



UCA

Universidad
de Cádiz

Cálculo de actuaciones puntuales de una aeronave

Mecánica del Vuelo

Álvaro Jiménez Melendo
Jose Luis Dugo Ortega

Índice

Índice de figuras	1
Índice de tablas	1
1. Introducción	2
2. Desarrollo	2
2.1. Implementación del archivo Simulink	2
2.1.1. Bloque motor	2
2.1.2. Bloque centrado	4
2.1.3. Bloque sumador	4
2.2. Cálculo de puntos de equilibrio y análisis de resultados	5
2.2.1. ¿Qué tendencia tiene V al variar h, siendo α y γ fijos?	5
2.2.2. ¿Qué tendencia tiene V al variar α , siendo h y γ fijos?	5
2.2.3. ¿Qué tendencia tiene k al variar γ , siendo h y α fijos?	6
2.2.4. ¿Son razonables las tendencias de V y k calculadas anteriormente?	6
2.3. Análisis del ángulo de ataque óptimo para actuaciones puntuales	6
2.4. Cálculo de trayectorias y análisis de los resultados	8

Índice de figuras

1. Modelo dinámico de la aeronave implementado en <i>Simulink</i>	2
2. Diagrama de bloques del subsistema motor	3
3. Diagrama de bloques del subsistema centrado	4
4. Diagrama de bloques del subsistema sumador	4
5. Combustible consumido para diferentes ángulos de ataque simulados	8

Índice de tablas

1. Puntos de equilibrio	5
2. Análisis del ángulo de ataque óptimo	7

1. Introducción

La finalidad de este informe es desarrollar un modelo dinámico para el estudio de una aeronave en vuelo rectilíneo en régimen subsónico ($M \leq 0.6$). Para realizar este estudio, se ha considerado el modelo de tres grados de libertad, el cual considera el movimiento solo dentro del plano vertical y no se consideran los giros y fuerzas laterales que producen movimiento fuera del plano. Las variables de entrada para este estudio serán la posición de la palanca de gases y la deflexión del estabilizador de cola.

2. Desarrollo

2.1. Implementación del archivo Simulink

El modelo a desarrollar se ha realizado a partir del modelo dinámico proporcionado a través del campus virtual de la asignatura y de los modelos implementados en las clases de prácticas de la asignatura, los cuales fueron, el bloque integrador 3DOF y el subsistema aerodinámica.

En la figura 1 se puede observar el modelo dinámico de la aeronave implementado en *Simulink*.

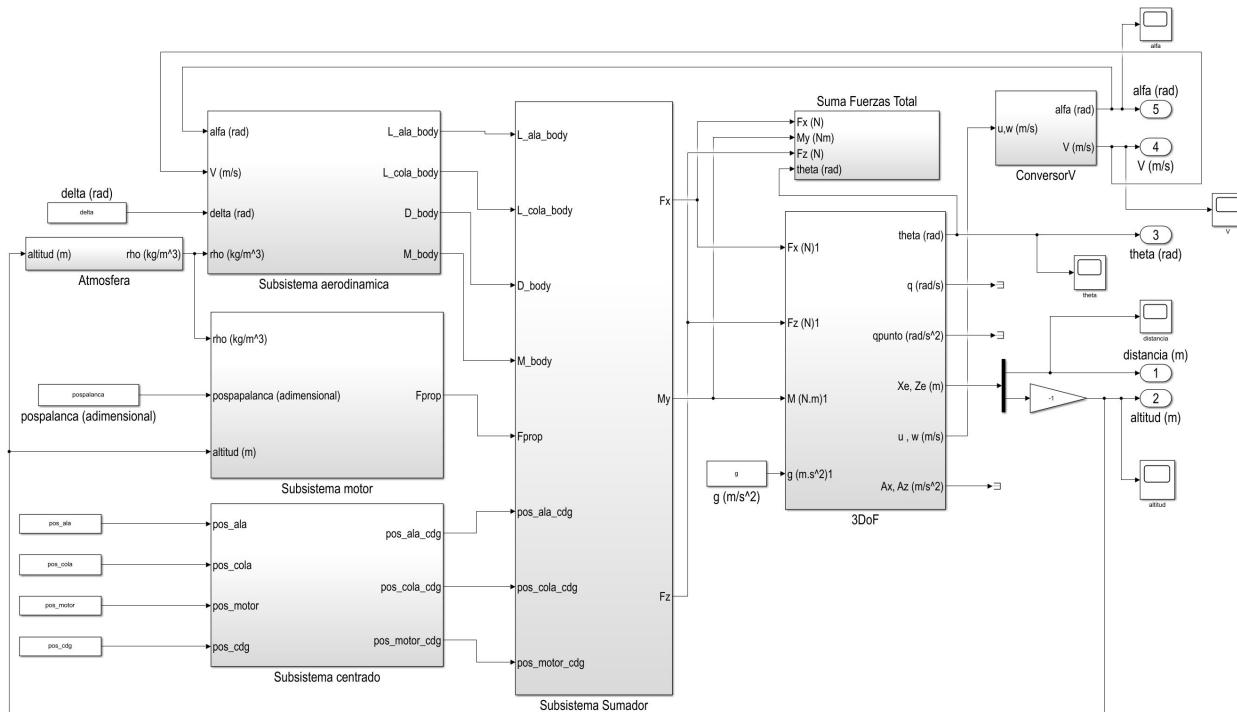


Figura 1: Modelo dinámico de la aeronave implementado en *Simulink*

Gracias a este modelo dinámico se puede estudiar el comportamiento de una aeronave en vuelo rectilíneo. Para realizar dicho estudio se van a cambiar distintos parámetros como la altura a la que vuela la aeronave (h), el ángulo de asiento de la velocidad (γ), el ángulo de deflexión del estabilizador de cola (δ), la posición de la palanca de gases ($pospalanca$) y el ángulo de ataque (α).

A continuación se van mostrar los subsistemas creados para complementar el modelo dinámico de la aeronave.

2.1.1. Bloque motor

Este subsistema simula la parte correspondiente al sistema propulsivo de la aeronave. A través de la implementación de este subsistema, mediante las variables de entrada, proporcionadas por el usuario, y las que son retro-alimentadas en lazo cerrado para cada instante de tiempo, se consigue obtener la resultante de las fuerzas propulsivas que afectan a la aeronave.

Para la implementación de este bloque es necesario destacar la relevancia de la hipótesis de vuelo simétrico, ya que de esta manera se consiguen expresar las fuerzas propulsivas en función de la altura, la velocidad aerodinámica y un parámetro (π) que en este caso se corresponde con la posición de la palanca de gases (pospalanca).

$$T(h, k) = T_{trop}(k) \left(\frac{\rho(h)}{\rho_{trop}} \right)^x \quad (1)$$

$$0 \leq h \leq h_{trop} \Rightarrow x = 0.7 \quad (2)$$

$$h \geq h_{trop} \Rightarrow x = 1.0 \quad (3)$$

En las expresiones anteriormente mostradas, es importante tener en cuenta de que el valor x depende del rango de alturas y también que la función $T_{trop}(k)$, que representa el valor del empuje justo en la tropopausa, es desconocido. Para poder realizar los cálculos se ha recurrido al anexo proporcionado por el profesorado en el cual, tras un desarrollo, se llega a la siguiente ecuación:

$$T(h, k) = k \cdot T_{0,max} \left(\frac{\rho_{trop}}{\rho_0} \right)^{0.7} \left(\frac{\rho(h)}{\rho_{trop}} \right) \quad (4)$$

En dicha ecuación $T_{0,max}$ hace referencia al empuje máximo a nivel del mar, ρ_0 a la densidad a nivel del mar, k a la posición de la palanca de gases y ρ_{trop} a la densidad en la tropopausa. En la figura 2 se puede observar el diagrama de bloques del subsistema motor.

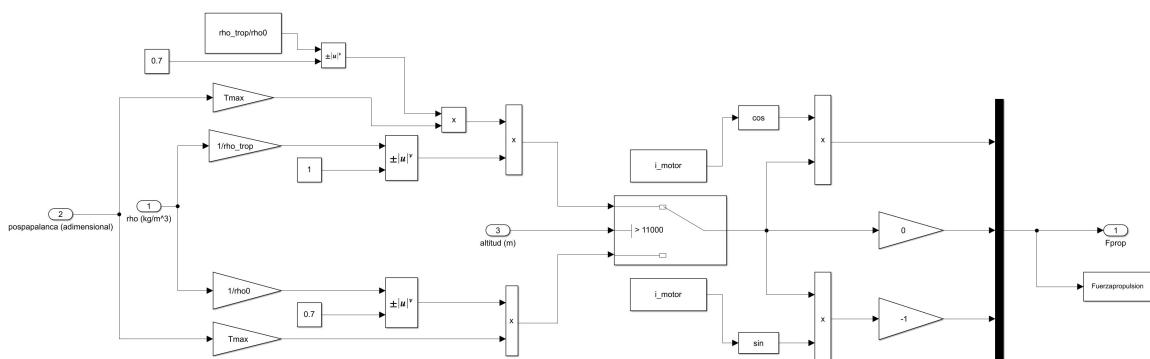


Figura 2: Diagrama de bloques del subsistema motor

2.1.2. Bloque centrado

Es el encargado de calcular las posiciones de los principales elementos de la aeronave vistos desde el centro de masas. En la figura 3 se muestra dicho bloque.

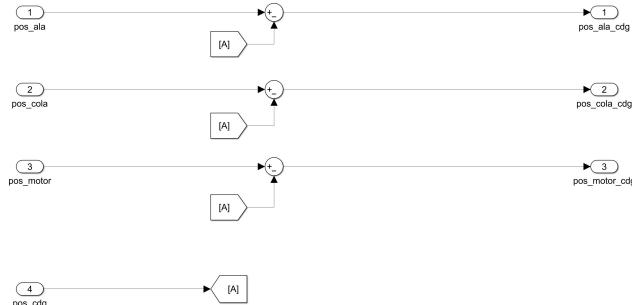


Figura 3: Diagrama de bloques del subsistema centrado

2.1.3. Bloque sumador

Es el encargado de calcular la resultante de fuerzas y momentos en el centro de gravedad y expresada en ejes cuerpo. Este bloque considera el conjunto de fuerzas ejercidas sobre la aeronave, siendo estas las propulsivas y las aerodinámicas, excluyendo la gravedad.

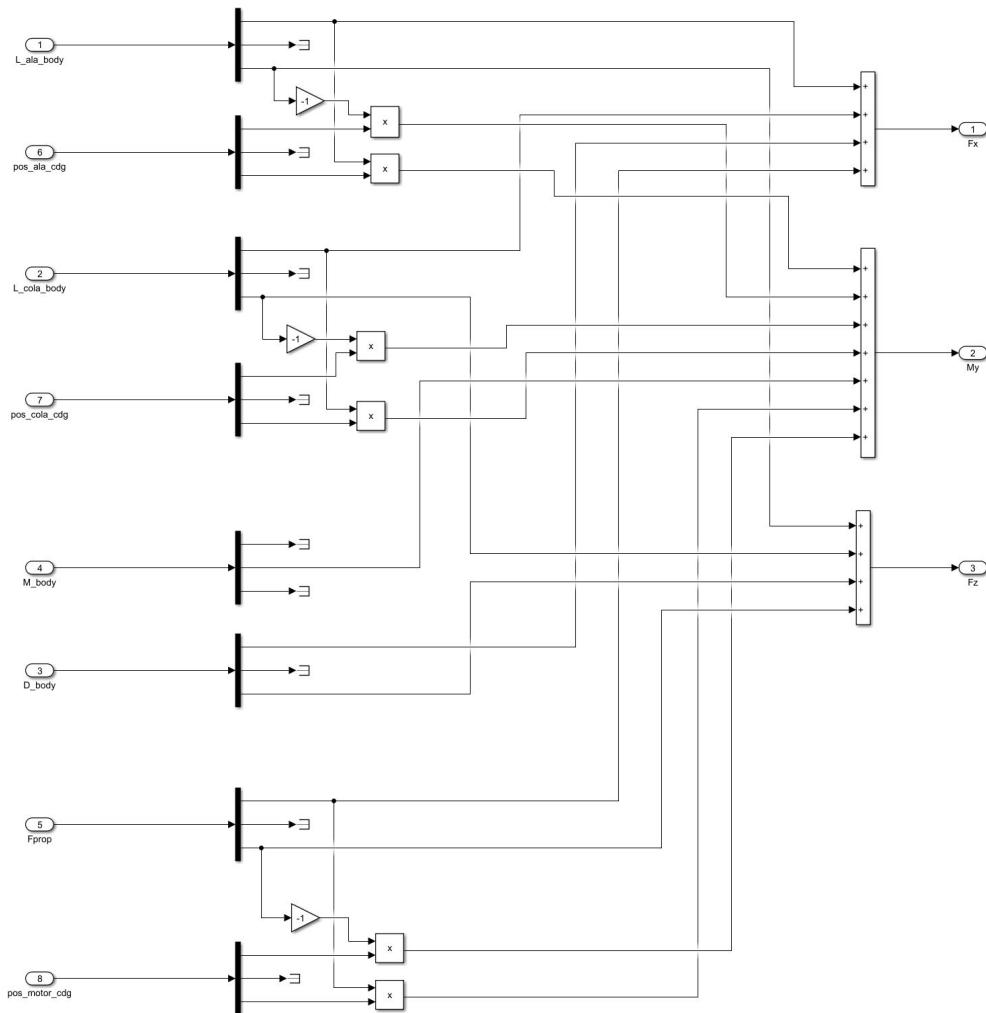


Figura 4: Diagrama de bloques del subsistema sumador

2.2. Cálculo de puntos de equilibrio y análisis de resultados

Un punto de equilibrio corresponde al estado en el que la aeronave no varía las velocidades lineales y angulares. De esta manera, las velocidades junto a las fuerzas y los momentos son al igual cero. Para calcular los puntos de equilibrio se utilizará un algoritmo proporcionado por el profesor.

En el archivo "BuscaEquilibrio.m" se calcula en primer lugar la velocidad y posición de la palanca de gases correspondiente para que el sistema se encuentre en equilibrio (ambas en ejes cuerpo y respectivos ejes). Posteriormente, el algoritmo calcula si ambas fuerzas y el momento tienden a cero para comprobar que la nueva posición no provoca que el sistema deje de estar estabilizado. De esta forma, el algoritmo trabajará hasta que obtenga los valores de V, pospalanca y δ .

$\alpha(^{\circ})$	h (m)	$\gamma(^{\circ})$	V (m/s)	pospalanca	$\delta(^{\circ})$
2	3000	0	141.6424	0.1732	-1.0714
2	6000	0	166.2769	0.2168	-1.0714
2	9000	0	197.7649	0.2764	-1.0714
2	12000	0	242.2390	0.3850	-1.0714
2	15000	0	306.8802	0.6178	-1.0714
0	3000	0	176.8224	0.2024	-0.5099
2	3000	0	141.6424	0.1732	-1.0714
4	3000	0	121.4986	0.1734	-1.7074
6	3000	0	108.0110	0.1845	-2.4121
8	3000	0	98.1494	0.2011	-3.1856
10	3000	0	90.5165	0.2208	-4.0164
2	3000	0	141.6424	0.1732	-1.0714
2	3000	3	141.6956	0.3233	-1.5297
2	3000	6	141.5552	0.4726	-1.9938
2	3000	9	141.2200	0.6205	-2.4579
2	3000	12	140.6899	0.7667	-2.9278

Tabla 1: Puntos de equilibrio

Una vez conocidos los resultados, se procederá a responder a las cuestiones planteadas, razonando el comportamiento de la aeronave para cada caso (Diferentes alturas, ángulos de ataque y ángulo de trayectoria).

2.2.1. ¿Qué tendencia tiene V al variar h, siendo α y γ fijos?

Conforme aumenta la altura de vuelo de la aeronave, también se incrementa la velocidad a la cual esta puede volar.

Esto ocurre porque la densidad del aire disminuye con la altura, por tanto a mayor altura de vuelo, menor será la resistencia aerodinámica que sufre la aeronave. De igual forma, debido a que la densidad del aire es menor, se deberá incrementar la posición de la palanca de gases para mantener un empuje constante, pues el gasto másico de la turbina depende ella ($G = \rho VA$). Todas estas observaciones pueden apreciarse en la tabla, siguiendo las mismas tendencias hasta que la aeronave alcanza su techo de vuelo.

Por tanto, se puede concluir que a mayor altura de vuelo, mayor velocidad de la aeronave, pero teniendo que incrementar la posición de la palanca de gases.

2.2.2. ¿Qué tendencia tiene V al variar α , siendo h y γ fijos?

Conforme se incrementa el ángulo de ataque, la velocidad de la aeronave disminuye.

Esto ocurre porque a mayor ángulo de ataque, mayor es la resistencia o *Drag* que sufre la aeronave debido al aumento del área expuesta al flujo incidente. De igual forma la sustentación aumenta, por lo que a velocidad constante, la aeronave incrementaría su altura.

Como para este estudio la altura es una constante, para lidiar con el aumento de la sustentación es necesario disminuir la posición de la palanca de gases, es decir, disminuir el empuje del motor para mantener la altura constante.

Por tanto, se puede concluir que a mayor ángulo de ataque, se produce una elevación de la aeronave disminuyendo su velocidad hasta llegar al ángulo de ataque crítico a partir del cual la aeronave entra en perdida.

2.2.3. ¿Qué tendencia tiene k al variar γ , siendo h y α fijos?

Al aumentar γ aumenta k, pues al aumentar el ángulo de trayectoria de la aeronave, aumenta la potencia suministrada. Este resultado se comprueba observando la ecuación 5, viendo la relación directamente proporcional entre γ y k.

$$T = D + W \cdot \sin(\gamma) \quad (5)$$

2.2.4. ¿Son razonables las tendencias de V y k calculadas anteriormente?

Para el primer caso sí, ya que como se ha explicado anteriormente, al ascender la aeronave, esta podrá volar a mayor velocidad.

Para la segunda simulación se puede decir que el resultado también es lógico y algo esperable, ya que al aumentar el ángulo de ataque se aumenta la sustentación, pero como se quiere mantener la altura constante habrá que disminuir la posición de la palanca de gases y por consiguiente la velocidad.

El tercer caso es el más peculiar ya que si se analizan de manera independiente los valores del ángulo de asiento de la velocidad frente a los valores de la posición de la palanca de gases, se puede decir que el resultado es lógico, ya que como se puede ver en la ecuación 5, si se aumenta el valor de γ también aumenta el valor de T (k en este caso). Pero analizando en conjunto los valores de esta simulación se puede decir que el resultado no es lógico pues para cualquier valor de γ distinto de cero, la aeronave iniciaría una operación de ascenso o descenso (dependiendo de si el valor de γ toma valores positivos o negativos).

Para el caso en cuestión los valores que toma el ángulo de trayectoria de la aeronave son positivos por lo que la aeronave debería comenzar una operación de subida, incrementando la posición de la palanca de gases y la altura. Como no es posible un incremento de altura ya que se establece fija en la simulación, cabe concluir que el resultado analizando la simulación de forma general no es razonable.

2.3. Análisis del ángulo de ataque óptimo para actuaciones puntuales

En este apartado se pretende encontrar un valor del ángulo de ataque (α) que lleve el consumo de la aeronave al mínimo para un trayecto de 100 kilómetros a velocidad constante y una espera de 30 minutos, manteniendo el consumo de la aeronave al mínimo. Para ello se partirán de unos parámetros de entrada de $h = 3000$ m y $\gamma = 0^\circ$, variando el ángulo de ataque α entre 1° y 15° , con incrementos de 1° por iteración.

En la tabla 2 se muestran los valores de la velocidad, posición de la palanca de gases y ángulo de deflexión del estabilizador de cola para cada ángulo de ataque, manteniendo la altura y el ángulo de trayectoria fijos.

$\alpha(^{\circ})$	h (m)	$\gamma(^{\circ})$	V (m/s)	pospalanca	$\delta(^{\circ})$	Tiempo total (min)	Consumo fuel (kg/min)
0	3000	0	176.8224	0.2024	-0.5099	39.4257	7.9798
1	3000	0	156.3424	0.1817	-0.7792	40.6604	7.3880
2	3000	0	141.6424	0.1732	-1.0714	41.7667	7.2340
3	3000	0	130.4258	0.1713	-1.3808	42.7787	7.3280
4	3000	0	121.4986	0.1734	-1.7074	43.7176	7.5806
5	3000	0	114.1705	0.1780	-2.0512	44.5980	7.9385
6	3000	0	108.0110	0.1845	-2.4122	45.4305	8.3819
7	3000	0	102.7361	0.1923	-2.7903	46.2228	8.8886
8	3000	0	98.1494	0.2011	-3.1856	46.9809	9.4479
9	3000	0	94.1107	0.2106	-3.5924	47.7096	10.0477
10	3000	0	90.5165	0.2208	-4.0164	48.4128	10.6896
11	3000	0	87.2890	0.2315	-4.4519	49.0937	11.3652
12	3000	0	84.3675	0.2426	-4.8988	49.7548	12.0705
13	3000	0	81.7049	0.2540	-5.3686	50.3986	12.8012
14	3000	0	79.2634	0.2658	-5.8442	51.0269	13.5630
15	3000	0	77.0126	0.2779	-6.3369	51.6415	14.3512

Tabla 2: Análisis del ángulo de ataque óptimo

A partir de los datos mostrados en la tabla anterior y conociendo que el consumo (en masa por unidad de tiempo) es linealmente proporcional a la posición de la palanca de gases, se puede obtener el tiempo total de la aeronave en vuelo y finalmente un valor del consumo de masa de la aeronave (de forma adimensional) al multiplicar el tiempo de vuelo por el valor de k.

$$V = \frac{d}{t}$$

$$t = \frac{d}{V}$$

$$t_{total} = t + t_{espera}$$

$$m_{fuel} = k \cdot t_{total}$$

Así, se obtiene la figura 5 donde se representa el consumo de combustible que tiene la aeronave en términos de masa frente al ángulo de ataque.

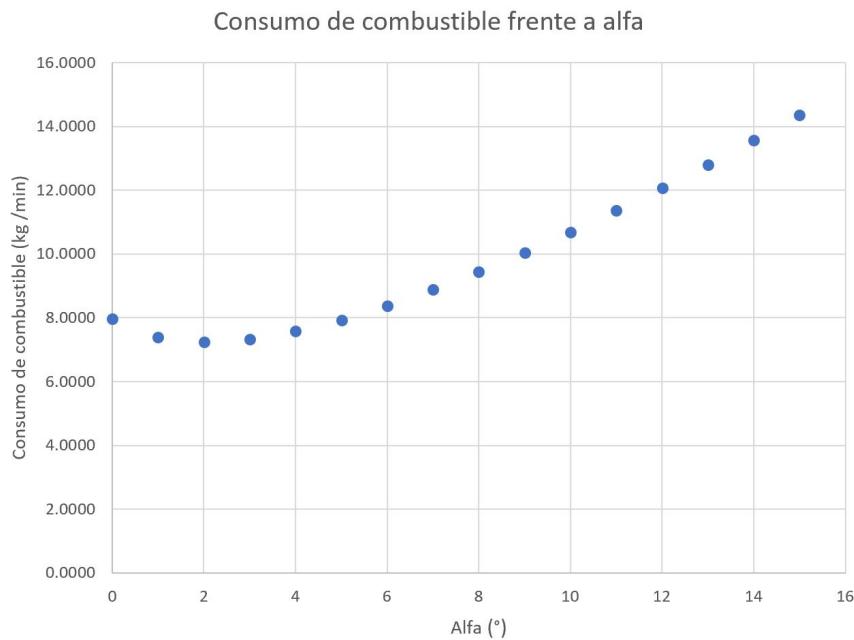


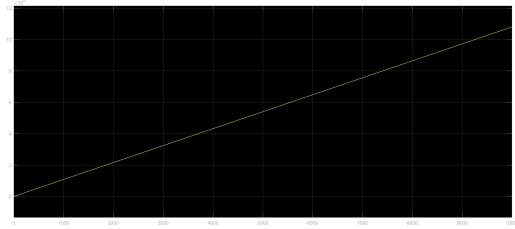
Figura 5: Combustible consumido para diferentes ángulos de ataque simulados

Mediante la observación de la gráfica anterior se puede concluir que el ángulo de ataque óptimo, es decir, aquel al cual la aeronave va a tener un consumo de combustible menor para la operación establecida es un ángulo de $\alpha = 2^{\circ}$, para el cual se tiene un consumo de combustible de $7.2340 \text{ (kg}\backslash\text{min)}$.

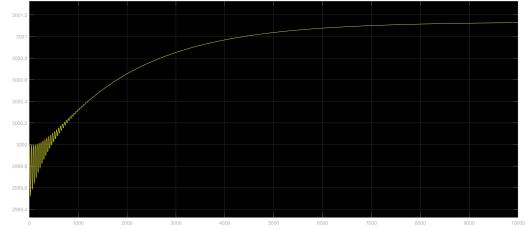
2.4. Cálculo de trayectorias y análisis de los resultados

En este último apartado se analizarán 3 trayectorias diferentes, para las que se variarán h , α y γ a lo largo de 10 mil segundos, y junto con ellos, al realizar las simulaciones, los valores de la velocidad, la palanca de gases y δ .

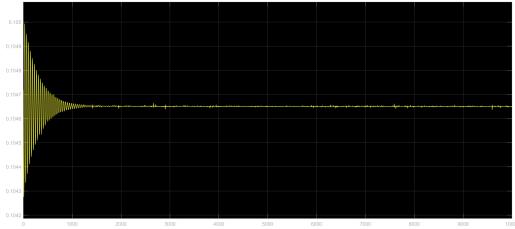
Para el primer análisis de trayectorias de la aeronave, se tomarán como condiciones las del punto de equilibrio a una altura de vuelo $h=3000 \text{ m}$, un ángulo de ataque: $\alpha = 6^{\circ}$ y un ángulo de trayectoria $\gamma = 0^{\circ}$:



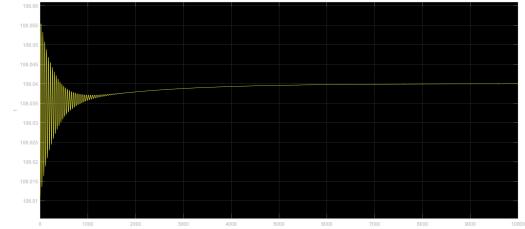
(a) Distancia (m)



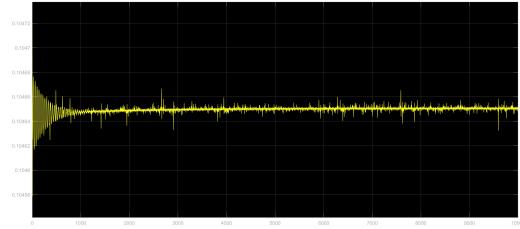
(b) Altitud (m)



(c) θ (rad)



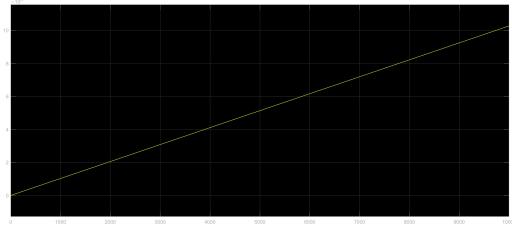
(d) Velocidad (m/s)



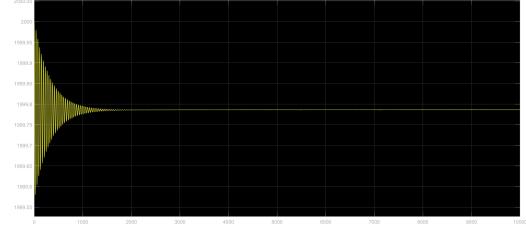
(e) α (rad)

Observando las gráficas obtenidas, se puede llegar a la conclusión de que la aeronave se encuentra en un vuelo de crucero (tendencia lineal), ya que tanto la altitud como la velocidad se mantienen constantes (En la gráfica se puede observar una cierta variación pero es debido a la escala), aumentando la distancia recorrida de manera progresiva.

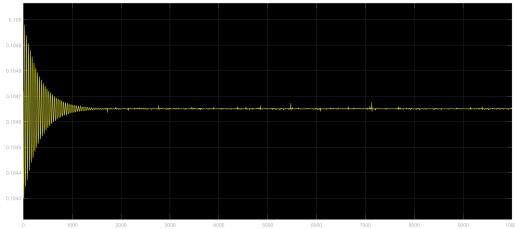
Para el siguiente caso se tomarán como condiciones del punto de equilibrio a una altura de vuelo $h = 2000$, un ángulo de ataque $\alpha = 6^\circ$ y un ángulo de trayectoria $\gamma = 0^\circ$:



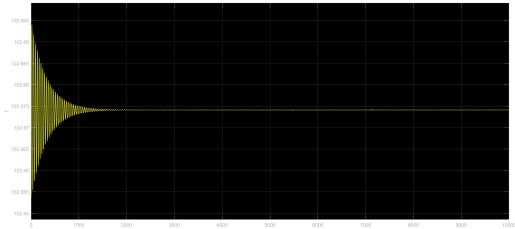
(f) Distancia (m)



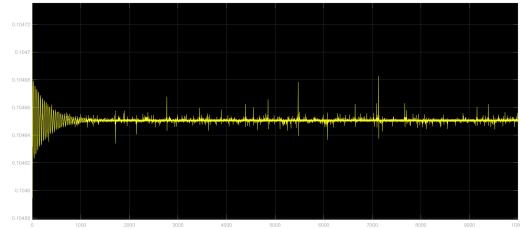
(g) Altitud (m)



(h) θ (rad)



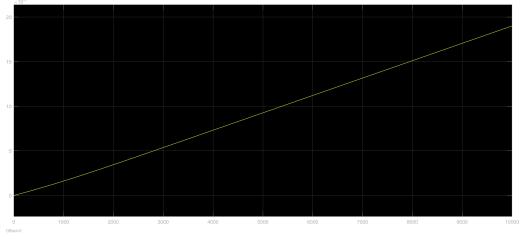
(i) Velocidad (m/s)



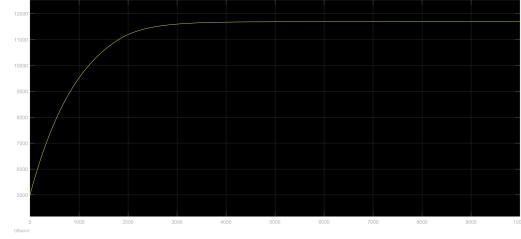
(j) α (rad)

En este segundo caso, las gráficas obtenidas son similares a las elaboradas en el caso 1. Se puede observar como la altitud, tras un periodo de oscilación, se ha estabilizado a los 1999.8 metros, valor muy cercano a los 2000 metros. La diferencia de velocidad (mayor para este segundo caso) respecto al primer caso se debe a la diferencia de altitud a la cual se ha realizado la simulación. Para una altitud de vuelo menor, la densidad del aire es mayor, por tanto, el gasto másico aumenta, incrementando el empuje y con este la velocidad.

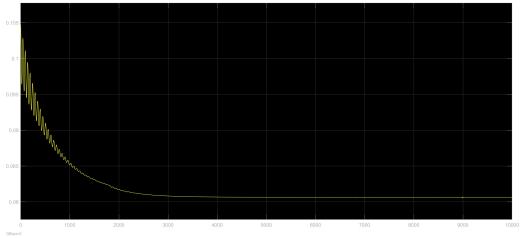
Por último, se realizará una simulación con unas condiciones de vuelo de $h = 5000$ m, $\alpha = 3^\circ$ y $\sigma = 3^\circ$:



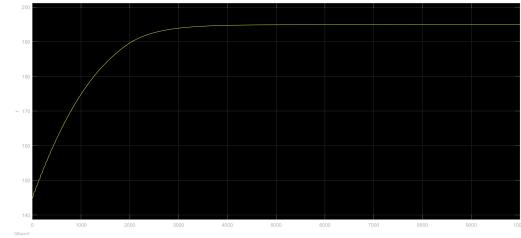
(k) Distancia (m)



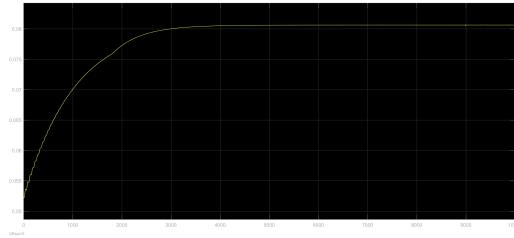
(l) Altitud (m)



(m) θ (rad)



(n) Velocidad (m/s)



(ñ) α (rad)

Para este último caso, se produce un ascenso de la aeronave hasta su estabilización a unos 11800 metros. Igualmente puede observarse que tanto el ángulo de ataque como la velocidad aumentan hasta alcanzar el techo de vuelo teórico. Finalmente, se muestra como el ángulo de asiento va disminuyendo hasta estabilizarse.