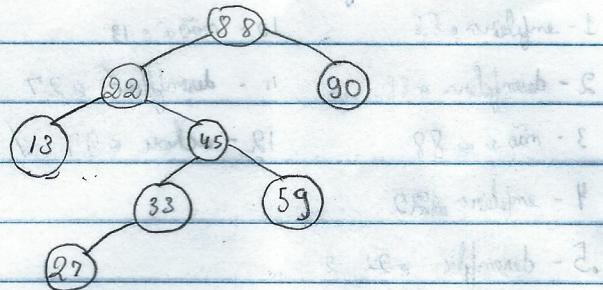
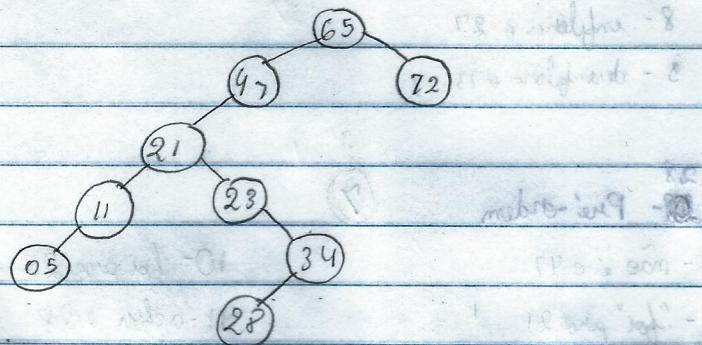


Problema 1

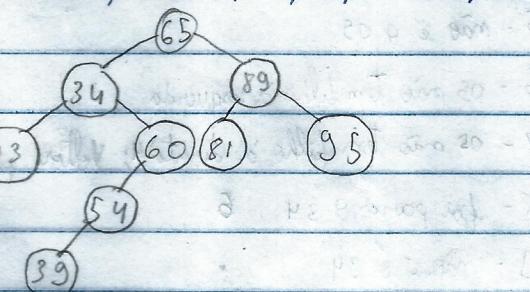
I) Árvore 1:  $\{88, 22, 45, 33, 22, 90, 27, 59, 13\}$  8 estruturas de nível - 1 estrutura



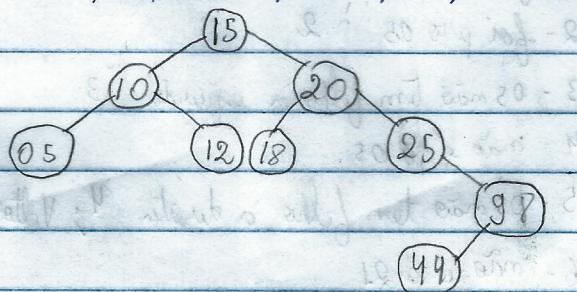
II) Árvore 2:  $\{65, 47, 21, 11, 72, 23, 05, 34, 28\}$



III) Árvore 3:  $\{65, 34, 89, 23, 60, 54, 81, 95, 39\}$



IV) Árvore 4:  $\{15, 10, 20, 05, 12, 18, 25, 98, 44\}$

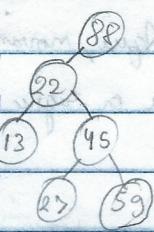
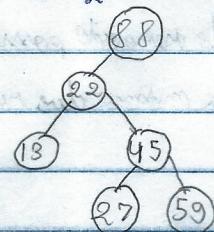
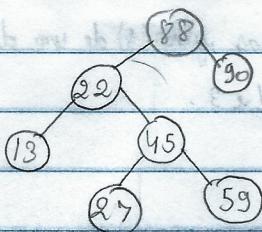


Problema 1  $\{ \frac{1}{33}, \frac{2}{40}, \frac{3}{33}, \frac{4}{45} \}$

(2) II Árvore 1 - Remoção 1;  $\rightarrow$  Remoção 2

Remoção 3

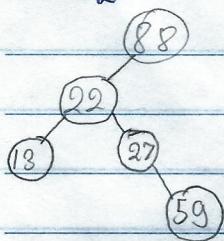
# subárvore



Aqui, como o valor 33 possuía apenas filho(s) à esquerda, o ponteiro que apontava para ele passa a apontar para o filho. Ele é removido.

Aqui, como o valor 90 era uma folha da árvore, para fechar automaticamente, basta liberar a memória ocupada por ele, fazendo com que o pai passe a apontar para null.

#### Remoção 4

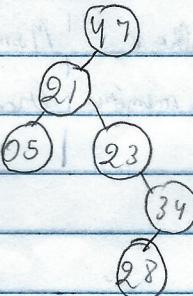
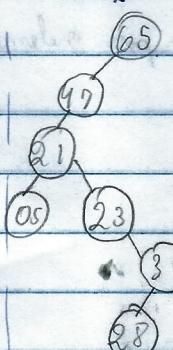
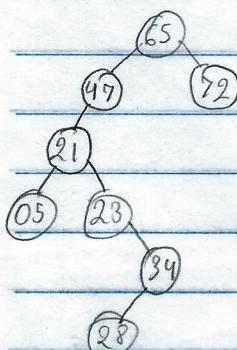


$\Rightarrow$  Aqui, como o nó de valor 45 possuía filho(s) à esquerda e à direita, foi necessário escolher uma ordem ou regra para realizar a remoção: sucessor in-order ou predecessor in-order. No caso, foi escolhida a regra do predecessor, que consiste em "descer" para a esquerda do elemento e depois repetidamente para a direita até encontrar null. Com isso, basta substituir o valor removido com o último encontrado, e alterar o ponteiro do pai para os filhos do elemento encontrado e liberar o espaço de memória.

$\{ \frac{1}{11}, \frac{2}{72}, \frac{3}{65}, \frac{4}{23} \}$

II Árvore 2 - Remoção 1  $\rightarrow$  Remoção 2

Remoção 3



Aqui, a remoção segue a mesma ideia da remoção 1 da árvore 1.

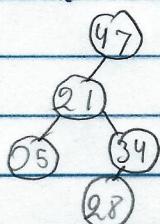
Aqui, como 72 era uma folha, segue a

Aqui, o elemento removido tinha filho(s) apenas de um lado, seguindo a ideia mesmo padrão que a da remoção 2 da árvore 1.

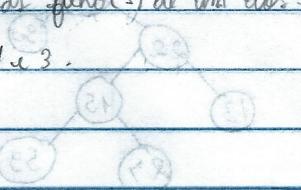
Remoção 4

2º nível

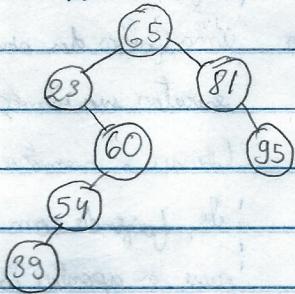
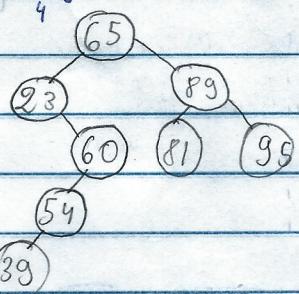
Liberar → 1º nível - 2º nível (II)



→ Aqui, novamente o elemento removido possuía apenas filho(s) de um dos lados e a regra seguida é a mesma das remoções 1 e 3.

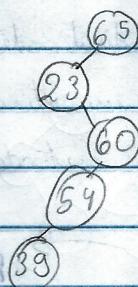
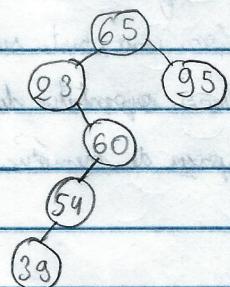
III) - Árvore 3 - Remoção 1Remoção 2

{ 34, 89, 81, 95 }



Utilizar a regra do predecessor, pois o nó de valor 34 possuía filho(s) do predecessor de ambos os lados.

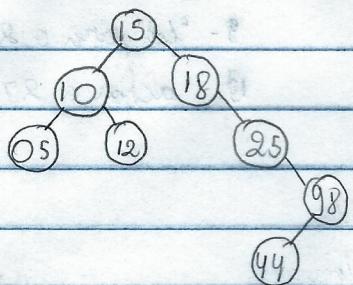
Novamente utilizar-se a regra

Remoção 3Remoção 4

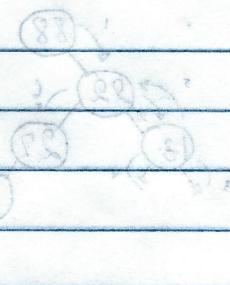
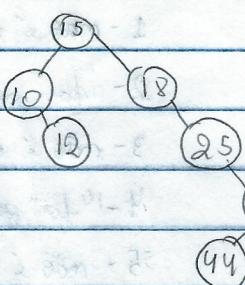
O elemento possuía 1 filho e foi substituído tendo a memória liberada para o elemento. foi substituído tendo a memória liberada para uma folha liberada.

$\{20, 05, 18, 44\}$

IV) Árvore 4 - Remoção 1

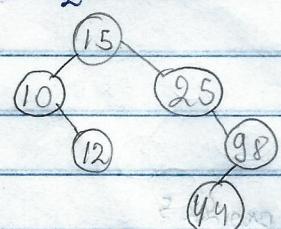


→ Remoção 2: alterando o nó 10 para 15.

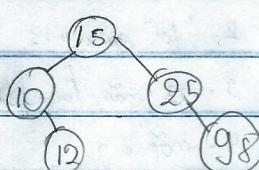


Como o elemento tem filho(s) de ambos os lados, utilizamos a regra do predecessor.

Remoção 3



Remoção 4



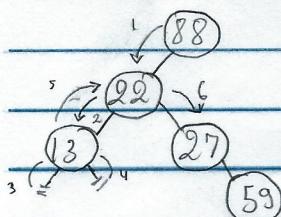
Nó com um filho, basta "subir" o filho, alterando o ponteiro do pai e liberando a memória.

Problema 1

(Nº 81 - 2008)

## (3) Árvore 1 - Busca do elemento 27 - Pré-ordem

(6) 8 - "voltou para o 22" (5)



1 - mão é o 88

9 - "foi" para o 27 6

2 - "foi" para o 22 1

10 - achou o 27 ✓

3 - mão é o 22

4 - "foi" para o 13 2

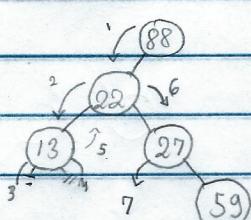
5 - 13 não tem filho à direita

6 - 13 não tem filho à esquerda 3

7 - 13 não tem filho à direita 4

## Árvore 1 - Busca do elemento 27 - Central

(7)



1 - "foi" para o 22 1

2 - "foi" para o 13 2

3 - 13 não tem filho à esquerda 3

4 - mão é o 13

5 - 13 não tem filho à direita 4; Voltou pro 22 5

6 - mão é o 22

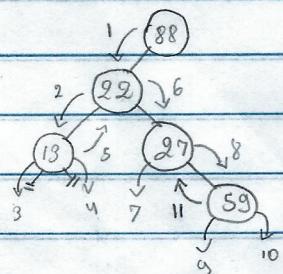
7 - "foi" para o 27 6

8 - 27 não tem filho à esquerda 7

9 - achou o 27 ✓

## Árvore 1 - Busca do elemento 27 - Pós-ordem

(11)



1 - "foi" para o 22

2 - "foi" para o 13 2

3 - 13 não tem filho à esquerda 3

4 - 13 não tem filho à direita 4

5 - mão é o 13; Voltou para o 22 5 5

6 - "foi" para o 27 6

7 - 27 não tem filho à esquerda 7

8 - "foi" para o 59 8

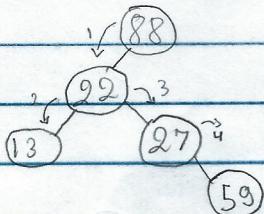
9 - 59 não tem filho à esquerda 9

10 - 59 não tem filho à direita 10

11 - mão é o 59; Voltou para o 27 11

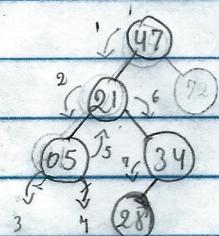
12 - achou o 27 ✓

## Árvore 1 - Busca do elemento 27 - Busca em Largura (I)



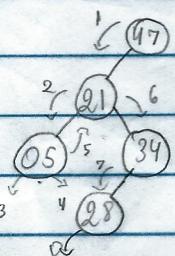
- 1 - enfileira o 88
- 2 - desenfileira o 88 1
- 3 - não é o 88
- 4 - enfileira o 22
- 5 - desenfileira o 22 2
- 6 - não é o 22 2
- 7 - enfileira o 13
- 8 - enfileira o 27
- 9 - desenfileira o 13 3

## Árvore 2 - Busca do elemento 28 - Pré-ordem (II)



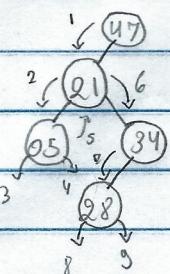
- 1 - não é o 47
- 2 - "foi" para 21 1
- 3 - não é o 21 2
- 4 - foi para o 5 2
- 5 - não é o 05
- 6 - 05 não tem filho à esquerda 3
- 7 - 05 não tem filho à direita 4; Volto pro 21 5
- 8 - foi para o 34 6
- 9 - não é o 34

## Árvore 2 - Busca do elemento 28 - Central (III)



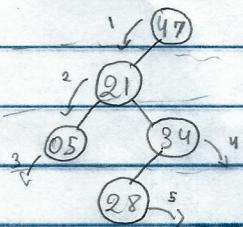
- 1 - foi pro 21 1
- 2 - foi pro 05 2
- 3 - 05 não tem filho à esquerda 3
- 4 - não é o 05
- 5 - 05 não tem filho à direita 4; Volto pro 21 5
- 6 - não é o 21
- 7 - foi para o 34 6
- 8 - foi para o 28 7
- 9 - 28 não tem filhos à esquerda 8

### Árvore 2 - Busca do elemento 28 - Pós-ordem



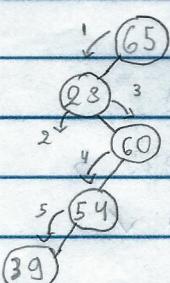
- 1 - foi pro 21
- 2 - foi pro 05
- 3 - 05 não tem filho à esquerda
- 4 - 05 não tem filho à direita
- 5 - não é o 05
- 6 - foi pro 34
- 7 - foi pro 28
- 8 - 28 não tem filho à esquerda
- 9 - 28 não tem filho à direita
- 10 - achou o 28 ✓

### Árvore 2 - Busca do elemento 28 - Busca em largura



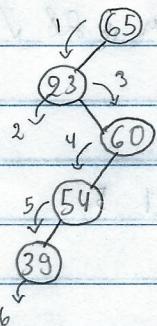
- 1 - enfileira o 47
- 2 - desenfileira o 47
- 3 - não é o 47
- 4 - enfileira o 21
- 5 - desenfileira o 21
- 6 - não é o 21
- 7 - enfileira o 05
- 8 - enfileira o 34
- 9 - desenfileira o 05
- 10 - não é o 05
- 11 - desenfileira o 34
- 12 - não é o 34
- 13 - enfileira o 28
- 14 - desenfileira o 28
- 15 - achou o 28 ✓

### Árvore 3 - Busca do elemento 39 - Pré-ordem



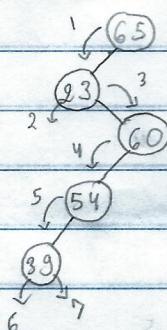
- 1 - não é o 65
- 2 - foi pro 23
- 3 - não é o 23
- 4 - 23 não tem filho à esquerda
- 5 - foi pro 60
- 6 - não é o 60
- 7 - foi pro 54
- 8 - não é o 54
- 9 - foi pro 39
- 10 - achou o 39 ✓

### Árvore 3 - Busca do elemento 39 - Central



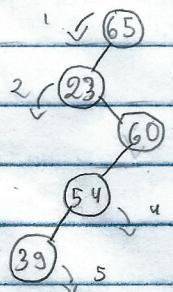
- 1 - foi pro 23 1
- 2 - 23 não tem filho à esquerda 2
- 3 - não é o 23
- 4 - foi pro 60 3
- 5 - foi pro 54 4
- 6 - foi pro 39 5
- 7 - 39 não tem filho à esquerda 6
- 8 - achou o 39 ✓

### Árvore 3 - Busca do elemento 39 - Pós - ordem



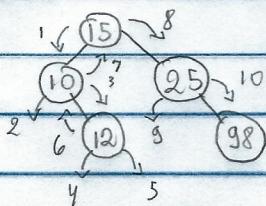
- 1 - foi pro 23 1
- 2 - 23 não tem filho à esquerda 2
- 3 - foi pro 60 3
- 4 - foi pro 54 4
- 5 - foi pro 39 5
- 6 - 39 não tem filho à esquerda 6
- 7 - 39 não tem filho à direita 7
- 8 - achou o 39 ✓

### Árvore 3 - Busca do elemento 39 - Busca em largura



- 1 - enfileira o 65 1
- 2 - desenfileira o 65 1 - 28 11 - desenfileira o 54 - 34
- 3 - não é o 65 12 - não é o 54
- 4 - enfileira o 23 13 - enfileira o 39
- 5 - desenfileira o 23 2 - 14 - desenfileira o 39 5
- 6 - não é o 23 15 - achou o 39 ✓
- 7 - enfileira o 60
- 8 - desenfileira o 60 3
- 9 - não é o 60

#### Árvore 4 - Busca do elemento 98 - Pré-ordem



1 - não é o 15

2 - foi pro 10 1

3 - não é o 10

4 - 10 não tem filho à esquerda 2 14 - achou o 98 ✓

5 - foi pro 12 3

6 - não é o 12

7 - 12 não tem filho à esquerda 4

8 - 12 não tem filho à direita 5 ; Voltou pro 10 6

9 - Voltou pro 15 7

10 - foi pro 25

(10)

10 - Foi pro 25 8

11 - não é o 25

12 - 25 não tem filho à esquerda 9

13 - foi pro 98 10

14 - achou o 98 ✓

15 - não é o 12

9 - Voltou pro 15 7

(11)

10 - não é o 15

11 - foi pro 25 8

12 - 25 não tem filho à esquerda 9

13 - não é o 25

14 - foi pro 98 10

15 - 98 não tem filho à esquerda 11

16 - achou o 98 ✓

17 - Voltou pro 10 6

(12)

10 - foi pro 98 10

11 - 98 não tem filho à esquerda 11

12 - 98 não tem filho à direita 12

13 - achou o 98

5

4

1 - foi pro 10 1

2 - 10 não tem filho à esquerda 2

3 - foi pro 12 3

4 - 12 não tem filho à esquerda 4

5 - 12 não tem filho à direita 5

6 - não é o 12 ; Voltou pro 10 6

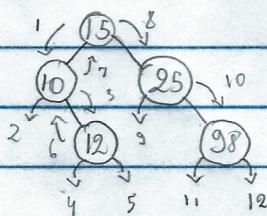
7 - não é o 10 ; Voltou pro 15 7

8 - foi pro 25 8

9 - 25 não tem filho à esquerda 9



#### Árvore 4 - Busca do elemento 98 - Pós-ordem



1 - foi pro 10 1

2 - 10 não tem filho à esquerda 2

3 - foi pro 12 3

4 - 12 não tem filho à esquerda 4

5 - 12 não tem filho à direita 5

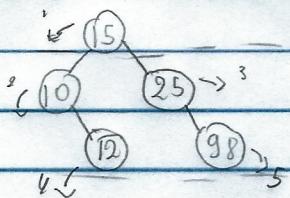
6 - não é o 12 ; Voltou pro 10 6

7 - não é o 10 ; Voltou pro 15 7

8 - foi pro 25 8

9 - 25 não tem filho à esquerda 9

Árvore 4 - Busca do elemento 98 - Buscar em largura (5)



- 1 - enfileira o 15
- 2 - desenfileira o 15 1
- 3 - mão é ≠ 15
- 4 - enfileira o 10
- 5 - enfileira o 25
- 6 - desenfileira o 10. 2
- 7 - mão é ≠ 10.
- 8 - enfileira o 12.
- 9 - desenfileira o 25 3
- 10 - mão é ≠ 25
- 11 - enfileira o 98
- 12 - desenfileira o 12 4
- 13 - mão é ≠ 12
- 14 - desenfileira o 98 5
- 15 - achou o 98

Elemento	27	1028	39	98
Modo/Arvore	A. 1	A. 2	A. 3	A. 4
Pré-ordem	6	7	5	10
Central	7	8	6	11
Pós-ordem	11	9	7	12
Largura	4	5	5	5