

## Introducción

En esta práctica vamos a usar el lenguaje de la lógica para resolver diferentes problemas. Casi todos estos problemas están sacados del libro que seguimos en la asignatura «Knowledge Representation and Reasoning», de los capítulos dos y tres.

Como se ve en la asignatura de **Modelos de cálculo** hay un tipo especial de problemas, los llamados *Problemas de decisión*. Dados los datos de entrada la respuesta a un problema de decisión es verdadero o falso. En los problemas lógicos tendremos una serie de hechos y una deducción y debemos decidir si es consecuencia lógica. Debemos decidir si, dados los hechos definidos por la fórmula booleana  $\Phi$  y la fórmula  $\psi$ , para cualquier asignación que haga verdadera  $\Phi$ , hace verdadera  $\psi$ , y se escribe:  $\Phi \models \psi$ .

### El problema de los cubos

Dados tres cubos, apilados uno sobre otro, se sabe que el cubo situado debajo de los otros dos es de color verde y el cubo en la cima no es de color verde. Si llamamos  $x_{\text{verde}}$ ,  $y_{\text{verde}}$ ,  $z_{\text{verde}}$  a las proposiciones que representan el color de los cubos, tenemos que la sentencia  $x_{\text{verde}} \wedge z_{\text{verde}}$ .

1) *¿Cómo representarías la sentencia que existe un cubo de color verde esta debajo de un cubo que no es verde?*

Dadas dos fórmulas  $\Phi$  y  $\psi$ , para comprobar si  $\Phi \models \psi$  se pueden tomar dos aproximaciones:

- buscar todas las asignaciones que confieran a  $\Phi$  el valor verdadero y comprobar si entonces  $\psi$  es verdadero también;
- comprobar si la fórmula  $\neg(\Phi \wedge \neg\psi)$  tiene alguna asignación de valores de verdad a las proposiciones que haga verdadera a la fórmula.

2) *¿Cómo se llaman las fórmulas booleanas que devuelven siempre el valor falso para cualquier asignación de valores de las proposiciones?*

3) *De las dos aproximaciones, ¿cual es más eficiente?. Sin tener en cuenta el número de operaciones, explicar porque las dos aproximaciones son equivalentes.*

La segunda aproximación se llama **prueba por contradicción**, y es usado frecuente en las pruebas matemáticas.

4) *Realizar una prueba por contradicción para demostrar que debe haber un cubo verde que esta debajo de un cubo que no es verde.*

### El problema de los barberos

En un cierto pueblo se ha decidido obligar al único barbero las siguientes leyes:

- Quien no se afeite a si mismo, debe ser afeitado por el barbero del pueblo.
- El barbero solo podrá afeitar a quienes no se afeitan a si mismos.

5) *Formalizar estos predicados y mostrar que este barbero no podrá cumplir con las leyes.*

El siguiente problema ha sido sacado del libro «What is the name of this book?» de Raymond Smullyan. Se anima a los estudiantes a leer el libro que se encuentra en dominio público. Uno de los problemas más famosos que propuso y que se utilizo en la película «Dentro del Laberinto» es el llamado «Caballeros y Escuderos», aunque en la película son Goblins. En la película, la protagonista debe tomar una decisión basada en la respuesta a una pregunta a un guardián de una puerta.

## El problema de Portia para encontrar marido

En «El mercader de Venecia», Portia tenía tres baúles: uno de oro, otro de plata y otro de plomo. Aquel que acertara el baúl donde estaba el retrato de Portia podría tener la mano de Portia en matrimonio. En el baúl de oro estaba escrito: «El retrato está aquí». En el baúl de plata estaba escrito: «El retrato no está aquí». Por último, en el baúl de plomo estaba escrito: «El retrato no está en el baúl de oro». Portia acababa añadiendo la información de que a lo sumo una de las inscripciones es verdad.

6) *Formalizar estos hechos generando una fórmula booleana y resolver el problema de Portia.*

## El problema de los sobrinos de Donald y Daisy

Donald y Daisy cogieron a sus sobrinos de edades 4,5 y 6 para dar una vuelta. Cada sobrino llega una camiseta diferente, que tiene un dibujo y un color distinto. Se da la siguiente información:

- Huey tiene menos edad que el sobrino con la camiseta verde,
- El sobrino de 5 años tiene la camiseta con el dibujo de un camello,
- Dewey lleva una camiseta amarilla,
- Louie lleva una camiseta con una girafa,
- La camiseta con el dibujo de un oso panda no es blanca.

7) *Formalizar estos hechos generando una única fórmula booleana, de forma que una asignación que de valor verdadero a la fórmula permita saber que vestía cada niño. Se recomienda programarlo.*