

# Notas em Computação Quântica

Ricardo Alvarenga

2024

# Sumário

<b>1</b>	<b>Álgebra Linear</b>	<b>1</b>
1.1	Vetores . . . . .	1
1.1.1	Vetores com duas dimensões - $\mathbf{R}^2$ . . . . .	1
1.1.2	Vetores com três dimensões - $\mathbf{R}^3$ . . . . .	2
1.1.3	Vetores com $n$ dimensões - $\mathbf{R}^n$ . . . . .	2
1.1.4	Como colocar um vetor no plano $\mathbf{R}^3(x, y, z)$ . . . . .	2
1.1.5	Tipos de Vetores . . . . .	2
1.1.6	Igualdade de Vetores . . . . .	3
1.1.7	Soma de Vetores . . . . .	3
1.1.8	Subtração de Vetores . . . . .	4
1.1.9	Multiplicação de Dois Vetores (Produto Escalar) . . . . .	4
1.1.10	Multiplicação por um Escalar . . . . .	4
1.1.11	Módulo/Norma (Norm) de um Vetor . . . . .	5

## Lista de Figuras

1	Vetores $\mathbf{u}$ e $\mathbf{v}$ . . . . .	1
2	Vetores em $\mathbf{R}^2$ . . . . .	1
3	Vetores em $\mathbf{R}^3$ . . . . .	2
4	Vetor em $\mathbf{R}^3$ . . . . .	3
5	Subtração de Vetores . . . . .	4

# 1 Álgebra Linear

## 1.1 Vetores

Vetores são seguimentos orientados (início em  $0, 0$ ) que estão sempre no plano cartesiano. Vetores são usados para representar grandezas escalares (massa, pressão, etc.) e grandezas físicas vetoriais (velocidade, força e deslocamento).

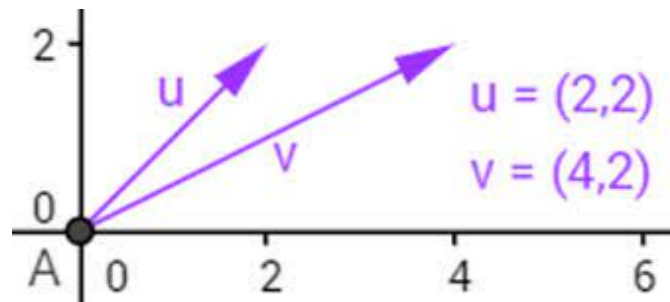


Figura 1: Exemplos de Vetores,  $\mathbf{u}$  e  $\mathbf{v}$

### 1.1.1 Vetores com duas dimensões - $\mathbf{R}^2$

$x, y$  podem assumir qualquer valor *Real*.

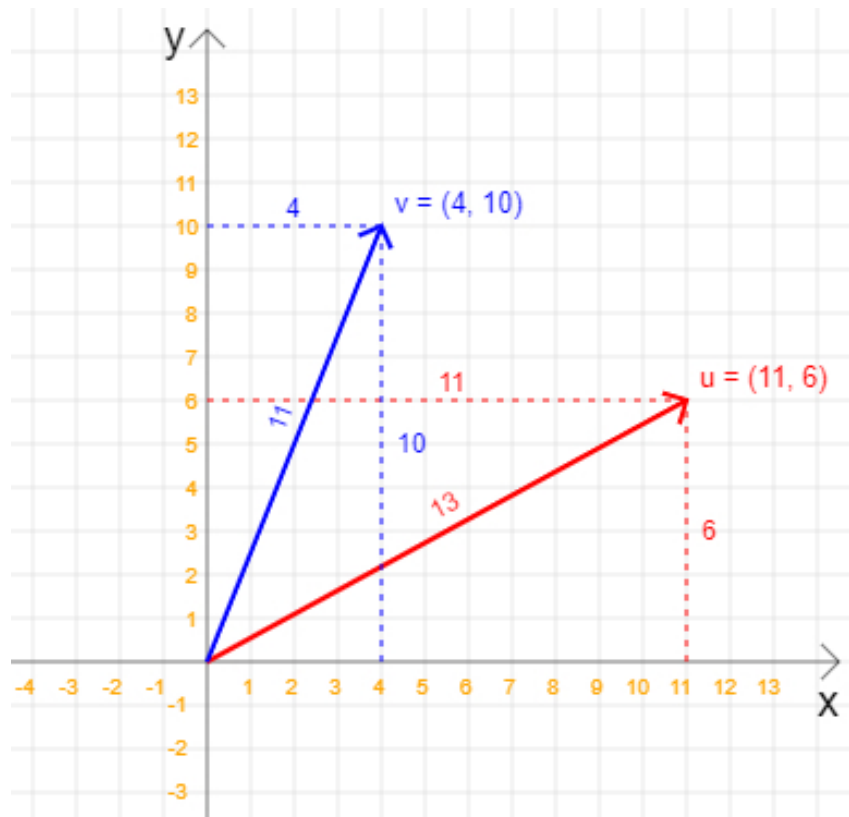


Figura 2: Vetores em  $\mathbf{R}^2(x, y)$

### 1.1.2 Vetores com três dimensões - $\mathbf{R}^3$

$x, y, z$  podem assumir qualquer valor *Real*.

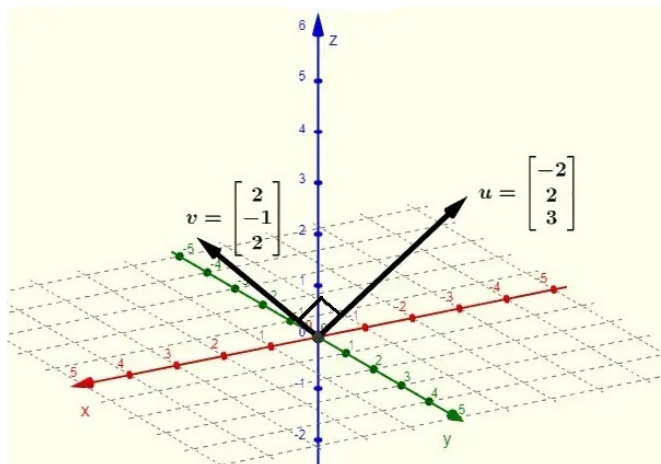


Figura 3: Vetores em  $\mathbf{R}^3(x, y, z)$

### 1.1.3 Vetores com $n$ dimensões - $\mathbf{R}^n$

Os vetores com  $n$  dimensões são de difícil (ou impossível) representação gráfica.

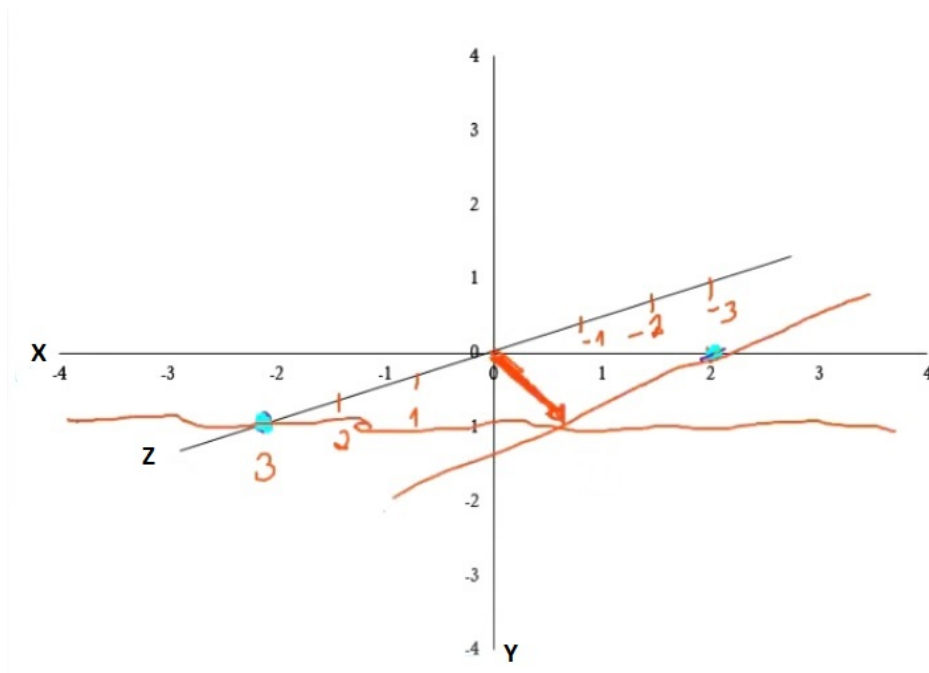
Um vetor  $\mathbf{R}^4$  é indicado da seguinte forma:  $\mathbf{R}^4(x, y, z, w)$

### 1.1.4 Como colocar um vetor no plano $\mathbf{R}^3(x, y, z)$

Veja na figura 4 o vetor  $u = (2, 4, 3)$ .

### 1.1.5 Tipos de Vetores

- Vetor Nulo: Todos valores iguais a zero. Ex:  $v = (0, 0, 0)$
- Vetor simétrico ou oposto: Ocorre quando dois vetores são opostos e contêm o mesmo módulo e mesma direção. Ex:  $v = (x, y)$ ,  $-v = (-x, -y)$
- Vetor unitário: Possui módulo (tamanho) igual a 1.  $|v| = 1$
- Vetores colineares ou paralelos: Ocorrem quando dois vetores tiverem a mesma direção, na mesma reta ou retas paralelas.
- Vetores coplanares: Quando dois vetores fazem parte de um mesmo plano.

Figura 4: Vetor em  $\mathbf{R}^3$ 

### 1.1.6 Igualdade de Vetores

Dois vetores serão iguais se:

- $x_1 = x_2$
- $y_1 = y_2$
- $z_1 = z_2$  vetores em  $R^3$
- $w_1 = w_2$  vetores em  $R^4$

$u = (3, x + 4)$   $v = (3, 8)$  se  $x = 4$  os vetores serão iguais.

Sejam:  $u = (x - 1, 3)$ ,  $v = (3, 2y - 1)$ . Determine o valor de  $x$  e  $y$  para que  $u = v$ .

$x = 4$ ,  $y = 2$

### 1.1.7 Soma de Vetores

Para realizar a soma de dois vetores temos que efetuar a soma de cada elemento com seu correspondente.

Exemplo:

$$u = (2, 3), v = (5, 6)$$

$$u + v = (7, 9)$$

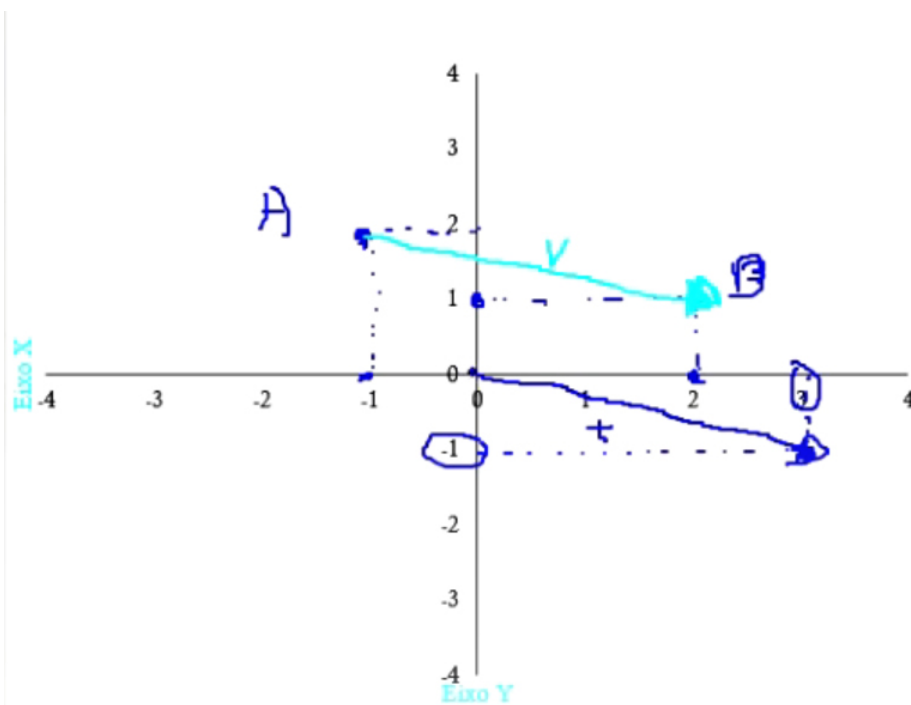


Figura 5: Subtração de Vetores

### 1.1.8 Subtração de Vetores

$A = (-1, 2)$   $B = (2, 1)$ .  $v = \overrightarrow{AB}$  o vetor está "perdido" no plano cartesiano. Para corrigir isso, realizamos a subtração:

$B - A = (2, 1) - (-1, 2) = (3, -1)$ . Que resulta no vetor  $t = (3, -1)$ , conforme figura 5.

Outro exemplo: Dois vetores  $u = (-1, 3)$  e  $v = (10, 20)$ , a subtração  $u - v$  resulta em  $(-11, -17)$ .

Sejam  $u$  e  $v$  vetores no  $\mathbf{R}^n[1]$ :  $u = (a_1, a_2, \dots, a_n)$  e  $v = (b_1, b_2, \dots, b_n)$

$$u - v = (a_1 - b_1, a_2 - b_2, \dots, a_n - b_n).$$

### 1.1.9 Multiplicação de Dois Vetores (Produto Escalar)

Assim como na soma e subtração de vetores, podemos multiplicar vetores. O nome correto deste tipo de operação é *Produto Escalar*.

Sejam  $u$  e  $v$  vetores no  $\mathbf{R}^n$ :  $u = (a_1, a_2, \dots, a_n)$  e  $v = (b_1, b_2, \dots, b_n)$

$$u * v = (a_1 * a_2 + b_1 * b_2, \dots, a_n * b_n).$$

Exemplo:  $u = (1, 2)$ ,  $v = (5, 3)$  Então:  $u * v = (1, 2, 3, 4) * (5, 3, 1, 4) = (5 + 6 + 3 + 16) = 30$

### 1.1.10 Multiplicação por um Escalar

Multiplicação por um escalar é multiplicar um número por um vetor.

Sejam:  $t = (x_1, x_2, \dots, x_n)$  e um número  $a$

$$\text{Temos: } at = a(x_1, x_2, \dots, x_n) = (a * x_1, a * x_2, \dots, a * x_n)$$

Exemplo:

$$u = (4, 5) \text{ e } a = 2, au = 2(4, 5) = (8, 10)$$

### 1.1.11 Módulo/Norma (Norm) de um Vetor

A norma ou módulo de um vetor é o comprimento desse vetor, que pode ser calculado por meio da distância de seu ponto final até a origem.

A norma de  $u$  é denotada por  $\|u\|$ .

Considerando o vetor  $u = (a_1, a_2, \dots, a_n)$ , calculamos sua norma, ou módulo, da seguinte forma[1, 2]:  $\|u\| = \sqrt{u * u} = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_n^2}$

$$\text{Exemplo: } v = (5, 6), \|v\| = \sqrt{(v * v)} = \sqrt{(5, 6) * (5, 6)} = \sqrt{61}$$

ou de forma direta:

$$\|v\| = \sqrt{(5^2 + 6^2)} = \sqrt{61}$$

Se  $\|u\| = 1$ , temos um vetor unitário.



## Referências

- [1] Seymour Lipschutz. *Álgebra linear* - 2<sup>a</sup> Edição. McGraw-Hill, 1972.
- [2] Howard Anton and Chris Rorres. *Álgebra Linear com Aplicações* - 10<sup>a</sup> Edição. Bookman Editora, 2012.