

La difusión de los conocimientos matemáticos en la sociedad

De la antigüedad hasta la aparición de los sistemas nacionales de escolarización

En las sociedades antiguas, la difusión de los conocimientos se hacía entre unos pocos, fundamentalmente entre los que los producían o entre los usuarios directos en las diferentes actividades. En el mundo babilonio, egipcio y romano, la actividad de los astrónomos, los escribas, los arquitectos, los agrimensores, los comerciantes requirió de formas de registrar cantidades y hacer cálculos o usar tablas para encontrar resultados.

Estas personas eran seguramente muy pocas en relación con el total de la población y sabemos que ocupaban un lugar de privilegio en la sociedad.

En los primeros años de la Edad Media, tanto la producción como la difusión de los conocimientos matemáticos fue muy restringida.

Durante el primer milenio de nuestra era, el aporte fundamental a la futura matemática occidental fue el de oriente. En particular para el tema que nos ocupa, los hindúes producen y los árabes difunden el sistema de numeración decimal y nuevas técnicas de cálculo. Como veremos con mayor profundidad en la próxima clase a fines del siglo X se inicia la divulgación de las cifras árabes sin el cero y el "ábaco de los árabes", diferente al ábaco con bolillas pues "en él se opera con fichas que llevaban grabadas las nueve cifras de manera tal que condujo naturalmente a nuestra habitual manera de operar". (Duby, 1989: 40)

A mediados del siglo XII se inicia una era de traducciones del árabe, el hebreo y el griego al latín, siendo España el centro más activo de traducciones, lo que pone a disposición de los científicos occidentales el saber matemático acumulado y explica el renacimiento de esta ciencia en occidente en el siglo XIII, siglo en el que se originan los decimales y los logaritmos. Los antiguos textos se recopilan y se inicia en los monasterios "la costumbre de incitar a

algunos monjes a estudiar, imponiéndoles la obligación de copiar antiguos textos” permitió preservar algunos de ellos. (Babini, 1984: 1532).

Para este tiempo se abrieron varias universidades en Italia, España y otros países, con estudiantes que viajaban libremente de una institución a otra. Las universidades del norte como las de París, Oxford y Cambridge, eran administradas por los profesores: mientras que las del sur, como la de Italia y Alcalá de España, lo eran por los estudiantes.

“El quadrivium, considerado como una enseñanza de lujo para una élite de especialistas e iniciados, incluía los conocimientos relativos a las cosas, las leyes de las realidades exteriores: leyes del espacio (geometría), leyes de los números (aritmética), leyes de los astros (astronomía) y leyes de los sonidos (música).” (Assa y otros, 1973: 150)

“En el contexto económico y social de la época feudal, la cultura de los laicos no se justifica. Las únicas escuelas existentes se destinan a preparar los múltiples y variados agentes de la función clerical. Los laicos solo se admiten dentro de los límites extremadamente estrictos de las exigencias de la época y según las necesidades de reclutamiento. La educación era un privilegio de unos pocos y la mayor parte de los miembros de las clases bajas no tenían acceso a la misma.” (Assa y otros, 1973: 162)

Durante el Renacimiento, se dio una gran importancia a la cultura clásica griega y romana enseñada en las escuelas que, originadas en la Edad Media, llegaron a ser el modelo de la enseñanza secundaria en Europa hasta el inicio del siglo XX.

El espíritu de la educación durante el Renacimiento está ejemplificado en las escuelas establecidas en Mantua, donde se introdujeron temas como las ciencias, la historia, la geografía, la música y la formación física. El éxito de estas iniciativas influyó en el trabajo de los educadores durante más de 400 años.

Las iglesias protestantes surgidas en el inicio del siglo XVI establecieron escuelas en las que se enseñaba a leer, escribir, nociones básicas de

aritmética, el catecismo en un grado elemental y cultura clásica, hebreo, matemáticas y ciencias, en lo que podríamos denominar enseñanza secundaria.

Los católicos siguieron las ideas educativas del renacimiento en las escuelas que ya dirigían o que promocionaron como respuesta a la creciente influencia del protestantismo, dentro del espíritu de la Contrarreforma. Los jesuitas, promovieron un sistema de escuelas que ha tenido un papel preponderante en el desarrollo de la educación católica en muchos países desde el siglo XVI.

En el siglo XVII, período de rápido progreso de muchas ciencias y de creación de instituciones que apoyaban el desarrollo del conocimiento científico, se destaca la labor de Jan Komensky, obispo protestante de Moravia, más conocido por el nombre latino de Comenio, cuyo objetivo educativo podría resumirse en “enseñar a través de todas las cosas a todos los hombres”. Si bien los conocimientos aritméticos y la geometría elemental se hacen accesibles a más estudiantes, este acceso sigue restringido a un porcentaje reducido de la población.

En las escuelas de este siglo, y hasta final del siglo XVIII, “la tónica dominante consistía en presentar de modo reglado los métodos de cálculo sobre ejemplos ilustrativos; llama la atención la ausencia de argumentaciones que se parezcan a lo que hoy entendemos por fundamentación; coexisten unos junto a los otros los algoritmos generales con los particulares y los más populares con los menos conocidos. Se daba mucha importancia a las pruebas de las operaciones tales como “la del nueve”. Esto era debido a que tradicionalmente el cálculo era con ábacos, tableros cubiertos con polvo, sábanas con harina, etc., en ellos los resultados intermedios se borraban y era imposible repasar la operación, por lo que era necesario efectuar la prueba” (Gómez Alfonso, 1996: 2).

Desde los inicios de los sistemas nacionales hasta nuestros días

Hacia el siglo XIX, aparecen los sistemas nacionales de escolarización en Europa, Estados Unidos, y en América Latina, especialmente en Argentina y Uruguay. Se produce entonces el establecimiento de un curriculum obligatorio común para los estudiantes de un mismo nivel educativo. Esto se plasmó en una propuesta de enseñanza para los niños en la que se incluía la aritmética. “De esta época destacan tres novedades importantes: la primera es el deseo de poner de manifiesto la lógica de las reglas de cálculo y el análisis de los motivos que la sustentan; la segunda es la inclusión en el texto de sugerencias para los profesores; la tercera es un programa dividido en lecciones, las cuales encierran cada una lo que es posible presentar en una sola sesión y no conviene separar en trozos” (Condorcet, 1799; en Gómez Alfonso). En los textos que siguen este método, se ven reglas con su justificación correspondiente, y se aplican esas reglas en ejemplos concretos.

En la Argentina, durante las presidencias de Mitre, Sarmiento y Avellaneda se crearon un conjunto de instituciones que dieron impulso al desarrollo de las ciencias físicas y naturales. En ese tiempo, en relación con la matemática, una comisión integrada por Luis Huergo, Francisco Canale, Juan F. Sarhy y Eleodoro Calderón señalaba que “los textos de matemáticas debían transmitir conocimientos actualizados y apropiados, tener un método inductivo, una organización interna clara y ser atractivos para los niños” (Código de Instrucción Primaria, 1890: 667).

En este tiempo, los niños que concurrían a la escuela según el Censo de 1869 eran alrededor del 20% de los que estaban en condiciones de hacerlo. Sarmiento colocó en primer plano entonces, como un modo de promover el progreso, la organización del sistema educativo que requería el país. En 1884, con la Ley 1420, el sistema educativo argentino asume su carácter público, gratuito y obligatorio.

“El sistema buscaba que los niños pudieran manejar las operaciones necesarias para el trabajo y la vida; por ello insistía en el cálculo mental. A juicio de esta comisión, había solo un libro de matemáticas aceptable para el uso escolar: el de Lyssenne. En los siguientes concursos se fueron agregando otros textos: Aritmética de Robinson, Geometría inventiva de Spenser, Geometría de Paula Bert y Aritmética y Geometría de Veintejoux.”¹

En 1930, la mayor parte de la población infantil estaba escolarizada y nuevos sectores sociales accedieron al sistema educativo y las escuelas medias.

Volviendo a un plano internacional, y en relación con la formación de los profesores Kilpatrick plantea que “a lo largo del siglo diecinueve, las universidades graduaban profesores de matemáticas para la escuela secundaria, pero la instrucción en la enseñanza de las matemáticas era, en el mejor de los casos, una parte separada y menor de la preparación del profesor. Solamente hacia el final del siglo, los estudiantes de las universidades alemanas comenzaron a recibir formación práctica en la enseñanza de las matemáticas. Uno de los líderes en la introducción de cursos de metodología en la educación universitaria fue Félix Klein. [...] Cuando algunos países comenzaron a establecer sistemas escolares a nivel nacional, se encontraron con la necesidad de una mayor oferta de profesores calificados con una formación profesional. El entrenamiento especializado en el tema de estudio que habría sido suficiente para preparar a los profesores de los colegios de la élite era claramente insuficiente para los profesores que se necesitaban en las nuevas escuelas secundarias que se estaban fundando. La educación matemática como campo de estudio, comenzó lentamente a desarrollarse hacia el final del siglo diecinueve en la medida en que las universidades de varios

¹ En

http://www.bnm.me.gov.ar/e-recursos/medar/historia_investigacion/1850_1880/practicas_aula/ensenanza_matematica.php

países, como respuesta a la necesidad de una mayor cantidad de profesores mejor preparados , comenzaron a ampliar sus programas de formación de profesores".(Kilpatrick, 1995: 2-3)

Matemáticos de prestigio comienzan a preocuparse por los contenidos que se enseñan y las asociaciones profesionales son las responsables de las mejoras en la educación matemática.

En 1908, año en que se realiza el cuarto congreso internacional de Matemática y se crea la Comisión Internacional de Instrucción Matemática ICMI², Felix Klein escribía "...durante mucho tiempo la gente de la universidad se preocupaba exclusivamente de sus ciencias, sin conceder atención alguna a las necesidades de las escuelas, sin cuidarse en absoluto de establecer conexión alguna con la matemática de la escuela. ¿Cuál era el resultado de esta práctica? El joven estudiante de la universidad se encontraba a sí mismo, al principio, enfrentado con problemas que no le recordaban en absoluto las cosas que le habían ocupado en la escuela. Naturalmente olvidaba estas cosas rápida y totalmente. Cuando, después de acabar su carrera se convertía en profesor de enseñanza media se encontraba de repente en una situación en la que se suponía que debía enseñar las matemáticas elementales tradicionales en el viejo modo pedante; y puesto que, sin ayuda, apenas era capaz de percibir conexión alguna entre su tarea y sus matemáticas universitarias, pronto recurría a la forma de enseñanza garantizada por el tiempo y sus estudios universitarios quedaban solamente como una memoria más o menos placentera que no tenía influencia alguna sobre su enseñanza." (Klein, 1931)

Humberto Alagia³ (2005), al referirse a la reforma educativa de comienzos del siglo XX plantea que cobran importancia en el curriculum, especialmente en Francia, las "humanidades científicas" y que matemáticos de

² Sobre historia del ICMI puede consultar http://aportes.educ.ar/matematica/nucleo-teorico/tradiciones-de-ensenanza/-congresos-dedicados-a-los-temas-en-didactica-de-la-matematica-en-el-mundo-temas-tratados/comision_internacional_de_inst.php
<http://www.icmihistory.unito.it/timeline.php>

³ En su artículo Reflexiones teóricas para la educación matemática el autor problematiza las relaciones entre la producción teórica relativa a la "educación matemática" desde distintas perspectivas y la práctica de enseñar.

renombre participan de la “negociación política del currículo”, “adaptándolo tanto a la evolución de la matemática como a las necesidades de la evolución científica y técnica....

Una de las características salientes de este proceso fue la consideración especial de los estudiantes; hubo un esfuerzo para realizar los cambios teniendo en cuenta el potencial cognitivo de ellos. En un artículo sobre las definiciones matemáticas del año 1904, Poincaré expresa con énfasis esa preocupación: “... sin dudas es difícil para un docente enseñar algo que no lo satisface completamente. Pero la satisfacción del profesor no es el único objetivo de la enseñanza; primero, uno debe tener en cuenta qué es la mente del estudiante y qué quiere uno que llegue a ser.” (Alagia, 2005: 116)

Es una época en la que se inician distintos estudios en educación matemática, Dewey y Thorndike ponen atención en el proceso de aprendizaje. En los años 20, se seguían las indicaciones de la Aritmética de Thorndike sobre la formación de automatismos, indicaciones que se refieren a los procedimientos de cálculo.

“En ese método, el aprendizaje era mecánico, los temas se presentaban como una secuencia de pequeños pasos y no como una totalidad, y la atención se dirigía a estos pasos o elementos del proceso, antes que a comprender los principios aritméticos y las relaciones propias del proceso en su totalidad.” (Gómez Alfonso, 1996: 3)

A medida que el siglo avanza se va extendiendo el interés por desarrollar métodos de enseñanza que logran un aprendizaje significativo y, sobre todo, que la matemática fuera “una cuestión de comprender, ya que se considera que no tiene valor alguno lo que se aprende de memoria” (Comas, 1925; en Gómez Alfonso). Se plantea un método “intuitivo” que se reduce a materializar los números y con gradaciones que van desde los objetos a los dibujos y los símbolos. En los años 40, el deseo de una aritmética significativa se orientó a presentar ejercicios que relacionaban la aritmética con la vida diaria.

A comienzos de los años 50 se advierte una preocupación generalizada a propósito de los conocimientos matemáticos de los ciudadanos. Después de la Segunda Guerra Mundial, la Comisión Internacional de Instrucción Matemática se reconstituyó como Comisión de la Unión Matemática Internacional dando lugar a su vez a la creación de comisiones nacionales con el propósito de tratar aspectos de la educación matemática a nivel nacional y de conectar ese nivel con la comunidad internacional de educación matemática. En su *Manifiesto 2000 para el año de las matemáticas 50 años de CIAEAEM*, leemos: “la Comisión bebe del espíritu y de la tradición humanista de los fundadores de la CIAEAEM, cuyo propósito era integrar el objetivo científico de conducir investigaciones en el campo de la formación matemática con la meta general de mejorar la calidad de la enseñanza de las matemáticas. Mediante un nuevo sistema de enseñanza de las matemáticas, deseaban transmitir a todos los integrantes de la sociedad las herramientas y el razonamiento matemático para permitirles actuar racionalmente y pensar críticamente como ciudadanos y como futuros científicos. La concepción humanista de la educación matemática debería salvaguardarnos de las actitudes tecnocráticas y de la cerrazón ideológica” (CIAEAEM, 2000: 3).

En 1961 se creó el Comité Interamericano para la enseñanza de la Matemática (CIAEM), presidido entre 1972 y 1979 por Luis Santaló, y se elaboraron una serie de “recomendaciones”, las cuales tuvieron mucha influencia en la enseñanza de los países americanos en los años siguientes.

El lanzamiento del Sputnik en 1957 marcó el comienzo de la carrera espacial entre Estados Unidos y la Unión Soviética y la preocupación de que los Estados Unidos se estaba “quedando atrás” en las áreas de matemáticas y ciencias. Al año siguiente, la American Mathematical Society inició a la redacción de un plan para la enseñanza secundaria, que luego se amplió incluyendo un plan de aritmética para las escuelas primarias, y se formaron grupos académicos que produjeron recomendaciones sobre la enseñanza y

poco a poco comienzan a aparecer textos encuadrados en lo que se denominará “matemática moderna”.

La tendencia de esta reforma se fundaba en que “la enseñanza de las matemáticas había fracasado porque el plan tradicional enseñaba unas matemáticas creadas antes de 1700” y que “había que abandonar los temas de la matemática tradicional a favor de campos tan nuevos como el álgebra abstracta, la topología, la lógica simbólica, la teoría de conjuntos y el álgebra de Boole. La consigna era: <matemáticas modernas>” (Kline, 1976: 24).

Desde la CIEAEM, los matemáticos Artin, Dieudonné, Papy y Servais promovían una reconstrucción de las matemáticas escolares “desde jardín de infancia hasta la universidad”.

Al respecto, en su artículo Enseñanza de la matemática, Miguel de Guzmán señala: “El movimiento de renovación de los años 60 y 70 hacia la “matemática moderna” trajo consigo una honda transformación de la enseñanza, tanto en su talante profundo como en los contenidos nuevos con él introducidos. Entre las principales características del movimiento y los efectos por él producidos se pueden contar los siguientes:

- Se subrayaron las estructuras abstractas en diversas áreas, especialmente en álgebra.
- Se pretendió profundizar en el rigor lógico, en la comprensión, contraponiendo ésta a los aspectos operativos y manipulativos.
- Esto último condujo de forma natural al énfasis en la fundamentación a través de las nociones iniciales de la teoría de conjuntos y en el cultivo del álgebra, donde el rigor es fácilmente alcanzable.
- La geometría elemental y la intuición espacial sufrió un gran detrimento. La geometría es, en efecto, mucho más difícil de fundamentar rigurosamente.
- Con respecto a las actividades fomentadas, la consecuencia natural fue el vaciamiento de problemas interesantes, en los que la geometría elemental tanto abunda, y su sustitución por ejercicios muy cercanos a la

mera tautología y reconocimiento de nombres, que es, en buena parte, lo que el álgebra puede ofrecer a este nivel elemental.”

Esta preocupación por el desarrollo de la lógica como camino previo para la comprensión, generó reacciones en otros matemáticos y educadores como Claude Gaulin, Emma Castelnuovo, Hans Freudenthal, participantes activos en CIEAEM, que “decidieron aproximar la educación de las matemáticas a la de otras ciencias, a la nueva realidad social y a la práctica matemática social. Gracias a sus iniciativas los temas de los congresos de la CIEAEM fueron percibiéndose como algo cada vez más transdisciplinario e interdisciplinario y el movimiento de las <Matemáticas para todos> devino en una parte fundamental del programa. [...] El cambio que experimentaron la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas a causa de la ampliación de los años de enseñanza obligatoria y el incremento de escolares en la enseñanza secundaria estuvo acompañado por un interés creciente por el análisis de la educación matemática.” (CIEAEM, 2000: 3)

En el marco de este movimiento Hans Freudenthal sentó las bases de la educación Matemática Realista, y fundó en la Universidad de Utrech en 1970 el Instituto para el desarrollo de la Educación Matemática, hoy Instituto Freudenthal. “La idea fundante de Freudenthal es que la matemática debes ser pensada como una actividad humana a la que todas las personas pueden acceder y la mejor forma de aprenderla es haciéndola”. (Bressan, 2005: 73)

A su vez, en Francia surgen las primeras publicaciones de Guy Brousseau, planteando una reflexión teórica sobre el objeto y los métodos de investigación específicos en didáctica de la matemática⁴.

⁴ http://aportes.educ.ar/matematica/nucleo-teorico/tradiciones-de-ensenanza/-sintesis-del-desarrollo-de-algunas-teorias-sobre-la-ensenanza-de-la-matematica/la_didactica_de_la_matematica.php

Miguel de Guzmán, en un texto que tuvo mucha difusión en nuestro país, caracteriza de manera sintética pero ilustrativa los procesos de cambio que se dieron en las décadas siguientes a propósito de la inclusión, y posterior cuestionamiento, de la matemática moderna en las aulas y señala algunos de los factores que llevaron a las actuales perspectivas de enseñanza que ponen el acento en la preparación de un ciudadano que pueda enfrentar los desafíos de una sociedad que cambia cada vez más rápido y con acceso a un caudal de información cada vez mayor. En este sentido, la enseñanza de la matemática debiera focalizar la formación en la comprensión de los procesos matemáticos más que en la ejecución de ciertas rutinas, la preparación para el diálogo inteligente con las herramientas como la calculadora y las computadoras, y el desarrollo de procesos verdaderamente eficaces de pensamiento a través de estimular la resolución autónoma de verdaderos problemas:

“En los años setenta se empezó a percibir que muchos de los cambios introducidos no habían resultado muy acertados. Con la sustitución de la geometría por el álgebra la matemática elemental se vació rápidamente de contenidos y de problemas interesantes. La patente carencia de intuición espacial fue otra de las desastrosas consecuencias del alejamiento de la geometría de nuestros programas, defecto que hoy se puede percibir muy claramente en las personas que realizaron su formación en aquellos años. Se puede decir que los inconvenientes surgidos con la introducción de la llamada ‘matemática moderna’ superaron con mucho las cuestionables ventajas que se había pensado conseguir como el rigor en la fundamentación, la comprensión de las estructuras matemáticas, la modernidad y el acercamiento a la matemática contemporánea...”.

“En los años 80 hubo un reconocimiento general de que se había exagerado considerablemente en las tendencias hacia la ‘matemática’

moderna en lo que respecta al énfasis en la estructura abstracta de la matemática. Es necesario cuidar y cultivar la intuición en general, la manipulación operativa del espacio y de los mismos símbolos. Es preciso no abandonar la comprensión e inteligencia de lo que se hace, por supuesto, pero no debemos permitir que este esfuerzo por entender deje pasar a segundo plano los contenidos intuitivos de nuestra mente en su acercamiento a los objetos matemáticos. Si la matemática es una ciencia que participa mucho más de lo que hasta ahora se pensaba del carácter de empírica, sobre todo en su invención, que es mucho más interesante que su construcción formal, es necesario que la inmersión en ella se realice teniendo en cuenta mucho más intensamente la experiencia y la manipulación de los objetos de los que surge. La formalización rigurosa de las experiencias iniciales corresponde a un estadio posterior. A cada fase de desarrollo mental, como a cada etapa histórica o a cada nivel científico, le corresponde su propio rigor.

(...) Por otra parte, existe la conciencia, cada vez más acusada, de la rapidez con la que, por razones muy diversas, se va haciendo necesario traspasar la prioridad de la enseñanza de unos contenidos a otros. En la situación de transformación vertiginosa de la civilización en la que nos encontramos, es claro que los procesos verdaderamente eficaces de pensamiento, que no se vuelven obsoletos con tanta rapidez, es lo más valioso que podemos proporcionar a nuestros jóvenes. En nuestro mundo científico e intelectual tan rápidamente mutante vale mucho más hacer acopio de procesos de pensamiento útiles que de contenidos que rápidamente se convierten en lo que Whitehead llamó 'ideas inertes', ideas que forman un pesado lastre, que no son capaces de combinarse con otras para formar constelaciones dinámicas, capaces de abordar los problemas del presente.

En esta dirección se encauzan los intensos esfuerzos por transmitir estrategias heurísticas adecuadas para la resolución de problemas en

general, por estimular la resolución autónoma de verdaderos problemas, más bien que la mera transmisión de recetas adecuadas en cada materia. [...] La aparición de herramientas tan poderosas como la calculadora y el ordenador actuales está comenzando a influir fuertemente en los intentos por orientar nuestra educación matemática primaria y secundaria adecuadamente, de forma que se aprovechen al máximo de tales instrumentos. Es claro que, por diversas circunstancias tales como coste, inercia, novedad, impreparación de profesores, hostilidad de algunos, [...] aún no se ha logrado encontrar moldes plenamente satisfactorios. Este es uno de los retos importantes del momento presente. Ya desde ahora se puede sentir que nuestra forma de enseñanza y sus mismos contenidos tienen que experimentar drásticas reformas. El acento habrá que ponerlo, también por esta razón, en la comprensión de los procesos matemáticos más bien que en la ejecución de ciertas rutinas que en nuestra situación actual, ocupan todavía gran parte de la energía de nuestros alumnos, con el consiguiente sentimiento de esterilidad del tiempo que en ello emplean. Lo verdaderamente importante vendrá a ser su preparación para el diálogo inteligente con las herramientas que ya existen, de las que algunos ya disponen y otros van a disponer en un futuro que ya casi es presente.” (Guzmán Ozamiz, 1993)

Estas últimas apreciaciones, escritas hace ya más de quince años, marcan un sentido para la enseñanza de la Matemática que parece no encontrar aún un lugar de privilegio en las aulas.

Parece haber acuerdo en un discurso que reafirma la necesidad de acercar a los ciudadanos conocimientos distintos de los que se transmitían hace 200 años, pero las instituciones del sistema educativo mantienen ciertas “condiciones de contorno”, y algunas concepciones muy arraigadas, que desafían la consolidación de prácticas de enseñanza más ajustadas a las necesidades de los jóvenes de hoy. El uso de la matemática como instrumento

de selección para el acceso a un nivel de estudios más avanzado, o para la misma permanencia en un nivel dado de escolaridad, se mantiene presente en muchas instituciones a pesar de los esfuerzos de muchos por instalar una educación matemática para todos.

“Los profesionales implicados en la educación matemática de los jóvenes tenemos la responsabilidad de partir de los que pareció funcionar en el pasado, mejorándolo con lo que parece resultar positivo en la actualidad, teniendo una visión del futuro. Independientemente de lo que nuestra memoria selectiva nos permita recordar sobre lo que funcionó o dejó de funcionar, lo que realmente es cierto es que los contenidos matemáticos del pasado, enseñados tal como se hacía entonces, dejarán de ser válidos en el futuro.” (Gorgorió y Bishop, 2000: 209)

Referencias y bibliografía

- Alagia, H. (2005). "Educación matemática. Disciplina y proyecto". En: *Reflexiones teóricas para la educación matemática*. Buenos Aires: Libros del Zorzal.
- Assa, J. y otros (1973). *Historia de la pedagogía*. Barcelona: Oikos-tau.
- Babini, J. y J. Rey Pastor (2000). *Historia de las matemáticas*. Barcelona: Gedisa.
- Bressan, A., M. Gallego y B. Zolkower (2005). "Los principios de la Educación Matemática Realista". En: *Reflexiones teóricas para la educación matemática*. Buenos Aires: Libros del Zorzal.
- Comisión Internacional para el Estudio y Mejora de la Enseñanza de las Matemáticas (2000). *Manifiesto 2000 para el Año de las Matemáticas, 50 años de CIEAEM*. Comité Interamericano de Educación Matemática. Disponible en www.upc.edu/info/cieaem54/cieaem-cas/cieaem-manifest2000-e.pdf.
- Duby, G. (1989). *El año mil*. México: Gedisa.
- Gómez Alfonso, B. (1996). "Desarrollo histórico de la enseñanza de la aritmética: El caso de los algoritmos de cálculo". *Aula de innovación educativa*, 50.
- Gorgorió, N. y A. Bishop (2000). "Implicaciones para el cambio". En: *Matemáticas y educación. Retos y cambios desde una perspectiva internacional*. Barcelona: ICE-Grao.
- Guzmán Ozamiz, M. (1993). "Enseñanza de la Matemática". En: *Enseñanza de la Ciencias y la Matemática. Tendencias e innovaciones*. Madrid: Popular. Disponible en <http://www.oei.org.co/oeivirt/edumat.htm>.
- Klein, F. (1931). *Matemática elemental desde un punto de vista superior*. Madrid: Biblioteca Matemática.

Kilpatrick, J. (1995). "La investigación en educación matemática: su historia y algunos temas de actualidad". En: J. Kilpatrick, P. Gómez y L. Rico, *Educación Matemática*. Bogotá: Grupo Editorial Iberoamérica.

Kline, M. (1976). *El fracaso de la matemática moderna. Por qué Juanito no sabe sumar*. Madrid: Siglo XXI.

Comisión Internacional para el estudio y la mejora de la enseñanza de las Matemáticas (2010).

www.cimm.ucr.ac.cr/ciaem [Consulta: 20 de noviembre de 2010]

Educ.ar Matemática Par@educar (2010). *Aportes para la enseñanza en el Nivel Medio*

[http://aportes.educ.ar/matematica/nucleo-teorico/tradiciones-de-ensenanza/-sintesis-del-desarrollo-de-algunas-teorias-sobre-la-ensenanza-de-la-matematica/la didactica de la matematica.php](http://aportes.educ.ar/matematica/nucleo-teorico/tradiciones-de-ensenanza/-sintesis-del-desarrollo-de-algunas-teorias-sobre-la-ensenanza-de-la-matematica/la%20didactica%20de%20la%20matematica.php)

[Consulta: 5 de octubre de 2010]

Biblioteca nacional de Maestros (2010). *MEDAR. Memoria de la Educación Argentina*.

http://www.bnm.me.gov.ar/e-recursos/medar/historia_investigacion/1850_1880/practicas_aula/ensenanza_matematica.php

[Consulta: octubre de 2010]