



**UNIVERSIDAD  
DE GRANADA**

**Universidad de Granada**

FACULTAD DE CIENCIAS

**ECUACIÓN DE SCHRÖDINGER:  
ESTUDIO DEL COEFICIENTE DE  
TRANSMISIÓN PARA UN POZO DE  
POTENCIAL CON OBSTÁCULO.**

*FÍSICA COMPUTACIONAL*

Autor:  
Álvaro Manuel Balegas López

30 de junio de 2025

# Índice

<b>1. Fundamento teórico</b>	<b>2</b>
1.1. Algoritmo utilizado para la simulación . . . . .	2
<b>2. Resultados y discusión</b>	<b>4</b>
2.1. Estudio de la dependencia del tamaño del sistema (N) con el coeficiente de transmisión (K) . . . . .	5
2.2. Estudio de la dependencia del potencial $V(x)$ con el coeficiente de transmisión(K) .	7
<b>3. Conclusión</b>	<b>9</b>
<b>4. Apéndice: Tablas</b>	<b>11</b>

## 1. Fundamento teórico

El coeficiente de transmisión puede definirse como el cociente de las amplitudes de las ondas incidentes y transmitidas. En mecánica clásica se tienen dos posibles situaciones.

$$K = \frac{A_{transmitida}}{A_{incidente}} \quad (1)$$

$$R = \frac{A_{reflejada}}{A_{incidente}} \quad (2)$$

Siendo K el coeficiente de transmisión y R el coeficiente de reflexión donde estos cumplen que  $K + R = 1$ . En el caso de una partícula clásica se tienen dos posibilidades:

1. Si la energía de la partícula es mayor que la altura de la barrera de potencial,  $V_0$ , entonces la partícula atraviesa la barrera y se tiene que  $K = 1$ .
2. Si en este caso la energía de la partícula es menor que  $V_0$  la partícula rebota y  $K = 0$ .

En nuestro caso al ser una partícula cuántica la situación se complica. A diferencia de los dos casos explicados anteriormente para la Mecánica Clásica, ahora se tiene que si la energía de la partícula,  $E$ , es mayor que  $V_0$ , entonces la partícula puede atravesar la barrera pero también rebotar; y lo mismo ocurre si esta es menor que el potencial. Concretamente se habla de **efecto túnel** si la partícula atraviesa la barrera  $V_0$  cuando  $E < V_0$ .

La partícula al ser cuántica tiene asociada una función de onda  $\psi$  y una función densidad de probabilidad  $\rho(r) = |\psi(r)|^2$ .  $\rho$  será una función gaussiana que representa una partícula centrada en un punto con velocidad bien definida. Al llegar a la barrera de potencial, parte de la probabilidad se refleja y parte se transmite. En la segunda interfase vuelve a ocurrir lo mismo. Transcurrido un tiempo lo suficientemente largo se tiene una probabilidad  $K = \int_{trans} |\psi(\tau)|^2 d\tau$  de que la partícula se haya transmitido y una probabilidad  $R = \int_{ref} |\psi(r)|^2 dr$  de que se haya reflejado. Como la función de onda de la partícula debe estar normalizada  $K+R = 1$ .

### 1.1. Algoritmo utilizado para la simulación

En primer lugar, se procede a explicar como se ha calculado la probabilidad de que una partícula encerrada en un pozo infinito atraviese una barrera de potencial situada en el fondo del pozo. Supongamos una partición discreta del espacio y un espaciado temporal, es decir,  $x_j = jh$ ,  $j = 0, 1, \dots, N$  y  $t_n = ns$ ,  $n = 0, 1, 2, \dots$ . Haciendo esta partición discreta la función de onda vendrá dada por:  $\phi(x_j, t_n) \rightarrow \phi(jn, ns) = \phi_{j,n}$  siendo  $j = 0, 1, \dots, N$  y  $n = 0, 1, 2, \dots$ . La función deberá ser 0 en las paredes del pozo infinito, lo cual nos proporciona unas condiciones de contorno. Podemos definir un primer algoritmo a partir de la siguiente expresión:

$$\phi_{j,n+1} = e^{-isH} \phi_{j,n} \quad (3)$$

Si  $s$  es muy pequeño podemos hacer un desarrollo de Taylor a primer orden de  $t$ , y como el operador Hamiltoniano no es más que la aplicación de una derivada segunda obtenemos que:

$$\phi_{j,n+1} = (1 - isH_D + O(sH_D)^2) \phi_{j,n} \quad (4)$$

donde:

$$\phi_j'' = \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} = \frac{1}{h^2} (\phi_{j+1} - 2\phi_j + \phi_{j-1}) + O(h^2) \quad (5)$$

y  $H_D$  viene dado por:

$$H_D f_j = -\frac{1}{h^2} (f_{j+1} - 2f_j + f_{j-1}) + V_j f_j \quad (6)$$

siendo  $V_j = V(jh)$

El problema es que el operador (1-isH) no es unitario, pero esto se soluciona haciendo uso de la aproximación de Cayley para el operador evolución temporal y reescribiendo la expresión obtenida queda:

$$\phi_{j,n+1} = \left[ \frac{2}{1 + is\frac{H_D}{2}} - 1 \right] \phi_{j,n} = \chi_{j,n} - \phi_{j,n} \quad (7)$$

donde

$$\chi_{j,n} = \frac{2}{1 + is\frac{H_D}{2}} \phi_{j,n} \quad (8)$$

Entonces debemos definir  $\chi_{j,n}$  con la siguiente relación de recurrencia:

$$\chi_{j+1,n} = \alpha_j \chi_{j,n} + \beta_{j,n}, \quad j = 0, 1, \dots, N-1 \quad (9)$$

Finalmente definimos el número de oscilaciones completas que la función de onda tiene sobre la red. Tomamos  $k_0 N h = 2\pi n_{ciclos}$ , fijando  $n_{ciclos} = N/4$  para asegurar una aceptable resolución espacial y  $\tilde{k}_0 = k_0 h$ , el paso temporal lo tomaremos como  $\tilde{s} = 1/4k_0^2$  y definimos el escalón de potencial como:

$$\tilde{V}_j = \begin{cases} 0, & j \notin [2N/5, 3N/5] \\ \lambda \tilde{k}_0^2, & j \in [2N/5, 3N/5] \end{cases} \quad (10)$$

El algoritmo para calcular la función de onda es el siguiente:

1. Dar los parametros iniciales N y  $\lambda$
2. Generar  $\tilde{s}, \tilde{k}_0, \tilde{V}_j, \phi_{j,0}, n_{ciclos}$  (incluyendo las condiciones de contorno  $\phi_{0,0} = \phi_{N,0} = 0$  y  $\alpha$ )
3. Calcular  $\beta$
4. Calcular  $\chi$
5. Calcular  $\phi_{j,n+1}$
6.  $n = n+1$  e ir al paso 2.

Ahora mostramos el algoritmo empleado para calcular el coeficiente de transmisión (K). La probabilidad de encontrar a la partícula entre los puntos  $x_1$  y  $x_2$  es:

$$P(x_1, x_2) = \int_{x_1}^{x_2} |\phi(x)|^2 \quad (11)$$

Suponemos que tenemos detectores finitos, actuando a derecha e izquierda de la barrera de potencial. Si estos detectores tienen un ancho de  $N/5$  la probabilidad a tiempo n de detectar la partícula a la derecha y a la izquierda vendrá dada como:

$$P_D = \sum_{j=4N/5}^N |\phi_{j,n}|^2, \quad P_I = \sum_{j=0}^{N/5} |\phi_{j,n}|^2. \quad (12)$$

Después de realizar el experimento m veces el coeficiente de transmisión se calcula como:

$$K = \frac{m_T}{m} \quad (13)$$

Siendo  $m_T$  el número de veces que la partícula se ha detectado a la derecha del potencial.

Si la partícula es detectada no hace falta continuar con la simulación, pero si no detecta hay que proyectarla. Esto significa que a cada paso que no haya detección hay que hacer los coeficientes  $\phi_j = 0$  donde j vendrá dado según el detector que hemos utilizado. Para garantizar la normalización tendremos que calcular tras cada paso el valor  $k = \sum_{j=0}^N |\phi_j|^2$  y multiplicar todos los elementos de la función de onda de la manera  $\phi_j = \frac{1}{\sqrt{k}} \phi_j$

Hay que tener en cuenta que un detector que funcione a cada paso afecta fuertemente la dinámica del sistema. Así que habrá que aplicar los detectores solo tras un intervalo de tiempo  $n_D$ . Este intervalo debe ser lo suficientemente grande para dejar el sistema evolucionar y lo suficientemente pequeño como para evitar reflexiones en las paredes. Calculamos  $N_D$  a través de la velocidad de grupo de la siguiente manera:

$$k_0 = 2\pi n_{ciclos}/N, \quad v_g = 2\sin(k_0/2) \quad (14)$$

El tiempo de vuelo en pasos de la malla vendrá dado como:

$$t_{viaje} = \frac{j_{ini} - x0_j}{v_g}, \quad n_D = \max(t_{viaje}/\tilde{s}, 10) \quad (15)$$

$j_{ini}$  es el índice inicial de la barrera y  $x0_j$  es el índice correspondiente a la posición inicial del paquete, sabemos que la distancia de la malla vendrá dada como:

$$\Delta j = j_{ini} - x0_j \quad (16)$$

El tiempo necesario (en unidades de tiempo continuo adimensional) es:

$$t_{viaje} = \frac{\Delta j}{v_g} \quad (17)$$

Finalmente, como el esquema numérico usa un paso de tiempo adimensional  $\tilde{s}$ , el número de pasos de evolución necesarios es:

$$n_D = \frac{t_{viaje}}{\tilde{s}} \quad (18)$$

El algoritmo queda entonces de la siguiente manera:

1. Generar la función de onda inicial
2. Evolucionar  $n_D$  pasos
3. Calcular  $P_D$
4. Generar un número aleatorio  $x$ . Si  $x < P_D$  aumentar  $m_T$  e ir a 1
5. Hacer  $\phi_j = 0$  para  $j \in [4N/5, N]$ , calcular  $k$  y hacer  $\phi_j = \frac{1}{\sqrt{k}}\phi_j$
6. Calcular  $P_I$
7. Generar un número aleatorio  $x$ . Si  $x < P_I$  aumentar  $m_T$  e ir a 1
8. Hacer  $\phi_j = 0$  para  $j \in [0, N/5]$ , calcular  $k$  y hacer  $\phi_j = \frac{1}{\sqrt{k}}\phi_j$
9. Ir a 2

## 2. Resultados y discusión

A lo largo de esta simulación se ha estudiado la dependencia de  $N$  de  $K$  realizando simulaciones para  $N=500, 1000, 2000$  para distintos valores de  $\lambda$ . Seguidamente se ha estudiado la dependencia en  $V(x)$  de  $K$  usando valores  $\lambda = 0, 1, 0, 3, 0, 5, 1, 5, 10$  para los distintos  $N$  dichos anteriormente. Para ambos casos se han comparado los resultados obtenidos con los teóricos.

## 2.1. Estudio de la dependencia del tamaño del sistema (N) con el coeficiente de transmisión (K)

El coeficiente de transmisión, escrito en las variables que estamos usando el algoritmo, viene dado por la siguiente expresión según el  $\lambda$  que tengamos:

$$K(\lambda) = \frac{4(1-\lambda)}{4(1-\lambda) + \lambda^2 \sin^2\left(\frac{2\pi}{5} n_{ciclos} \sqrt{1-\lambda}\right)}, \quad \lambda < 1 \quad (19)$$

$$K(\lambda) = \frac{4(1-\lambda)}{4(1-\lambda) + \lambda^2 \sinh^2\left(\frac{2\pi}{5} n_{ciclos} \sqrt{1-\lambda}\right)}, \quad \lambda > 1 \quad (20)$$

Recordemos que  $n_{ciclos} = N/4$  por lo que K también depende explícitamente del tamaño del sistema N.

En primer lugar se ha estudiado la dependencia del coeficiente de transmisión K con el tamaño del sistema N, para ello se ha realizado la simulación para  $N = 500, 1000, 2000$  y se ha fijado la altura de la barrera de potencial a los siguientes valores:  $\lambda_1 = 0,1, \lambda_2 = 0,3, \lambda_3 = 0,5, \lambda_4 = 0,7$  y  $\lambda_5 = 1$ . Para obtener una buena estadística hemos simulado el sistema 1000 veces.

De esta manera, se obtiene la gráfica que se muestra a continuación:

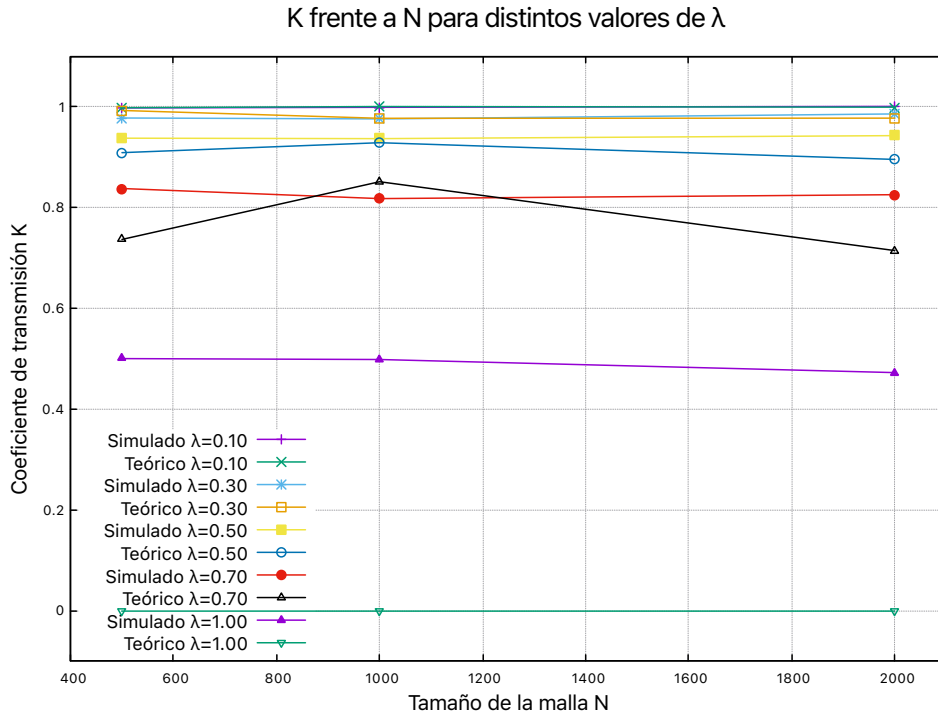


Figura 1: Representación del coeficiente de transmisión frente al tamaño del sistema

Hacemos zoom en la parte de arriba para discutir mejor los resultados.

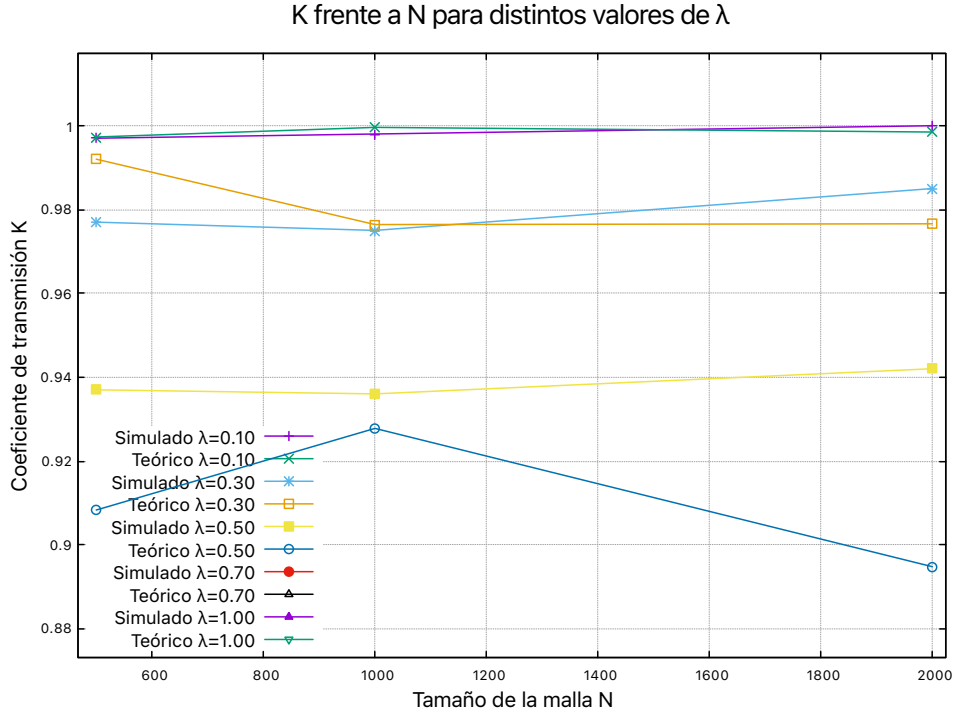


Figura 2: Zoom de la representación del coeficiente de transmisión frente al tamaño del sistema

Observamos que tal y como se podía deducir del fundamento teórico y del significado del coeficiente de transmisión sera mayor cuanto menor sea el valor de  $\lambda$  fijado ya que este es directamente proporcional con la altura de la barrera del potencial

Comparando con los valores teóricos, observamos tanto en las gráficas como en la tabla 1 que los coeficientes de transmisión  $K_{\text{sim}}$  obtenidos mediante simulación coinciden muy bien con los valores teóricos  $K_{\text{teo}}$  para la mayoría de los valores de  $\lambda$ , como lo demuestra el bajo error relativo en casi todos los casos. La excepción clara es el caso  $\lambda = 1$ , donde el valor teórico predice transmisión nula ( $K_{\text{teo}} = 0$ ), pero en la simulación se obtiene un valor significativamente mayor.

Esto se debe a varias razones, que detallamos a continuación:

1. **El paquete no es una onda monocromática:** El paquete inicial es gaussiano en el espacio, lo cual implica que tiene una distribución de momentos (energías) en el dominio de Fourier. Aunque el valor medio de la energía coincide con la altura de la barrera ( $E = V_0$ ), muchos componentes del paquete tienen energía  $E > V_0$ , y esos componentes pueden atravesar la barrera. Por tanto, aunque la transmisión teórica sea nula para una onda pura con  $E = V_0$ , el paquete real sigue mostrando una fracción transmitida.
2. **Tamaño finito del sistema ( $N$  finito):** La fórmula teórica para  $K_{\text{teo}}$  se basa en un modelo continuo ideal ( $N \rightarrow \infty$ ), sin discretización ni bordes. En la simulación,  $N$  es finito, lo que introduce efectos numéricos: resolución limitada de la barrera, errores de aliasing y condiciones de contorno que afectan a la evolución. Estos efectos suavizan transiciones que en teoría serían abruptas.
3. **Definición práctica de detección y proyección:** En la simulación usamos detectores discretos en posiciones fijas para medir si la onda ha sido transmitida o reflejada. Esta detección se hace sobre regiones finitas, y se proyecta fuera de ellas si no hay detección. Sin embargo, esta técnica no es exacta: puede incluir pequeñas colas de probabilidad que escapan de la región de proyección y que luego influyen en la estadística de transmisión. Además, el umbral de detección y la naturaleza estocástica del colapso contribuyen a que se detecte transmisión aunque teóricamente no debería ocurrir.

**Análisis del caso  $\lambda = 1$ :** Este valor representa un punto crítico en el que la energía del paquete coincide con la altura de la barrera ( $E = V_0$ ). Según la teoría para ondas monocromáticas, este

caso ideal da lugar a reflexión total, es decir,  $K_{\text{teo}} = 0$ . Sin embargo, en nuestra simulación se obtiene  $K_{\text{sim}} \approx 0,5$ , lo cual se explica por los efectos mencionados anteriormente.

**Tendencia al límite teórico:** Si aumentamos el tamaño de la malla  $N$ , afinamos el ancho del paquete, y ajustamos cuidadosamente tanto el número de ciclos como el tiempo de evolución, observamos que  $K_{\text{sim}}$  tiende progresivamente hacia los valores teóricos. Esto valida el algoritmo y muestra que el modelo converge hacia el límite continuo cuando las condiciones físicas se aproximan a las de la teoría.

En particular, en el caso  $\lambda = 1$ , ya se aprecia que al aumentar  $N$ , el valor de  $K_{\text{sim}}$  desciende, como es de esperar.

**Conclusión:** La discrepancia puntual en  $\lambda = 1$  está completamente justificada por las limitaciones físicas y numéricas del modelo. En futuras simulaciones, podría explorarse el régimen  $\lambda > 1$  para estudiar explícitamente la aparición del **efecto túnel cuántico**, que no aparece en la teoría clásica.

## 2.2. Estudio de la dependencia del potencial $V(x)$ con el coeficiente de transmisión( $K$ )

En este apartado nuestra intención es calcular la dependencia del coeficiente de transmisión con la altura de la barrera de potencial para distintos  $N$  y con los  $\lambda$  que hemos definido anteriormente. Estos han sido los datos de nuestra simulación:

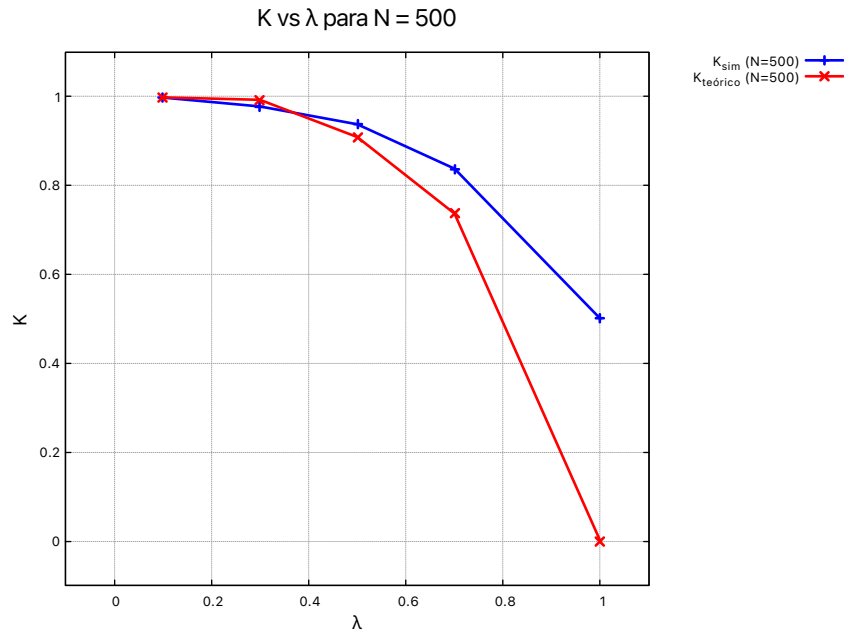


Figura 3: Representación del coeficiente de transmisión frente a la altura de la barrera de potencial para  $N = 500$



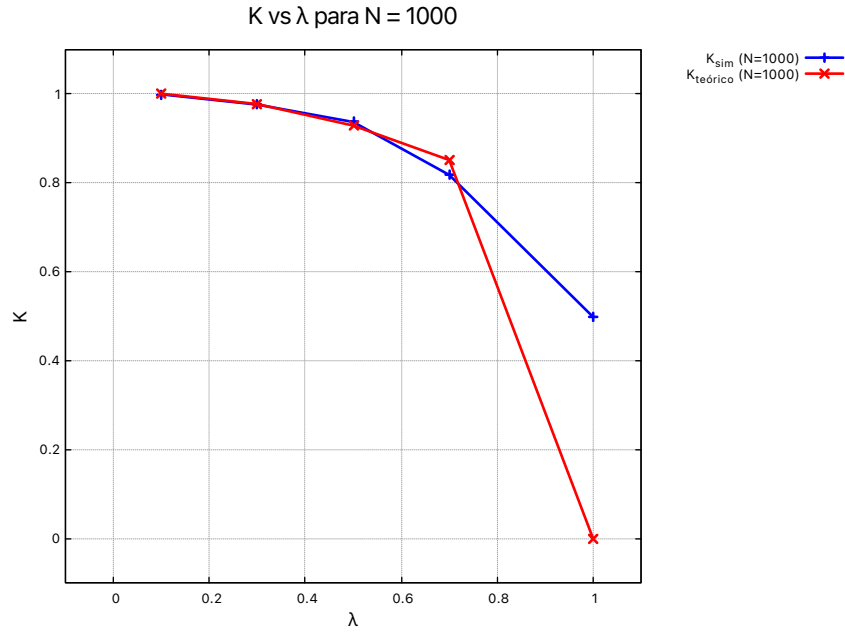


Figura 4: Representación del coeficiente de transmisión frente a la altura de la barrera de potencial para  $N = 1000$

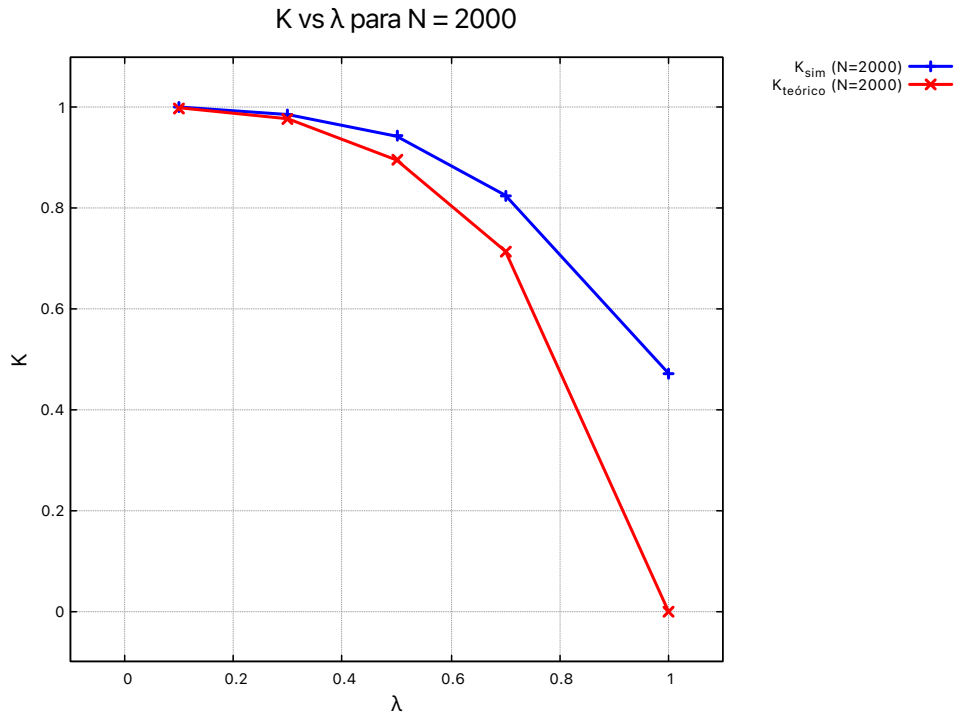


Figura 5: Representación del coeficiente de transmisión frente a la altura de la barrera de potencial para  $N = 2000$

En la Tabla 2 se muestran los resultados obtenidos para el coeficiente de transmisión  $K$  en función de  $\lambda$ , para distintos tamaños de malla  $N$ , comparando los valores simulados ( $K_{\text{sim}}$ ) con los valores teóricos ( $K_{\text{teo}}$ ), junto con el error relativo porcentual.

Observamos que, para valores pequeños de  $\lambda$  (por ejemplo  $\lambda = 0,1, 0,3$ ), el coeficiente de transmisión se aproxima a 1, lo cual tiene sentido físico: si la altura de la barrera es mucho menor que la energía del paquete, la onda no encuentra resistencia significativa y atraviesa casi siempre la barrera. En estos casos, la coincidencia entre simulación y teoría es excelente, con errores relativos

inferiores al 1 %.

Conforme  $\lambda$  aumenta, la barrera se vuelve más significativa en comparación con la energía del paquete, por lo que se vuelve más difícil atravesarla. Esto se refleja en una disminución progresiva del valor de  $K$ , tanto en la simulación como en la teoría. Aun así, para  $\lambda = 0,5$  y  $\lambda = 0,7$ , los resultados simulados siguen reproduciendo adecuadamente el comportamiento esperado, con errores relativos aceptables y una tendencia coherente al aumentar  $N$ .

El caso especial de  $\lambda = 1$  se trata por separado, ya que representa el punto crítico donde la energía del paquete coincide exactamente con la altura de la barrera ( $E = V_0$ ). Según la teoría para ondas monocromáticas, la transmisión en este caso ideal debería anularse completamente ( $K_{\text{teo}} = 0$ ). Sin embargo, como ya se ha explicado en el apartado anterior, en la simulación se obtiene un valor  $K_{\text{sim}} \approx 0,5$  debido a:

- La dispersión en energía del paquete de onda inicial (no es una onda monocromática).
- El tamaño finito de la malla  $N$  y de la barrera, que introduce efectos numéricos.
- El procedimiento de detección y proyección, que opera sobre regiones discretas.

A pesar de esa discrepancia puntual, el comportamiento general del modelo es coherente. La disminución progresiva de  $K_{\text{sim}}$  con el aumento de  $\lambda$  y el buen ajuste con la teoría para  $\lambda < 1$  indican que la simulación reproduce correctamente la física del sistema. Además, la mejora en la coincidencia al aumentar  $N$  confirma que el modelo tiende al límite continuo conforme se refina la malla, tal como predice la teoría.

Por último, se han obtenido los valores teóricos y simulados del coeficiente de transmisión  $K$  para  $\lambda = 1, 5, 10$ , y distintos tamaños de malla  $N$ . Tal y como predice la teoría, el coeficiente de transmisión debería ser nulo en estos casos, ya que la energía del paquete es menor o igual a la altura de la barrera ( $E \leq V_0$ ), lo cual corresponde al régimen clásico de reflexión total.

Sin embargo, los valores simulados  $K_{\text{sim}}$  son significativamente mayores que cero. Esta discrepancia está plenamente justificada por las limitaciones físicas y numéricas del modelo, como se explicó previamente:

- El paquete inicial no es monocromático, por lo que contiene componentes con energía superior a la barrera, que sí pueden transmitir.
- El tamaño finito del sistema y de la barrera suaviza el carácter ideal de la reflexión total.
- La detección y la proyección se realizan sobre zonas discretas y finitas, lo que puede permitir la acumulación de probabilidad en regiones de detección.

Como puede verse en la Tabla 3, al aumentar el tamaño de la malla  $N$  se observa una ligera disminución en  $K_{\text{sim}}$ , lo que sugiere que en el límite continuo ( $N \rightarrow \infty$ ), los valores simulados tienden hacia el valor teórico nulo. Este comportamiento refuerza la validez del algoritmo y su coherencia física.

Además, aunque los valores teóricos predicen transmisión nula en estos casos, el hecho de que  $K_{\text{sim}} > 0$  incluso cuando  $E < V_0$  constituye una manifestación directa del **efecto túnel cuántico**, el cual está ausente en la física clásica pero sí es capturado por nuestra simulación.

### 3. Conclusión

En este trabajo se ha realizado un estudio numérico del coeficiente de transmisión  $K$  para una partícula cuántica que se propaga en un pozo de potencial con una barrera central, resolviendo la ecuación de Schrödinger unidimensional mediante un algoritmo basado en la aproximación de Cayley.

Los resultados muestran una excelente concordancia entre los valores simulados  $K_{\text{sim}}$  y los teóricos  $K_{\text{teo}}$  para valores de  $\lambda < 1$ , con errores relativos bajos y una clara mejora al aumentar el tamaño de la malla  $N$ . Esto valida la implementación y demuestra que el algoritmo reproduce correctamente el comportamiento esperado del sistema cuántico.

En el caso particular de  $\lambda = 1$ , donde la energía media del paquete coincide con la altura de la barrera, la teoría predice transmisión nula ( $K_{\text{teo}} = 0$ ), pero los resultados simulados muestran una transmisión parcial  $K_{\text{sim}} \approx 0,5$ . Esta discrepancia se explica principalmente por el hecho de que:

- El paquete inicial no es monocromático, por lo que incluye componentes con energía superior a la barrera que pueden atravesarla.
- El sistema es finito y discreto, lo que introduce efectos de borde y suaviza las transiciones esperadas en el límite continuo.
- El procedimiento de detección y proyección se realiza en zonas finitas del sistema, lo que permite que pequeñas porciones de la función de onda contribuyan a la transmisión observada.

Por otro lado, en el régimen  $\lambda > 1$ , la teoría clásica predice reflexión total. Sin embargo, las simulaciones muestran valores de  $K_{\text{sim}} > 0$ , lo que constituye una manifestación clara del **efecto túnel cuántico**, fenómeno que no aparece en la física clásica y que sí es capturado por nuestro modelo. Este resultado resalta una de las características más fundamentales de la mecánica cuántica: la no imposibilidad de atravesar barreras de potencial incluso con energía inferior.

En resumen, el algoritmo numérico utilizado permite describir de forma precisa tanto el comportamiento clásico como cuántico de una partícula ante una barrera de potencial. Aunque se observan desviaciones en casos críticos como  $\lambda = 1$ , estas son coherentes con las limitaciones físicas y numéricas del modelo. La simulación reproduce correctamente la aparición del efecto túnel y la transición entre regímenes de alta y baja transmisión. Este estudio ilustra con claridad cómo conceptos fundamentales de la mecánica cuántica pueden ser analizados numéricamente de forma eficaz.

#### 4. Apéndice: Tablas

$\lambda$	$N$	$K_{\text{sim}}$	$K_{\text{teórico}}$	Error relativo (%)
0.10	500	0.9970	0.9973	0.03
0.10	1000	0.9980	0.9996	0.16
0.10	2000	1.0000	0.9985	0.15
0.30	500	0.9770	0.9920	1.52
0.30	1000	0.9750	0.9764	0.14
0.30	2000	0.9850	0.9766	0.87
0.50	500	0.9370	0.9083	3.17
0.50	1000	0.9360	0.9278	0.88
0.50	2000	0.9420	0.8948	5.28
0.70	500	0.8370	0.7362	13.74
0.70	1000	0.8170	0.8506	3.94
0.70	2000	0.8250	0.7141	15.54
1.00	500	0.5000	0.0000	—
1.00	1000	0.4980	0.0000	—
1.00	2000	0.4720	0.0000	—

Tabla 1: Resultados de la simulación para la comparación entre  $K_{\text{sim}}$  y  $K_{\text{teórico}}$  para distintos valores de  $\lambda$  y  $N$ , con el error relativo expresado en porcentaje.

$\lambda$	$N = 500$			$N = 1000$			$N = 2000$		
	$K_{\text{sim}}$	$K_{\text{teo}}$	Err. %	$K_{\text{sim}}$	$K_{\text{teo}}$	Err. %	$K_{\text{sim}}$	$K_{\text{teo}}$	Err. %
0.1000	0.9970	0.9973	0.03	0.9980	0.9996	0.16	1.0000	0.9985	0.15
0.3000	0.9770	0.9920	1.52	0.9750	0.9764	0.14	0.9850	0.9766	0.87
0.5000	0.9370	0.9083	3.17	0.9360	0.9278	0.88	0.9420	0.8948	5.28
0.7000	0.8370	0.7362	13.74	0.8170	0.8506	3.94	0.8250	0.7141	15.54
1.0000	0.5000	0.0000	—	0.4980	0.0000	—	0.4720	0.0000	—

Tabla 2: Comparación de  $K_{\text{sim}}$  y  $K_{\text{teo}}$  para distintos valores de  $\lambda$  y tamaños de malla  $N$ , con error relativo en porcentaje.

$\lambda$	$N$	$K_{\text{sim}}$	$K_{\text{teórico}}$
1.0000	500	0.5000	0.0000
1.0000	1000	0.4980	0.0000
1.0000	2000	0.4720	0.0000
5.0000	500	0.5200	-0.0000
5.0000	1000	0.5060	-0.0000
5.0000	2000	0.4630	-0.0000
10.000	500	0.4950	-0.0000
10.000	1000	0.4950	-0.0000
10.000	2000	0.4950	-0.0000

Tabla 3: Valores de  $K_{\text{sim}}$  y  $K_{\text{teórico}}$  para distintos valores de  $\lambda$  y tamaños de malla  $N$ .