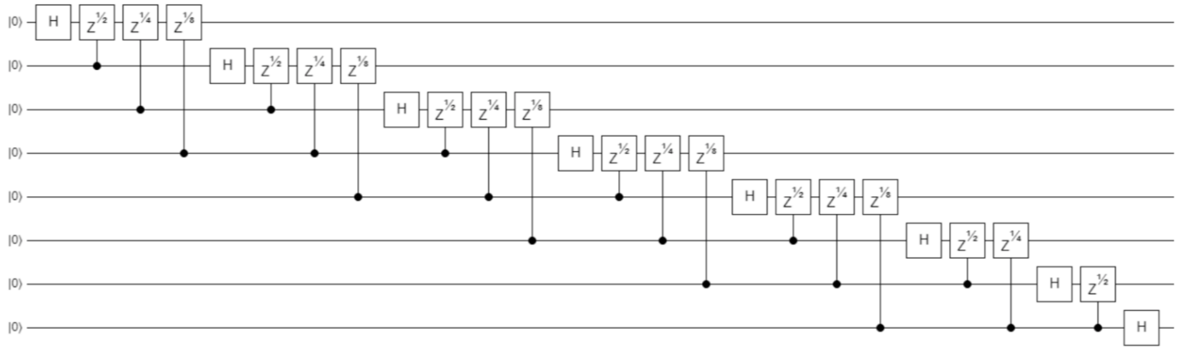

Figura 2: AQFT con 8 qubits de entrada y 3 rotaciones máximo.

por lo que controlar físicamente dichas rotaciones con precisión absoluta es muy complicado. Debido a que realmente estas rotaciones tan pequeñas no contribuyen en gran medida al resultado final, suele utilizarse la QFT aproximada (AQFT). Con la AQFT se permite un número máximo de rotaciones controladas, por ejemplo, tres, como en la Figura 2.

3. Sumador de Draper

Aunque actualmente los computadores cuánticos no siguen una arquitectura tipo Von Neumann, en la que hay una CPU que realiza operaciones, no es descartable que la haya en un futuro. En cualquier caso, el diseño de circuitos sencillos como los sumadores constituye una buena prueba de concepto.

A modo de ejemplo, en esta práctica trabajaremos con el sumador de Draper [1]. Dados los operandos de entrada A y B, de n qubits, la estrategia a seguir es acumular el resultado $A + B$ en uno de los operandos, por ejemplo A, y dejar intacto el otro. De esta manera, conservamos la reversibilidad en la salida. Dicho sumador se organiza en 3 módulos básicos:

- La QFT. Sin pérdida de la generalidad, se aplica la QFT sobre el operando A.
- La suma en el dominio de la fase. Esta etapa se realiza mediante rotaciones controladas, siguiendo la siguiente regla: dados $A = A_{n-1}A_{n-2}...A_1A_0$ y $B = B_{n-1}B_{n-2}...B_1B_0$, el qubit B_j controla una rotación sobre el qubit A_i con un ángulo de $\pi/2^{i-j}, \forall j, 0 \leq j \leq i$.
- La QFT inversa (QFT^{-1}). Al resultado de la etapa de suma se le aplica la QFT inversa, que es igual que la QFT, pero aplicando las puertas en el orden contrario que en la QFT.

La Figura 3 muestra un ejemplo para operandos de 2-qubits.

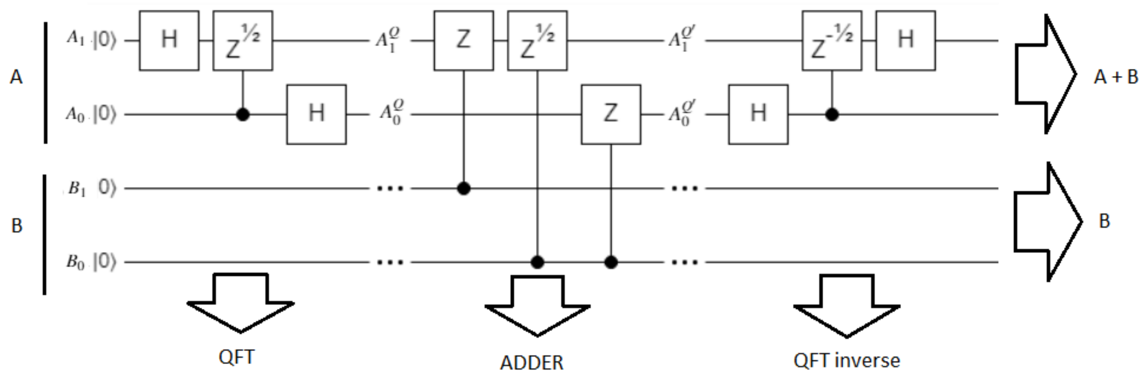

Figura 3: Sumador de Draper para 2 qubits.

4. Desarrollo de la práctica

En esta práctica 3 Parte B se proponen varios ejercicios.

Ejercicio 1. Implementar con Qiskit la QFT y la AQFT para 4 qubits.
La AQFT tendrá 2 rotaciones máximo. ¿Cómo demuestras que funciona? Mostrar y comentar resultados.

Ejercicio 2. Implementar con Qiskit el sumador de Draper para **operandos de entrada de 4 qubits** con la QFT y la AQFT. **La AQFT tendrá 2 rotaciones máximo**. Mostrar y comentar resultados.

Ejercicio 3. Repetir el *Ejercicio anterior*, realizando ejecuciones en backendsreales de IBM.

Entregables: los cuadernos de Jupyter o Colabs desarrollados, los cuales incluirán tanto los códigos desarrollados como comentarios y respuestas justificadas a los ejercicios propuestos.

Referencias

[1] Draper, T.G,, Addition on a Quantum Computer, `https://arxiv.org/abs/quant-ph/0008033`, Aug. 2000.