

# Análisis de falla y mecánica a la fractura en la aeronave de Havilland comet I

Miguel José Alvarez Meza

7 de septiembre de 2020

## Abstract

Este parcial proporciona un análisis sobre la aeronave de Havilland Comet I para poder entender de una mejor manera las causas de sus fallas en vuelo durante los años 50s mediante las herramientas matemáticas obtenidas en el curso de mecánica de fractura y análisis de falla.

## 1 Historia de la aeronave

El De Havilland Comet I fue la primera aeronave comercial de pasajeros con motores a reacción en ser puesta en servicio, este vehículo diseñado y construido en el Reino Unido causo gran sensación en el mercado, pues contaba con grandes saltos tecnológicos capaces de revolucionar la industria aeronáutica y marcar el camino de lo que sería la aviación hasta nuestros días. El indiscutible valor del avión recaía sobre sus cuatro motores a reacción Haldford H.2 ghost que le proporcionaban aproximadamente 5000 *Lbs* de empuje, llevándolo a alcanzar velocidades por encima de los 700 *Km/h*, toda una revolución si es comparado con aeronaves usadas para fines similares, tal como el DC-3, donde la velocidad en vuelo crucero era de 330 *Km/h*, debido a los dos motores radiales Pratt Whitney R-1830, a piston.



Figure 1: De Havilland Comet I en vuelo

En la figura 1 se ilustra una imagen tomada durante uno de los primeros vuelos llevados a cabo por el De Havilland Comet. En la época de su diseño y manufactura los metales dominaban la aplicación sobre componentes aeronáuticos, entre toda la categoría de metales era el aluminio el que brillaba debido a sus altas propiedades específicas. Por tal motivo el De Havilland usaba una aleación de aluminio con cobre, entre 3.5 y 4.5 por ciento. Muy similar a una seria 2000 actual.

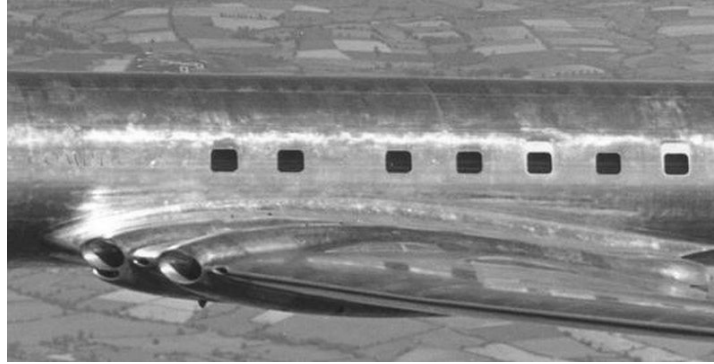


Figure 2: Ventanas de D Havilland Comet I

La aeronave era capaz de alcanzar unos 40000 *ft* de altura, por lo cual era necesario presurizar la cabina para que los tripulantes y pasajeros no sufrieran hipoxia, falta de oxígeno, durante los trayectos. Era común en aeronaves de la época usar presurización, pero fue una de las primeras ocasiones donde se hacía sobre tan altas altitudes de vuelo. La cabina era presurizada como a 0.8 veces la presión atmosférica terrestre, lo que resultaba cómodo para los pasajeros. Otro atributo destacable de esta aeronave era sus ventanas, siendo muy cercanas a ser rectangulares (figura 2), al igual que la presurización, no era descabellado usar este tipo de geometría para las ventanas, tal como se era el caso de DC-3 (figura 3)



Figure 3: DC-3 en vuelo

El problema que presentaba el De Havilland Comet era las grandes altitudes que alcanzaba, esto provocaba que en las ventanas aumentaran el esfuerzo, por consiguiente el crecimiento de grietas fuera bastante acelerado.

En total fueron dos accidentes por el mismo fenómeno, lo que causa una investigación exhaustiva por parte del organismo de aviación civil ingles (RAE) con tal de averiguar las causas de la falla.

## 2 Parámetros del problema

Para realizar un análisis es necesario conocer algunos parámetros geométricos de la aeronave, tales como, la altura y anchura de las ventanas, esto se aprecia en la figura 4. Es de anotar que los cortes en el fuselaje donde están ubicadas las ventanas de este avión no son precisamente rondadas, son rectángulos con los bordes suavizados mediante una circunferencia, lo cual difiere de las aeronaves que transportan pasajeros actualmente donde son completamente ovaladas.

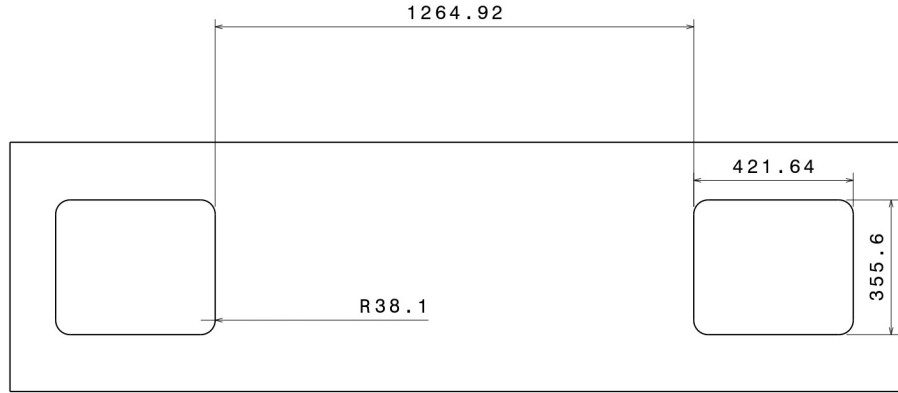


Figure 4: Disposición de espacios y longitudes del lugar donde se supone ocurre el crecimiento de grieta

El espesor de piel que tenía el fuselaje de la aeronave era de  $1.42 \text{ mm}$ . Por otra parte, el esfuerzo a los que estaban sometidas las secciones adyacentes de las ventanas fueron calculados por la RAE en su investigación y se concluyó que alrededor de las ellas podía alcanzar los  $360 \text{ MPa}$ , pero este descendía a medida que se alejaba, llegando hasta los  $70 \text{ MPa}$  en los agujeros mas cercanos. Para el análisis se toma un esfuerzo de  $70 \text{ MPa}$ .

## 3 Construcción diagrama de Paris

La construcción del diagrama se realiza mediante la aplicación de la ecuación denominada propagación de esfuerzo de Paris, ecuacion 1.

$$\frac{da}{dN} = C(\Delta K)^n \quad (1)$$

Donde  $C$  y  $n$  son constantes implícitas del material, estas a su vez fueron seleccionadas a partir de una aleación de aluminio 2050-T84 [2],  $C = 4.25E - 8$  y  $n = 3.36$ .  $\Delta K$ , el otro termino de la ecuación, esta dado por la ecuación 2.

$$\Delta K = \Delta \sigma \sqrt{\pi a} \quad (2)$$

De la ecuación 2 es posible encontrar el  $\Delta \sigma$ , conociendo que la aeronave alcanzaba un esfuerzo, por presurización, de aproximadamente  $70 \text{ MPa}$  a una altura de  $40000 \text{ ft}$ . En tierra o en vuelo a baja altura no era necesario presurizar la cabina, por lo que el esfuerzo mínimo es  $0 \text{ MPa}$ , esta combinación es conocida como esfuerzos pulsantes, el  $\Delta \sigma = 70 \text{ MPa}$ . Por otra parte, para encontrar un estimado del tamaño crítico de grieta  $a_c$  se usa la ecuación 3, exigiendo esta un proceso iterativo finito para rebelar un valor mas cercano a la realidad, lo cual a su vez revela el valor de  $\beta$ . La pieza de la aeronave se tomo como si la grieta se estuviera dando en el lado derecha de la ventana izquierda, como ilustra la figura 5. Por lo tanto la ecuación para hallar  $\beta$  es 4.

$$a_c = \frac{1}{\pi} \left( \frac{K_c}{\beta \sigma} \right)^2 \quad (3)$$

$$\beta = 1.12 - 0.23 \left( \frac{a}{w} \right) + 10.55 \left( \frac{a}{w} \right)^2 - 21.72 \left( \frac{a}{w} \right)^3 + 30.39 \left( \frac{a}{w} \right)^4 \quad (4)$$

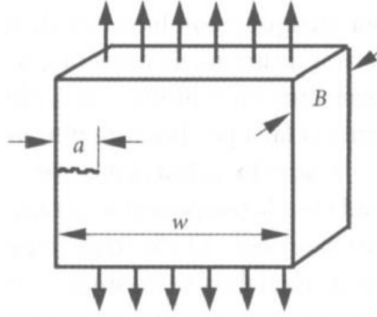


Figure 5: Ubicación de la grieta y tipo de grieta

La tenacidad a la fractura del aluminio escogido es  $K_c = 36 \text{ MPa m}^{0.5}$ . El valor  $w$  se obtiene de la figura 4, su valor es  $w = 1.26 \text{ m}$ . Realizando el proceso iterativo se obtiene un resultado para  $\beta = 1.133$ , mientras que la longitud de grieta crítica es  $a_c = 65.5 \text{ mm}$ .

La construcción del diagrama de Paris se realiza graficando dos puntos en los eje  $\Delta K$  y  $\frac{da}{dN}$ , luego se unen los dos puntos mediante una línea recta. El primer punto se calcula conociendo el tamaño de grieta inicial, el segundo con la longitud de grieta crítica. Para el segundo punto ya se poseen todos los valores, así pues, de la ecuación 2 se calcula

$$\Delta K = 70 \text{ MPa} \sqrt{\pi 0.0655} = 35.97$$

Por consiguiente, el valor del crecimiento de grieta por ciclo es

$$\frac{da}{dN} = (4.25E - 8)(35.97)^{3.36} = 0.0071$$

El mismo procedimiento se realiza para la longitud de grieta inicial, esta suposición esta fundamentada en investigaciones del incidente real, donde el organismo de aviación civil

ingles (RAE por sus siglas en ingles) determinaron que entre  $10 - 100 \text{ } \mu\text{m}$  fue el tamaño de grieta inicial que provocaron los accidentes [5], para términos prácticos se escogió un tamaño de grieta inicial de  $100 \text{ } \mu\text{m}$ . Por consiguiente el resultado, usando las ecuaciones 2 y 1, da como valor

$$\Delta K = 70 \text{ MPa} \sqrt{\pi 0.00010} = 1.4057$$

$$\frac{da}{dN} = (4.25E - 8)(1.4057)^{3.36} = 1.33E - 7$$

Al graficar estos dos puntos y unirlos por una linea se obtiene la figura 6, la cual corresponde al diagrama de Paris para las características geométricas y propiedades del material escogido.

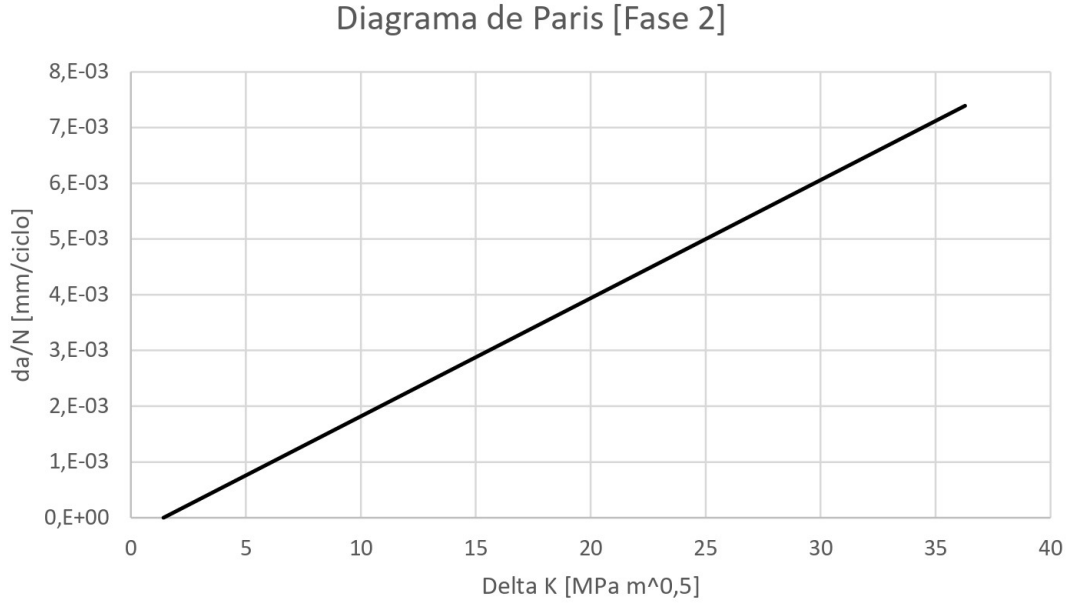


Figure 6: Diagrama de Paris

Se aclara que solo se gráfica la segunda etapa del crecimiento, conocida como crecimiento controlado. Las otras dos etapas, 1 y 3, no son calculadas. Existe una ecuación que describe el limite donde inicia la etapa 2 y termina la etapa 1, calculando un  $\Delta K_{th}$ , en este ejercicio no se realiza ese procedimiento.

Suponiendo 5 ciclos de presurización al día, lo que corresponde a 5 vuelos diarios de la aeronave, se llega a la conclusión que fallara en 215 días. Pues el fuselaje solo soportara 1075 ciclos desde la aparición de la grieta. Se observo también que los parámetros  $C$  y  $n$  presentan gran sensibilidad al momento de realizar y graficar estos cálculos, por consiguiente antes de realizar un análisis mas exhaustivo es necesario determinar con exactitud estos valores.

## 4 Construcción del diagrama evaluación de falla (FAD)

La construcción de FAD tiene como objetivo conocer si la pieza o componente estudiado se ve afectado por comportamientos plásticos. Los limites que denotan la falla o no falla es el primer paso a realizar, esto gracias a la ecuación 5.

$$K_r = S_r \left\{ \frac{8}{\pi} \text{Ln} \left[ \text{Sec} \left( \frac{\pi}{2} S_r \right) \right] \right\}^{-\frac{1}{2}} \quad (5)$$

En la figura 7 la representación de la ecuación 5 se aprecia mediante la linea negra. Después se procede a graficar, sobre la linea anteriormente construida, el comportamiento de las grietas para esta aeronave. En la tabla 1 están los valores de esfuerzo de cedencia, esfuerzo ultimo y esfuerzo aplicado,  $\sigma_y$ ,  $\sigma_u$  y  $\sigma_{aplicado}$ , respectivamente. Se escogen unos valores de tamaño de grieta para posteriormente ser graficados, primero se calcula el punto que tendrán en el eje y, mediante la ecuación 6. De esta se conoce que la tenacidad a la fractura  $K_c$  es  $36 \text{ MPa } m^{0.5}$ . El factor de intensidad de esfuerzo esta dado a su vez mediante la ecuación 2 visto en la sección anterior, el único cambio presente corresponde a los delta, estos se eliminan, dejando únicamente el esfuerzo aplicado. Por lo tanto, es calculado un  $K_I$  para cada valor de longitud de grieta, esto se representa mejor en la tabla 2. Ya con los valores hallados se calculado  $K_r$ .

$\sigma_y$	<i>MPa</i>	476
$\sigma_u$	<i>MPa</i>	503
y		1
$\sigma_0$	<i>MPa</i>	489,5
b	<i>m</i>	1,26
n		1
$\sigma_{aplicado}$	<i>MPa</i>	70

Table 1: Resumen valores para el problema

$$K_r = \frac{K_I}{K_c} \quad (6)$$

El calculo de  $S_r$  es un poco mas complejo, pues se requiere calcular el esfuerzo de colapso  $\sigma_{col}$  para cada longitud de grieta asignada. Se inicia usando la ecuación 7, donde el termino superior  $\sigma$  es el esfuerzo nominal o aplicado, de la tabla 1 se obtiene su valor.

$$S_r = \frac{\sigma}{\sigma_{col}} \quad (7)$$

El esfuerzo de colapso esta dado por la ecuación 8, donde  $\gamma$  es un factor adimensional, se asume como 1.  $\sigma_0$  es el esfuerzo limite de flujo plástico,  $a$  es la longitud de grieta,  $b$  es el ancho por cada punta de grieta, en este caso es 1.26 *m* y por ultimo se tiene la variable  $n$ , correspondiente al numero de frentes de grieta, para este caso se supone un solo frente de grieta.

$$S_{col} = \gamma \sigma_0 \left[ 1 - \frac{a}{b} \right]^n \quad (8)$$

Para calcular el esfuerzo limite de flujo plástico se usa la ecuación 9, donde  $\sigma_y$  es el esfuerzo de cedencia, dado en la tabla 1 y  $\sigma_u$  es el esfuerzo limite o ultimo, dado en la misma tabla que el parámetro anterior.

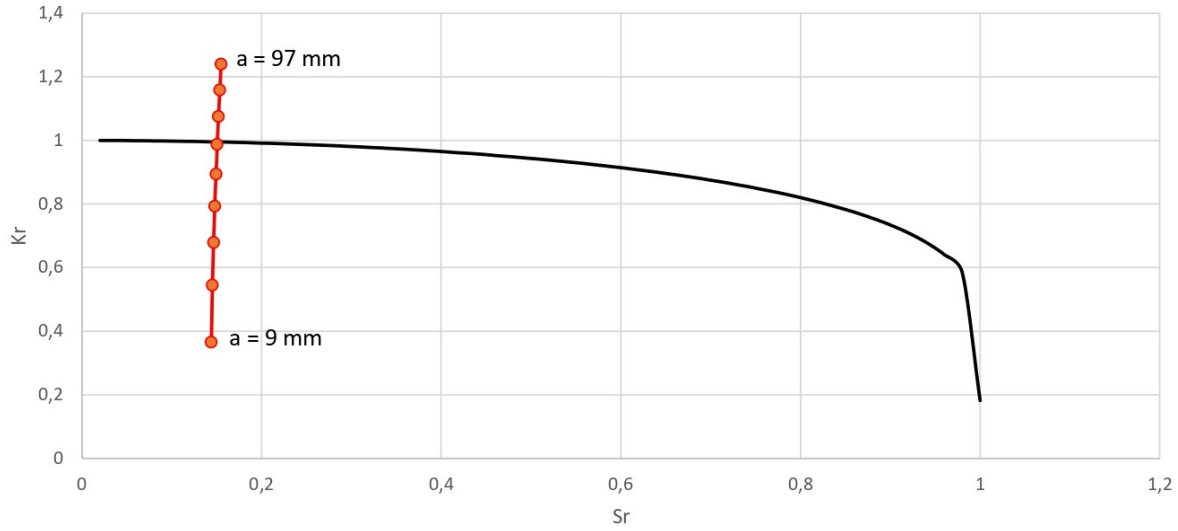


Figure 7: Diagrama R

$$\sigma_0 = \frac{\sigma_y + \sigma_u}{2} \quad (9)$$

Con toda la información suministrada y mediante las ecuaciones anteriores se obtiene la ultima columna de la tabla 2. Después se grafican los valores  $K_r$  y  $S_r$ , obteniendo la figura 7.

a (m)	$\beta$	$K_r$	$S_r$
0,0090	1,1189	0,3658	0,1440
0,0200	1,1189	0,5454	0,1453
0,0310	1,1204	0,6799	0,1466
0,0420	1,1233	0,7934	0,1479
0,0530	1,1275	0,8946	0,1493
0,0640	1,1329	0,9878	0,1507
0,0750	1,1395	1,0755	0,1521
0,0860	1,1472	1,1595	0,1535
0,0970	1,1560	1,2408	0,1549

Table 2: Valores  $K_r$  y  $S_r$  para diferentes longitudes de grieta

En figura 7 la linea roja representa el cambio que sufren los factores  $S_r$  y  $K_r$  a medida que se aumenta el tamaño de grieta en la piel rigidizada del fuselaje. Claramente la pieza no se ve influencia en gran medida por un comportamiento plástico, por lo tanto no es mala suposición usar las teorías que solo hacen participe al comportamiento plástico (como LEFT) para encontrar un estimativo de vida en el componente. El resultado se puede explicar principalmente por la distancia  $w$  que existe entre ventana y ventana, pues resulta

elevado si se compara con el espesor de la piel. También se conoce que en componentes delgados las fallas se producen por deformaciones elásticas [3].

La figura 7 es útil si se encuentra una grieta y se desea conocer que tan cerca se esta del limite de falla. Por tal motivo se supone que en una inspección visual se detecta una grieta de longitud 50 mm. Se procede a calcular el  $S_r$  y  $K$  para este valor específico y luego observar el factor de seguridad.

Con esta longitud, el valor de  $S_r$  es 0.148 y  $K_r$  es 0.867. Por consiguiente la distancia desde el origen se calcula mediante la ecuación 10.

$$D = \sqrt{(y_2 - y_1)^2 + (x_2 - x_1)^2} \quad (10)$$

La distancia del origen hasta el punto es de 0.880.

Ahora se procede a calcular la distancia del origen hasta la curva, usando la ecuación 10 se obtiene un valor de 1.0084. Haciendo uso de la ecuación 11 se calcula el factor de seguridad para esa longitud de grieta.

$$FS = \frac{\text{Distancia punto}}{\text{Distancia linea}} \quad (11)$$

El resultado del factor de seguridad es 1.1451.

En la figura 8 se observa el punto de la grieta y linea que la conecta con el origen.

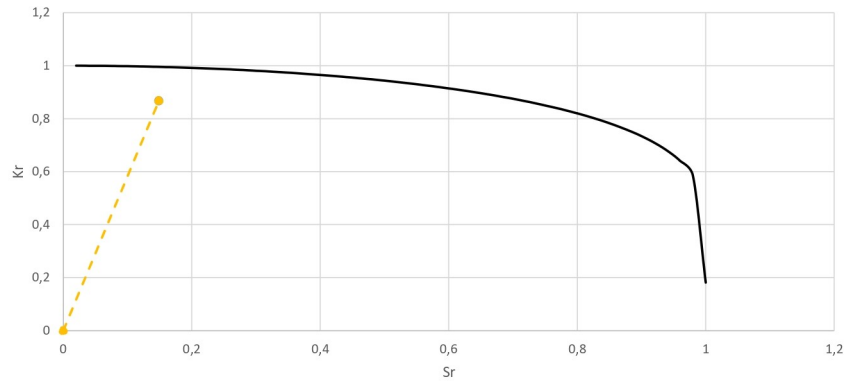


Figure 8: Diagrama R con una grieta de 50 mm

## 5 Análisis mediante la integral J

Realizando una búsqueda por algunos artículos científicos se encontró un valor  $J_c$  de 20  $KN/m$  [4], esto para un aluminio 2219 T851. Después se procede a calcular  $E'$ , asumiendo que el fenómeno es de esfuerzo plano, por consiguiente se asumen la ecuación 12.

$$E = E' \quad (12)$$

Se procede a calcular e  $K_I$  con la ecuación 13.



$$J_c = G_c = \frac{K_I^2}{E'} \quad (13)$$

$E$  refiere al modulo de elasticidad del material, para este aluminio es de  $72 \text{ GPa}$  [6]. El valor para  $K_I = 37.68$ . Por consiguiente la longitud critica de grieta esta dado por la ecuación 3, su valor es  $64 \text{ mm}$ .

Este valor presenta una cercanía notable con el encontrado para calcular el diagrama de Paris, pues el resultado anteriormente fue de  $65 \text{ mm}$  aproximadamente.

El resultado de la integral J es puramente experimental, y varia significativamente en función del espesor de la pieza evaluada.

## 6 Conclusiones finales

Para terminar este parcial se destacan algunos resultados y mientras también puestos en duda otros. Las longitudes criticas de grieta en este estudio están por el orden de los  $60 - 70 \text{ mm}$ , comparando estos resultados con los obtenidos por la RAE cuando realizaron las pruebas en tierra para estudiar las causas de los accidentes se concluye que si difieren, especialmente porque las grietas de los accidentes y estudios no sucedieron en todos los casos sobre las ventanas, algunos se presentaron en la ventana del ADF y en otras oportunidades en las alas. Por tal razón en cada suceso real las longitudes de grieta fueron diferentes. Referente al articulo [5], ellos supusieron un longitud de grieta critica de  $25 \text{ mm}$ , ese valor fue obtenido mediante en análisis las piezas accidentas para una sola aeronave, y con el se calculo la grieta inicial que causo el accidente, este ultimo valor se uso en este parcial para calcular lo longitud inicial de grieta. También usaron un  $C$  diferente, al igual que  $n$ . Se asume, según el paper [5] unos valores mas restrictivos que los asumidos acá.

Referente completamente a este estudio, los valores obtenidos para la longitud de grieta critica fueron muy similares al calcularse con LEFT e integral J, esto sugiere que el comportamiento de la pieza si esta gobernado por fuerzas elásticas, mientras que las plásticas están resegadas. Un resultado que, personalmente, no obtiene completa validez es el calculo y posterior graficacion de el diagrama R, especialmente cuando se traza la linea con diferentes longitudes de grieta, pues la tendencia no inicia desde el principio (linea roja en la figura 7), sin embargo no tengo tampoco razones para esperar que este del todo incorrecta. Los valores  $b$  y  $\gamma$  generan dudas porque el libro guía tampoco las define con claridad, especialmente a  $\gamma$ , todo esto en la ecuación 8.

## References

- [1] Design and modeling of selective reinforcements for integral aircraft structures - Scientific Figure on ResearchGate. [accessed 6 Sep, 2020]
- [2] Moreto, J. Júnior, Fernando Maciel, Carla Bonazzi, Luís Júnior, José Ruchert, Cassius Filho, Waldek. (2015). Environmentally-assisted fatigue crack growth in AA7050-T73511 al alloy and AA2050-T84 Al-Cu-Li alloy. Materials Research. 18. 10.1590/1516-1439.018915.

- [3] Héctor Hernández Albañil, Édgar Espejo Mora. MECÁNICA DE FRACTURA Y ANALISIS DE FALLA. ISBN 958-701-242-9
- [4] Tseng, M. K., Marcus, H. L. (1982). A single specimen determination of J1C for aluminum alloys. Engineering Fracture Mechanics, 16(6), 895–903. doi:10.1016/0013-7944(82)90013-3
- [5] P.A. Withey, Fatigue failure of the de Havilland comet I, Engineering Failure Analysis, Volume 4, Issue 2, 1997, Pages 147-154, ISSN 1350-6307, [https://doi.org/10.1016/S1350-6307\(97\)00005-8](https://doi.org/10.1016/S1350-6307(97)00005-8).
- [6] CES EduPack 2013, Versión 4.6, Granta Design Limited