I. E. Pedacito de Cielo, La Tebaida, Quindío Saber ICFES Matemáticas 2023-08-11 Código MicroSimulacro

Apellidos y Nombres:	
Grupo:	
Fecha:	
1 4 2 9 0	



6

10.

2

2

0

Una empresa tiene la siguiente función de producción:

$$F(K, L) = KL^3$$
.

El precio de una unidad de *capital* es $p_K = 16$ y el precio de una unidad de *labor* es $p_L = 24$.

Minimiza los costos de la empresa considerando su función de producción y dado un objetivo de producción de 170 unidades.

¿Cuál es la cantidad del factor de entrada labor en este mínimo?

Retroalimentación:

Paso 1: Formulación del problema de minimización.

$$\min_{K,L} C(K, L) = p_K K + p_L L$$

$$= 16K + 24L$$
sujeto a: $F(K, L) = Q$

$$KL^3 = 170$$

Paso 2: Función de Lagrange.

$$\mathcal{L}(K, L, \lambda) = C(K, L) - \lambda(F(K, L) - Q)$$
$$= 16K + 24L - \lambda(KL^3 - 170)$$

Paso 3: Condiciones de primer orden.

$$\begin{split} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial K} &= 16 - \lambda L^3 = 0 \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial L} &= 24 - 3\lambda K L^{3-1} = 0 \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} &= -(KL^3 - 170) = 0 \end{split}$$

Paso 4: Resuelve el sistema de ecuaciones para K, L, y λ .

Resolviendo las dos primeras ecuaciones para λ e igualándolas se obtiene:

$$\frac{16}{L^{3}} = \frac{24}{3KL^{3-1}}$$

$$K = \frac{24}{3 \cdot 16} \cdot L^{3-(3-1)}$$

$$K = \frac{24}{48} \cdot L$$

Sustituyendo esto en la restricción de optimización se obtiene:

$$KL^{3} = 170$$

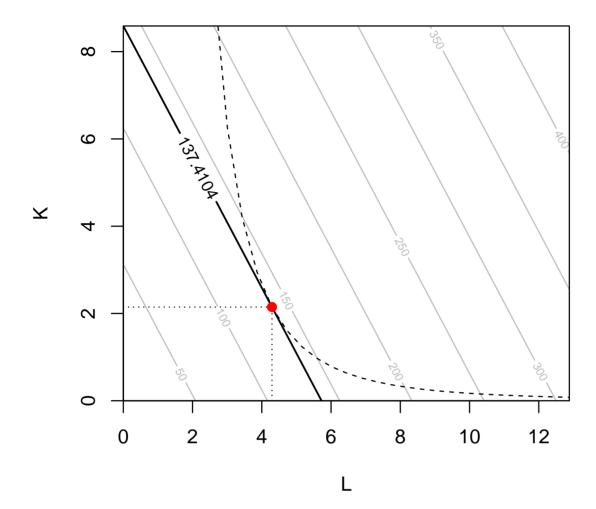
$$\left(\frac{24}{48} \cdot L\right) L^{3} = 170$$

$$\frac{24}{48} L^{4} = 170$$

$$L = \left(\frac{48}{24} \cdot 170\right)^{\frac{1}{4}} = 4,294076 \approx 4,29$$

$$K = \frac{24}{48} \cdot L = 2,147038 \approx 2,15$$

Dada la producción objetivo, la cantidad óptima del factor de entrada *labor* es L = 4,29.



Una empresa tiene la siguiente función de producción:

$$F(K,L)=KL^2.$$

El precio de una unidad de *capital* es $p_K = 19$ y el precio de una unidad de *labor* es $p_L = 7$. Minimiza los costos de la empresa considerando su función de producción y dado un objetivo de producción de 990 unidades.

¿Qué tan altos son en este caso los costos mínimos?

Retroalimentación:

Paso 1: Formulación del problema de minimización.

$$\min_{K,L} C(K, L) = p_K K + p_L L$$

$$= 19K + 7L$$
sujeto a: $F(K, L) = Q$

$$KL^2 = 990$$

Paso 2: Función de Lagrange.

$$\mathcal{L}(K, L, \lambda) = C(K, L) - \lambda(F(K, L) - Q)$$
$$= 19K + 7L - \lambda(KL^2 - 990)$$

$$\begin{split} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial K} &= 19 - \lambda L^2 = 0 \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial L} &= 7 - 2\lambda K L^{2-1} = 0 \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} &= -(K L^2 - 990) = 0 \end{split}$$

Paso 4: Resuelve el sistema de ecuaciones para K, L, y λ .

$$\frac{19}{L^2} = \frac{7}{2KL^{2-1}}$$

$$K = \frac{7}{2 \cdot 19} \cdot L^{2-(2-1)}$$

$$K = \frac{7}{38} \cdot L$$

Sustituyendo esto en la restricción de optimización se obtiene:

$$KL^{2} = 990$$

$$\left(\frac{7}{38} \cdot L\right) L^{2} = 990$$

$$\frac{7}{38}L^{3} = 990$$

$$L = \left(\frac{38}{7} \cdot 990\right)^{\frac{1}{3}} = 17,5162143 \approx 17,52$$

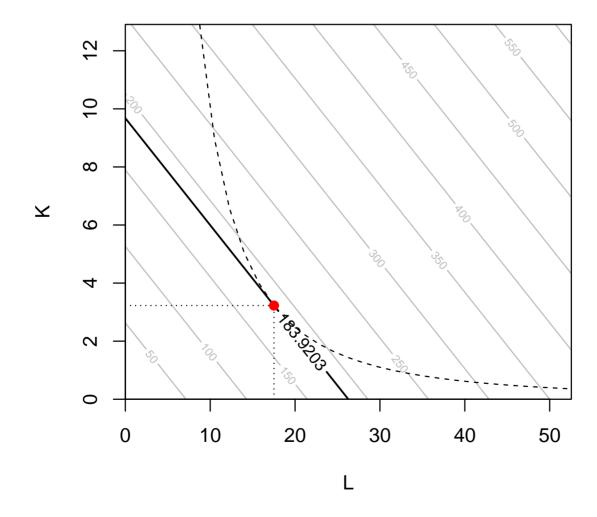
$$K = \frac{7}{38} \cdot L = 3,2266711 \approx 3,23$$

Los costos mínimos se pueden obtener al sustituir la combinación óptima de factores en la función objetivo:

$$C(K, L) = 19K + 7L$$

= 61,30675 + 122,6135
= 183,92025 \approx 183,92

Dada la producción objetivo, los costos mínimos son 183,92.



3. Escenario:

Una empresa tiene la siguiente función de producción:

$$F(K,L)=KL^3.$$

El precio de una unidad de *capital* es $p_K = 3$ y el precio de una unidad de *labor* es $p_L = 11$.

Minimiza los costos de la empresa considerando su función de producción y dado un objetivo de producción de 790 unidades.

¿Qué tan altos son en este caso los costos mínimos?

Retroalimentación:

Paso 1: Formulación del problema de minimización.

$$\min_{K,L} C(K, L) = p_K K + p_L L$$

$$= 3K + 11L$$
sujeto a: $F(K, L) = Q$

$$KL^3 = 790$$

Paso 2: Función de Lagrange.

$$\mathcal{L}(K, L, \lambda) = C(K, L) - \lambda(F(K, L) - Q)$$
$$= 3K + 11L - \lambda(KL^3 - 790)$$

Paso 3: Condiciones de primer orden.

$$\begin{split} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial K} &= 3 - \lambda L^3 = 0 \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial L} &= 11 - 3\lambda K L^{3-1} = 0 \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} &= -(KL^3 - 790) = 0 \end{split}$$

Paso 4: Resuelve el sistema de ecuaciones para K, L, y λ .

Resolviendo las dos primeras ecuaciones para λ e igualándolas se obtiene:

$$\frac{3}{L^{3}} = \frac{11}{3KL^{3-1}}$$

$$K = \frac{11}{3 \cdot 3} \cdot L^{3-(3-1)}$$

$$K = \frac{11}{9} \cdot L$$

Sustituyendo esto en la restricción de optimización se obtiene:

$$KL^{3} = 790$$

$$\left(\frac{11}{9} \cdot L\right) L^{3} = 790$$

$$\frac{11}{9} L^{4} = 790$$

$$L = \left(\frac{9}{11} \cdot 790\right)^{\frac{1}{4}} = 5,0421903 \approx 5,04$$

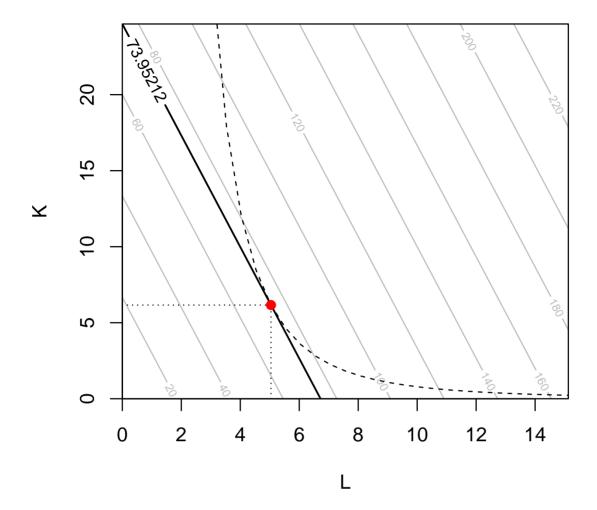
$$K = \frac{11}{9} \cdot L = 6,162677 \approx 6,16$$

Los costos mínimos se pueden obtener al sustituir la combinación óptima de factores en la función objetivo:

$$C(K, L) = 3K + 11L$$

= 18,488031 + 55,464093
= 73,952124 \approx 73,95

Dada la producción objetivo, los costos mínimos son 73,95.



Una empresa tiene la siguiente función de producción:

$$F(K, L) = KL$$
.

El precio de una unidad de *capital* es $p_K = 10$ y el precio de una unidad de *labor* es $p_L = 10$. Minimiza los costos de la empresa considerando su función de producción y dado un objetivo de producción de 540 unidades.

¿Cuál es la cantidad del factor de entrada capital en este mínimo?

Retroalimentación:

Paso 1: Formulación del problema de minimización.

$$\min_{K,L} C(K,L) = p_K K + p_L L$$

$$= 10K + 10L$$
sujeto a: $F(K,L) = Q$

$$KL = 540$$

Paso 2: Función de Lagrange.

$$\mathcal{L}(K, L, \lambda) = C(K, L) - \lambda(F(K, L) - Q)$$
$$= 10K + 10L - \lambda(KL - 540)$$

$$\begin{split} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial K} &= 10 - \lambda L = 0 \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial L} &= 10 - 1\lambda K L^{1-1} = 0 \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} &= -(KL - 540) = 0 \end{split}$$

Paso 4: Resuelve el sistema de ecuaciones para K, L, y λ .

$$\frac{10}{L} = \frac{10}{1KL^{1-1}}$$

$$K = \frac{10}{1 \cdot 10} \cdot L^{1-(1-1)}$$

$$K = \frac{10}{10} \cdot L$$

Sustituyendo esto en la restricción de optimización se obtiene:

$$KL = 540$$

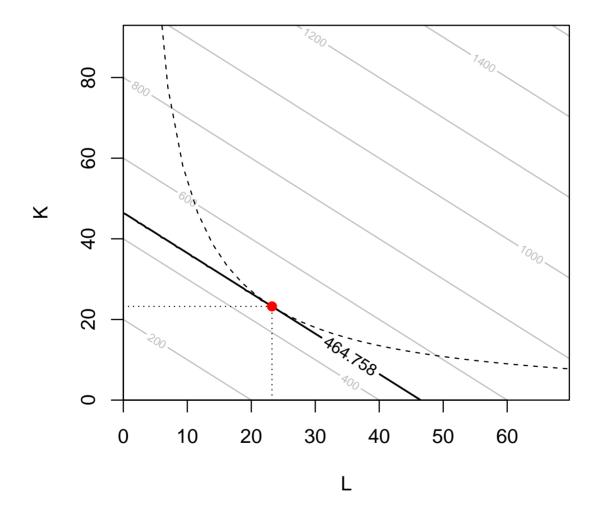
$$\left(\frac{10}{10} \cdot L\right) L = 540$$

$$\frac{10}{10} L^2 = 540$$

$$L = \left(\frac{10}{10} \cdot 540\right)^{\frac{1}{2}} = 23,2379001 \approx 23,24$$

$$K = \frac{10}{10} \cdot L = 23,2379001 \approx 23,24$$

Dada la producción objetivo, la cantidad óptima del factor de entrada capital es K = 23,24.



5. Escenario:

Una empresa tiene la siguiente función de producción:

$$F(K,L)=KL^2.$$

El precio de una unidad de *capital* es $p_K = 7$ y el precio de una unidad de *labor* es $p_L = 4$. Minimiza los costos de la empresa considerando su función de producción y dado un objetivo de producción de 550 unidades.

¿Cuál es la cantidad del factor de entrada capital en este mínimo?

Retroalimentación:

Paso 1: Formulación del problema de minimización.

$$\min_{K,L} C(K, L) = p_K K + p_L L$$

$$= 7K + 4L$$
sujeto a: $F(K, L) = Q$

$$KL^2 = 550$$

Paso 2: Función de Lagrange.

$$\mathcal{L}(K, L, \lambda) = C(K, L) - \lambda(F(K, L) - Q)$$
$$= 7K + 4L - \lambda(KL^2 - 550)$$

Paso 3: Condiciones de primer orden.

$$\begin{split} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial K} &= 7 - \lambda L^2 = 0 \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial L} &= 4 - 2\lambda K L^{2-1} = 0 \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} &= -(K L^2 - 550) = 0 \end{split}$$

Paso 4: Resuelve el sistema de ecuaciones para K, L, y λ .

Resolviendo las dos primeras ecuaciones para λ e igualándolas se obtiene:

$$\frac{7}{L^2} = \frac{4}{2KL^{2-1}}$$

$$K = \frac{4}{2 \cdot 7} \cdot L^{2-(2-1)}$$

$$K = \frac{4}{14} \cdot L$$

Sustituyendo esto en la restricción de optimización se obtiene:

$$KL^{2} = 550$$

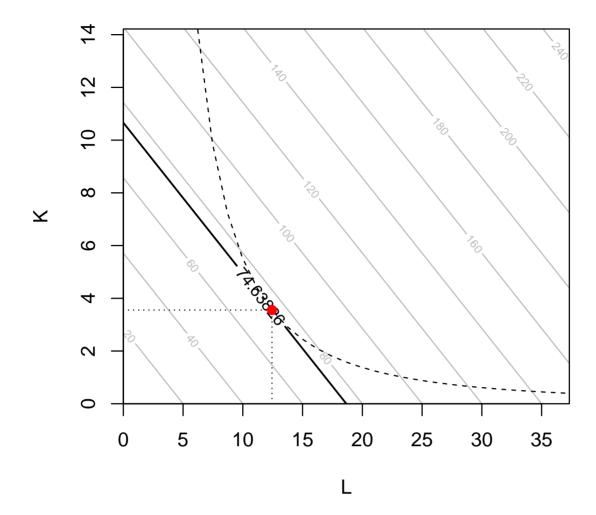
$$\left(\frac{4}{14} \cdot L\right) L^{2} = 550$$

$$\frac{4}{14} L^{3} = 550$$

$$L = \left(\frac{14}{4} \cdot 550\right)^{\frac{1}{3}} = 12,4397097 \approx 12,44$$

$$K = \frac{4}{14} \cdot L = 3,5542028 \approx 3,55$$

Dada la producción objetivo, la cantidad óptima del factor de entrada capital es K = 3,55.



Una empresa tiene la siguiente función de producción:

$$F(K,L)=KL^3.$$

El precio de una unidad de *capital* es $p_K = 25$ y el precio de una unidad de *labor* es $p_L = 24$. Minimiza los costos de la empresa considerando su función de producción y dado un objetivo de producción de 280 unidades.

¿Qué tan altos son en este caso los costos mínimos?

Retroalimentación:

Paso 1: Formulación del problema de minimización.

$$\min_{K,L} C(K, L) = p_K K + p_L L$$

$$= 25K + 24L$$
sujeto a: $F(K, L) = Q$

$$KL^3 = 280$$

Paso 2: Función de Lagrange.

$$\mathcal{L}(K, L, \lambda) = C(K, L) - \lambda (F(K, L) - Q)$$
$$= 25K + 24L - \lambda (KL^3 - 280)$$

$$\begin{split} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial K} &= 25 - \lambda L^3 = 0 \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial L} &= 24 - 3\lambda K L^{3-1} = 0 \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} &= -(KL^3 - 280) = 0 \end{split}$$

Paso 4: Resuelve el sistema de ecuaciones para K, L, y λ .

$$\frac{25}{L^3} = \frac{24}{3KL^{3-1}}$$

$$K = \frac{24}{3 \cdot 25} \cdot L^{3-(3-1)}$$

$$K = \frac{24}{75} \cdot L$$

Sustituyendo esto en la restricción de optimización se obtiene:

$$KL^{3} = 280$$

$$\left(\frac{24}{75} \cdot L\right) L^{3} = 280$$

$$\frac{24}{75} L^{4} = 280$$

$$L = \left(\frac{75}{24} \cdot 280\right)^{\frac{1}{4}} = 5,4387865 \approx 5,44$$

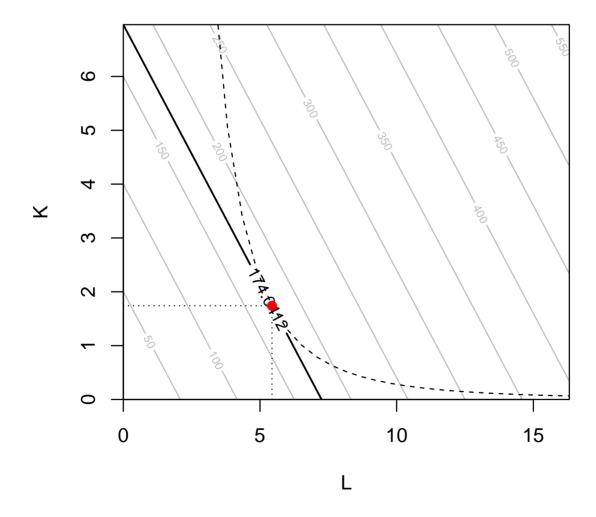
$$K = \frac{24}{75} \cdot L = 1,7404117 \approx 1,74$$

Los costos mínimos se pueden obtener al sustituir la combinación óptima de factores en la función objetivo:

$$C(K, L) = 25K + 24L$$

= 43,510292 + 130,530877
= 174,041169 \approx 174,04

Dada la producción objetivo, los costos mínimos son 174,04.



7. Escenario:

Una empresa tiene la siguiente función de producción:

$$F(K, L) = KL$$
.

El precio de una unidad de *capital* es p_K = 18 y el precio de una unidad de *labor* es p_L = 29. Minimiza los costos de la empresa considerando su función de producción y dado un objetivo de producción de 280 unidades.

¿Cuál es la cantidad del factor de entrada labor en este mínimo?

Retroalimentación:

Paso 1: Formulación del problema de minimización.

$$\min_{K,L} C(K, L) = p_K K + p_L L$$

$$= 18K + 29L$$
sujeto a: $F(K, L) = Q$

$$KL = 280$$

Paso 2: Función de Lagrange.

$$\mathcal{L}(K, L, \lambda) = C(K, L) - \lambda(F(K, L) - Q)$$
$$= 18K + 29L - \lambda(KL - 280)$$

Paso 3: Condiciones de primer orden.

$$\begin{split} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial K} &= 18 - \lambda L = 0 \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial L} &= 29 - 1\lambda K L^{1-1} = 0 \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} &= -(KL - 280) = 0 \end{split}$$

Paso 4: Resuelve el sistema de ecuaciones para K, L, y λ .

Resolviendo las dos primeras ecuaciones para λ e igualándolas se obtiene:

$$\frac{18}{L} = \frac{29}{1KL^{1-1}}$$

$$K = \frac{29}{1 \cdot 18} \cdot L^{1-(1-1)}$$

$$K = \frac{29}{18} \cdot L$$

Sustituyendo esto en la restricción de optimización se obtiene:

$$KL = 280$$

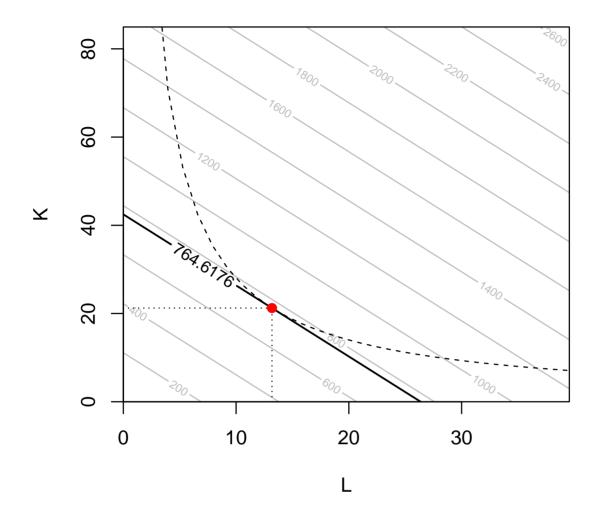
$$\left(\frac{29}{18} \cdot L\right) L = 280$$

$$\frac{29}{18} L^2 = 280$$

$$L = \left(\frac{18}{29} \cdot 280\right)^{\frac{1}{2}} = 13,1830612 \approx 13,18$$

$$K = \frac{29}{18} \cdot L = 21,2393764 \approx 21,24$$

Dada la producción objetivo, la cantidad óptima del factor de entrada *labor* es L = 13,18.



Una empresa tiene la siguiente función de producción:

$$F(K,L)=KL^2.$$

El precio de una unidad de *capital* es $p_K = 6$ y el precio de una unidad de *labor* es $p_L = 7$. Minimiza los costos de la empresa considerando su función de producción y dado un objetivo de producción de 280 unidades.

¿Cuál es la cantidad del factor de entrada capital en este mínimo?

Retroalimentación:

Paso 1: Formulación del problema de minimización.

$$\min_{K,L} C(K, L) = p_K K + p_L L$$

$$= 6K + 7L$$
sujeto a: $F(K, L) = Q$

$$KL^2 = 280$$

Paso 2: Función de Lagrange.

$$\mathcal{L}(K, L, \lambda) = C(K, L) - \lambda(F(K, L) - Q)$$
$$= 6K + 7L - \lambda(KL^2 - 280)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial K} &= 6 - \lambda L^2 = 0\\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial L} &= 7 - 2\lambda K L^{2-1} = 0\\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} &= -(K L^2 - 280) = 0 \end{aligned}$$

Paso 4: Resuelve el sistema de ecuaciones para K, L, y λ .

$$\frac{6}{L^2} = \frac{7}{2KL^{2-1}}$$

$$K = \frac{7}{2 \cdot 6} \cdot L^{2-(2-1)}$$

$$K = \frac{7}{12} \cdot L$$

Sustituyendo esto en la restricción de optimización se obtiene:

$$KL^{2} = 280$$

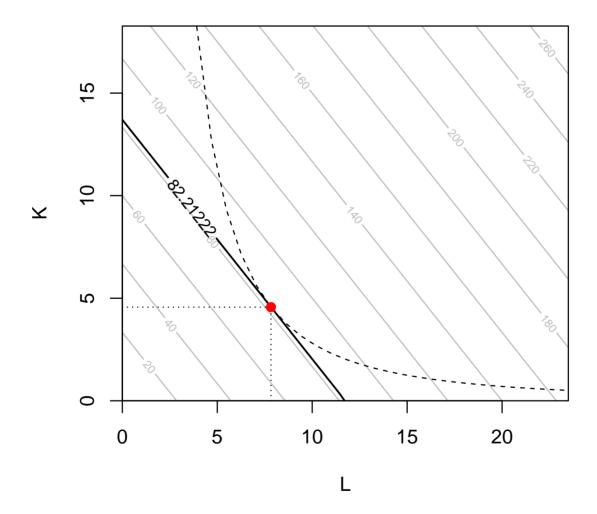
$$\left(\frac{7}{12} \cdot L\right) L^{2} = 280$$

$$\frac{7}{12} L^{3} = 280$$

$$L = \left(\frac{12}{7} \cdot 280\right)^{\frac{1}{3}} = 7,8297353 \approx 7,83$$

$$K = \frac{7}{12} \cdot L = 4,5673456 \approx 4,57$$

Dada la producción objetivo, la cantidad óptima del factor de entrada capital es K = 4,57.



9. Escenario:

Una empresa tiene la siguiente función de producción:

$$F(K, L) = KL^2$$
.

El precio de una unidad de *capital* es p_K = 18 y el precio de una unidad de *labor* es p_L = 16. Minimiza los costos de la empresa considerando su función de producción y dado un objetivo de producción de 310 unidades.

¿Cuál es la cantidad del factor de entrada labor en este mínimo?

Retroalimentación:

Paso 1: Formulación del problema de minimización.

$$\min_{K,L} C(K, L) = p_K K + p_L L$$

$$= 18K + 16L$$
sujeto a: $F(K, L) = Q$

$$KL^2 = 310$$

Paso 2: Función de Lagrange.

$$\mathcal{L}(K, L, \lambda) = C(K, L) - \lambda(F(K, L) - Q)$$
$$= 18K + 16L - \lambda(KL^2 - 310)$$

Paso 3: Condiciones de primer orden.

$$\begin{split} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial K} &= 18 - \lambda L^2 = 0 \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial L} &= 16 - 2\lambda K L^{2-1} = 0 \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} &= -(K L^2 - 310) = 0 \end{split}$$

Paso 4: Resuelve el sistema de ecuaciones para K, L, y λ .

Resolviendo las dos primeras ecuaciones para λ e igualándolas se obtiene:

$$\frac{18}{L^2} = \frac{16}{2KL^{2-1}}$$

$$K = \frac{16}{2 \cdot 18} \cdot L^{2-(2-1)}$$

$$K = \frac{16}{36} \cdot L$$

Sustituyendo esto en la restricción de optimización se obtiene:

$$KL^2 = 310$$

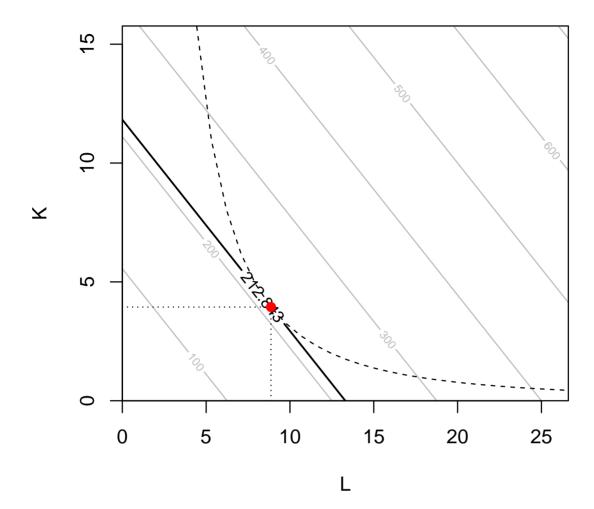
$$\left(\frac{16}{36} \cdot L\right) L^2 = 310$$

$$\frac{16}{36} L^3 = 310$$

$$L = \left(\frac{36}{16} \cdot 310\right)^{\frac{1}{3}} = 8,8684571 \approx 8,87$$

$$K = \frac{16}{36} \cdot L = 3,9415365 \approx 3,94$$

Dada la producción objetivo, la cantidad óptima del factor de entrada *labor* es L = 8,87.



Una empresa tiene la siguiente función de producción:

$$F(K, L) = KL^2$$
.

El precio de una unidad de *capital* es $p_K = 11$ y el precio de una unidad de *labor* es $p_L = 21$. Minimiza los costos de la empresa considerando su función de producción y dado un objetivo de producción de 230 unidades.

¿Cuál es la cantidad del factor de entrada labor en este mínimo?

Retroalimentación:

Paso 1: Formulación del problema de minimización.

$$\min_{K,L} C(K, L) = p_K K + p_L L$$

$$= 11K + 21L$$
sujeto a: $F(K, L) = Q$

$$KL^2 = 230$$

Paso 2: Función de Lagrange.

$$\mathcal{L}(K, L, \lambda) = C(K, L) - \lambda (F(K, L) - Q)$$
$$= 11K + 21L - \lambda (KL^2 - 230)$$

$$\begin{split} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial K} &= 11 - \lambda L^2 = 0 \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial L} &= 21 - 2\lambda K L^{2-1} = 0 \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} &= -(K L^2 - 230) = 0 \end{split}$$

Paso 4: Resuelve el sistema de ecuaciones para K, L, y λ .

$$\frac{11}{L^2} = \frac{21}{2KL^{2-1}}$$

$$K = \frac{21}{2 \cdot 11} \cdot L^{2-(2-1)}$$

$$K = \frac{21}{22} \cdot L$$

Sustituyendo esto en la restricción de optimización se obtiene:

$$KL^{2} = 230$$

$$\left(\frac{21}{22} \cdot L\right) L^{2} = 230$$

$$\frac{21}{22} L^{3} = 230$$

$$L = \left(\frac{22}{21} \cdot 230\right)^{\frac{1}{3}} = 6,2226744 \approx 6,22$$

$$K = \frac{21}{22} \cdot L = 5,9398255 \approx 5,94$$

Dada la producción objetivo, la cantidad óptima del factor de entrada *labor* es L = 6,22.

