

Códigos y Criptografía (GIINF)

Practica Cifrado HILL



<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>e</i>	<i>f</i>	<i>g</i>	<i>h</i>	<i>i</i>	<i>j</i>	<i>k</i>	<i>l</i>	<i>m</i>	<i>n</i>
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
<i>ñ</i>	<i>o</i>	<i>p</i>	<i>q</i>	<i>r</i>	<i>s</i>	<i>t</i>	<i>u</i>	<i>v</i>	<i>w</i>	<i>x</i>	<i>y</i>	<i>z</i>	
14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	

1. Construir la matriz cuadrada de orden 2 asociada a la palabra 'H I L L', y con ella cifrar usando el método de cifrado Hill el mensaje 'probando'.

Matriz asociada a hill = $\begin{pmatrix} 7 & 8 \\ 11 & 11 \end{pmatrix}$ el determinante es -11 que en modulo 27 seria 16 que es primo relativo con 27, con lo cual es una matriz valida.

Pasando '**probando**' a número = [(16 18) (15 01) (00 13) (03 15)] , cogemos bloques del mismo tamaño de la matriz usada, en este caso de dos en dos elementos.

$Y_{bi} = M X_{bi}$, donde b_i es el bloque a cifrar.

$$b1 - \begin{pmatrix} 7 & 8 \\ 11 & 11 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 16 \\ 18 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 13 \\ 23 \end{pmatrix} \text{mod } 27$$

$$b2 - \begin{pmatrix} 7 & 8 \\ 11 & 11 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 15 \\ 01 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 14 \end{pmatrix} \text{mod } 27$$

$$b3 - \begin{pmatrix} 7 & 8 \\ 11 & 11 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 00 \\ 13 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 23 \\ 08 \end{pmatrix} \text{mod } 27$$

$$b4 - \begin{pmatrix} 7 & 8 \\ 11 & 11 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 03 \\ 15 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 06 \\ 09 \end{pmatrix} \text{mod } 27$$

Cifrado = [(13 23) (5 14) (23 08) (06 19)]

Cifrado a letra= "nwfnwigs"

2.¿Cuál de los siguientes vectores representa una permutación de S4 ?

- {1, 3, 2, 5, 4}, queda descartado por ser S5.
- {4, 4, 3, 1}, queda descartado, porque en una permutación de este tipo no puede haber repetición.
- {2, 5, 3, 1}, queda descartado , porque no existe el número 4 y se excede en S4.
- {**4, 1, 2, 3**}, **valido en S4.**

3.Escribir la matriz cuadrada asociada a la permutación del ejercicio anterior.

Al ser una matriz booleana el determinante sera 1 o -1 y sera mcd con cualquier modulo.

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

4.Volver a cifrar

Pasando 'probando' a número = [(16 18 15 01) (00 13 03 15)] , cogemos bloques del mismo del S4 usado en el ejercicio anterior.

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 16 \\ 18 \\ 15 \\ 01 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 16 \\ 18 \\ 15 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 00 \\ 13 \\ 03 \\ 15 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 15 \\ 0 \\ 13 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Cifrado = [(01 16 18 15) (15 00 13 03)]

Cifrado a letra= "bprooand"

5. Descifrar el texto cifrado obtenido en el apartado anterior con el cifrado de permutación.

NOTA: Sabemos lo que tiene que salir.

Para ello calculamos la inversa de la matriz de S4: $inverse \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

Multiplicamos la matriz inversa por los respectivos vectores.

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 16 \\ 18 \\ 15 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 16 \\ 18 \\ 15 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 15 \\ 0 \\ 13 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 13 \\ 3 \\ 15 \end{pmatrix}$$

El mensaje resultante en letra es [16 18 15 01 00 13 03 15], que significa **“probando”**.

6. Criptoanálisis del cifrado Hill del ejercicio 1. Es decir, conociendo el texto llano, el texto cifrado que hemos obtenido y el tamaño de los bloques $d = 2$, hallar la matriz M que se ha utilizado para el cifrado.

NOTA: De nuevo sabemos lo que tiene que salir.

$$b1 - \begin{matrix} \mathbf{M} \end{matrix} \begin{pmatrix} \mathbf{X} & \mathbf{Y} \\ \mathbf{Z} & \mathbf{W} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 16 \\ 18 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 13 \\ 23 \end{pmatrix} \text{mod } 27$$

$$b2 - \begin{matrix} \mathbf{M} \end{matrix} \begin{pmatrix} \mathbf{X} & \mathbf{Y} \\ \mathbf{Z} & \mathbf{W} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 15 \\ 01 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 14 \end{pmatrix} \text{mod } 27$$

$$b3 - \begin{matrix} \mathbf{M} \end{matrix} \begin{pmatrix} \mathbf{X} & \mathbf{Y} \\ \mathbf{Z} & \mathbf{W} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 00 \\ 13 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 23 \\ 08 \end{pmatrix} \text{mod } 27$$

$$b4 - \begin{matrix} \mathbf{M} \end{matrix} \begin{pmatrix} \mathbf{X} & \mathbf{Y} \\ \mathbf{Z} & \mathbf{W} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 03 \\ 15 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 06 \\ 09 \end{pmatrix} \text{mod } 27$$

Texto llano: **'probando'**

Texto cifrado: **'nwffñwigs'**

Tamaño: 2

Debemos de formar la ecuación: $Y * = X * Mt$, siendo:

- $Y *$: la matriz de d columnas formada por el mensaje cifrado escrito por filas.
- $X *$: la matriz de d columnas formada por el mensaje llano escrito por filas.
- Mt : la matriz traspuesta de la clave M . Es decir, una matriz cuadrada de orden d .

Pasando **'probando'** a número = [(16 18) (15 01) (00 13) (03 15)] = **'probando'**

Cifrado = [(13 23) (5 14) (23 08) (06 19)] = **'nwffñwigs'**

$$\begin{pmatrix} 13 & 23 \\ 5 & 14 \\ 23 & 8 \\ 6 & 19 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 16 & 18 \\ 15 & 1 \\ 0 & 13 \\ 3 & 15 \end{pmatrix} \cdot M^T$$

$$X = \begin{pmatrix} 16 & 18 \\ 15 & 1 \\ 0 & 13 \\ 3 & 15 \end{pmatrix} \quad \begin{array}{l} \textbf{Transformaciones} \\ \textbf{1) } F1 = F1 - F2 \\ \textbf{2) } F2 = F2 - 15F1 \\ \textbf{3) } F2 = F2 + 3F3 \\ \textbf{4) } F1 = F1 - 17F2 \end{array} \quad \longrightarrow \quad X = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 13 \\ 3 & 15 \end{pmatrix}$$

$$Y = \begin{pmatrix} 13 & 23 \\ 5 & 14 \\ 23 & 8 \\ 6 & 19 \end{pmatrix} \quad \begin{array}{l} \textbf{Transformaciones} \\ \textbf{1) } F1 = F1 - F2 \\ \textbf{2) } F2 = F2 - 15F1 \\ \textbf{3) } F2 = F2 + 3F3 \\ \textbf{4) } F1 = F1 - 17F2 \end{array} \quad \longrightarrow \quad Y = \begin{pmatrix} 7 & 11 \\ 8 & 11 \\ 23 & 8 \\ 6 & 19 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 7 & 11 \\ 8 & 11 \end{pmatrix}^T = \begin{pmatrix} 7 & 8 \\ 11 & 11 \end{pmatrix} \quad \textbf{Matriz M}$$

7. Ejercicio a mano

Re llena la columna central de esta tabla antes de hacer el programa con matlab

Texto claro	d=2 (orden de la matriz de cifrado)	criptograma
Holase 7,15, 11,0, 19, 4	TODO SE REALIZARÁ EN LAS DOS MATRICES	Vflvww 22,5, 11, 22,23, 23
Matriz A $\begin{pmatrix} 7 & 15 \\ 11 & 0 \\ 19 & 4 \end{pmatrix}$	$F_1 = -4F_1 \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 11 & 0 \\ 19 & 4 \end{pmatrix}$	Matriz B $\begin{pmatrix} 22 & 5 \\ 11 & 22 \\ 23 & 23 \end{pmatrix}$
$\begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 11 & 0 \\ 19 & 4 \end{pmatrix}$	$F_2 = F_2 - 11F_1$ $F_2 = F_2 - 19F_1$	$\begin{pmatrix} 7 & 20 \\ 11 & 22 \\ 23 & 23 \end{pmatrix}$
$\begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 0 & 15 \\ 0 & 25 \end{pmatrix}$	$F_1 \rightarrow F_1$	$\begin{pmatrix} 7 & 20 \\ 25 & 21 \\ 15 & 18 \end{pmatrix}$
$\begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 0 & 25 \\ 0 & 15 \end{pmatrix}$	$F_2 \rightarrow 12 F_2$	$\begin{pmatrix} 7 & 20 \\ 25 & 21 \\ 15 & 18 \end{pmatrix}$
$\begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 0 & 1 \\ 0 & 15 \end{pmatrix}$	$F_1 \rightarrow F_1 - 6F_2$ $F_2 \rightarrow F_2 - 15F_1$	$\begin{pmatrix} 7 & 20 \\ 1 & 3 \\ 15 & 18 \end{pmatrix}$
$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$	La matriz de cifrado es	$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$