

# Bloque II. Teoría de circuitos

---

## Tema 2. Circuitos de corriente continua.



Universidad  
Rey Juan Carlos

M<sup>a</sup> Jesús Algar Díaz  
Ángel Serrano Sánchez de León  
José San Martín



# Índice

1. Conceptos básicos
  - 1.1 Conductores – aislantes – semiconductores
  - 1.2 Circuitos eléctricos.
2. Magnitudes eléctricas.
  - 2.1 Intensidad de corriente
  - 2.2 Tensión.
  - 2.3 Impedancia. Ley de Ohm.
  - 2.4 Energía.
  - 2.5 Potencia.
3. Elementos básicos de los circuitos.
  - 3.1 Fuentes de energía
  - 3.2 Resistencias.
  - 3.3 Condensadores.
  - 3.4 Bobinas.

- 4. Análisis de circuitos de corriente continua.
  - 4.1 Leyes de Kirchhoff.
  - 4.2 Divisores de tensión y corriente.
  - 4.3 Teorema de Thévenin. Teorema de Norton.
  - 4.4 Análisis de mallas. Método de las corrientes.
- 5. Circuitos RC.
  - 5.1 Carga y descarga de un condensador.
- 6. Energía en los circuitos eléctricos. Ley de Joule.

# I. Conceptos básicos.

## 1.1 Conductores - aislantes - semiconductores.

- **Conductor:**

- cargas libres  $\rightarrow e^-$ .



- Existen muchos  $e^-$  libres en las capas superiores del átomo  $\rightarrow$  facilidad de movimiento  $\rightarrow$  facilidad de transmitir la I (aplicando un campo eléctrico).

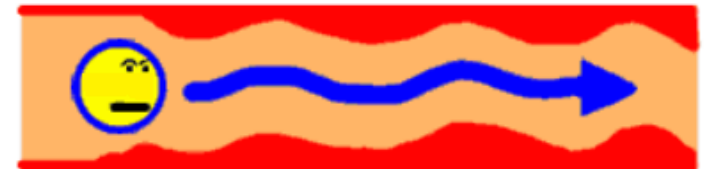
- **Aislante** (dieléctricos):

- pocos  $e^-$  libres impiden la transmisión de I (salvo con aportes enormes de energía  $\rightarrow$  ruptura dieléctrica).



- **Semiconductor:**

- cargas libres  $\rightarrow e^- p^+$
- Aporte adecuado de energía para convertirse en conductores.

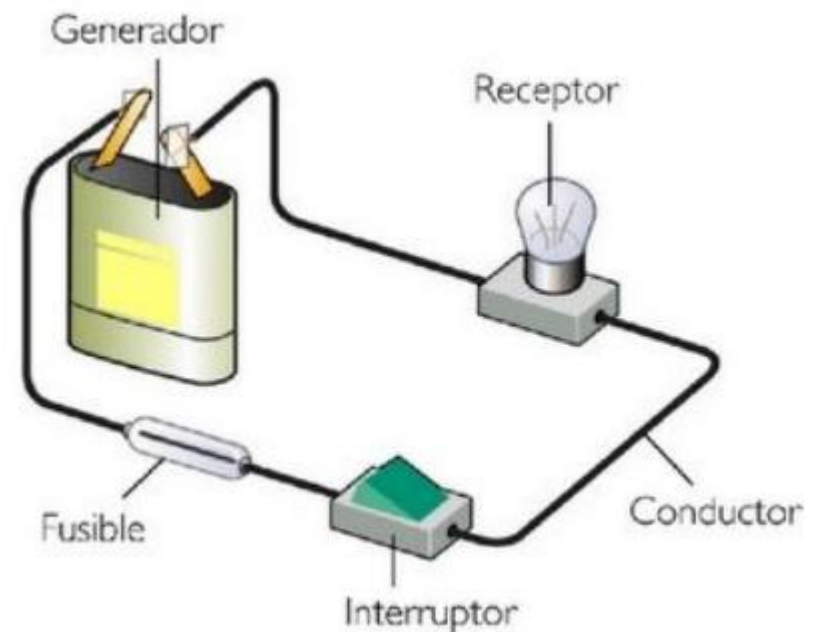


- Pueden comportarse como conductores o aislantes (Silicio, Germanio)

# I. Conceptos básicos.

## 1.2 Circuitos eléctricos.

- **Circuito eléctrico:** conjunto de elementos conectados mediante conductores. Se componen de elementos:
  - Lineales/no lineales.
  - Activos/pasivos.
  - Ideales/reales.
- **Corriente eléctrica:** movimiento de cargas a través de un conductor por la aplicación de un campo eléctrico.



# I. Conceptos básicos.

## 1.2 Circuitos eléctricos.

- **Elementos no lineales / lineales:**

**No** cumple Principio de Linealidad ni de Superposición.  
Ejem: diodos, transistores

Cumplen **Principio de Linealidad**  
(comportamiento del circuito proporcional al estímulo)

Cumplen **Principio de Superposición** (acción simultánea de 2 o más estímulos equivale a la superposición de ellos por separado)  
Ejem: resistencia

- **Elementos pasivos / activos:**

Elementos que **disipan** energía, la **almacenan** o la **transportan** (resistencias, condensadores, inductancias, transformadores y conductores).

Elementos capaces de **excitar** el circuito (fuentes de energía).

## 2. Magnitudes eléctricas

### 2.1 Intensidad de corriente.

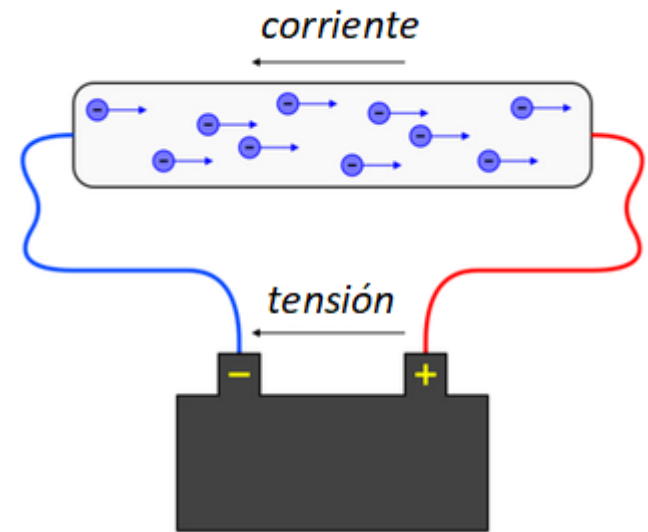
- **Corriente eléctrica:** flujo de cargas eléctricas que circulan a través de un material, típicamente un cable conductor.



- **Corriente Continua:** el campo que crea la corriente mantiene siempre el sentido y la dirección, aunque varíe la intensidad.



- **Corriente Alterna:** varía el sentido del campo que crea la corriente.



Sentido de  $e^-$  contrario  
que la corriente

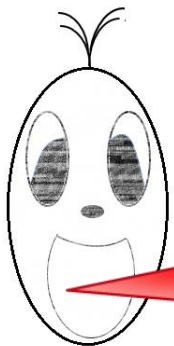
## 2. Magnitudes eléctricas

### 2.1 Intensidad de corriente.

- **Intensidad de corriente eléctrica,  $I$ :** cantidad de carga que atraviesa la sección transversal de un conductor en la unidad de tiempo.

$$I = \frac{dQ}{dt}$$

- Unidad: **amperio (A)**.  $1A = \frac{1C}{1s}$
- Se mide con un amperímetro.
- Magnitud escalar.
- Sentido (por convenio): contrario al movimiento real de los e-.



Corriente eléctrica  
VS  
Intensidad de  
corriente eléctrica

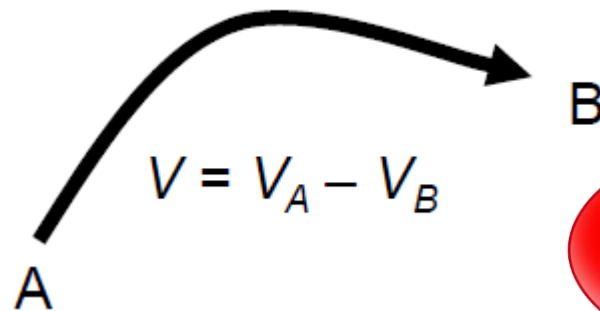




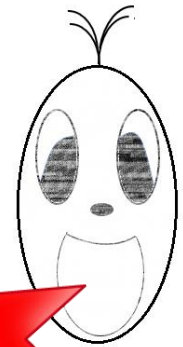
## 2. Magnitudes eléctricas

### 2.2 Tensión.

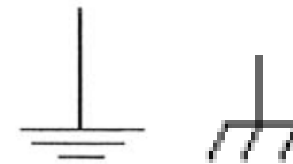
- **Caída de tensión o tensión** entre los puntos A y B =  $V_A - V_B$



ddp en  
electromagnetismo:  
 $V_B - V_A$



- Punto inicial A, punto final B.
- Magnitud escalar.
- Unidad: **voltio (V)**.
- Se mide con un voltímetro.
- Punto de referencia: Tierra o masa (0 V).



## 2. Magnitudes eléctricas

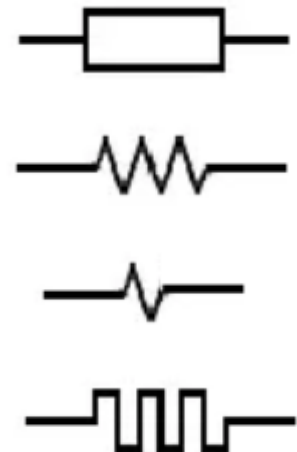
### 2.3 Impedancia.

- **Resistencia:** oposición que ofrece un conductor a ser atravesado por una corriente eléctrica.
  - Cociente entre tensión e intensidad entre los bornes de un elemento. ➡ **Ley de Ohm.**

NO ES UNA LEY  
GENERAL.  
Establece una  
relación lineal.

$$R = \frac{V}{I}$$

- Unidad: **ohmio** ( $\Omega$ ).  $1\Omega = \frac{1V}{1A}$
- Propiedad física de los materiales

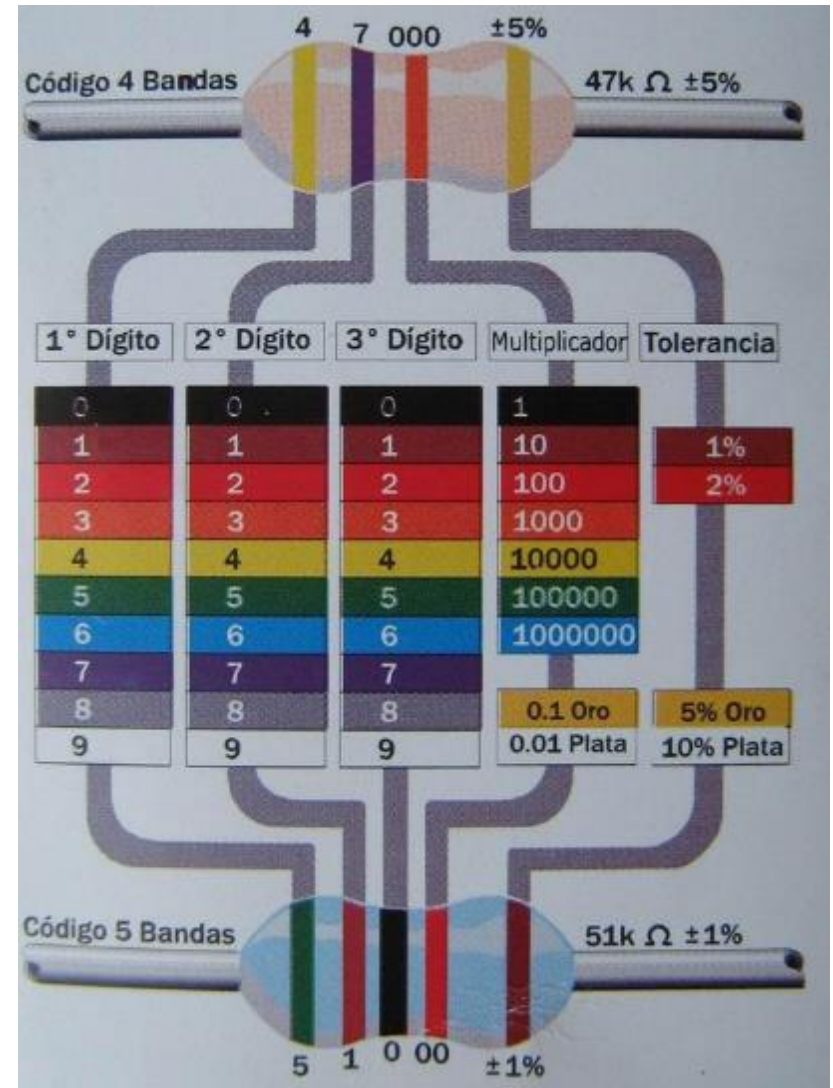


## 2. Magnitudes eléctricas

### 2.3 Impedancia.





Resistencias reales



## 2. Magnitudes eléctricas

### 2.4 Energía.

- **W**: capacidad para generar trabajo. Puede ser:
  - Consumida  Resistencia
  - Transferida
  - Almacenada  Bobinas y condensadores
- Unidad: **julio** (J).

## 2. Magnitudes eléctricas

### 2.5 Potencia.

- **P**: variación de energía, consumida o generada, en un elemento por unidad de tiempo.

$$P = \frac{dW}{dt} = \frac{d}{dt}(qV) = IV$$

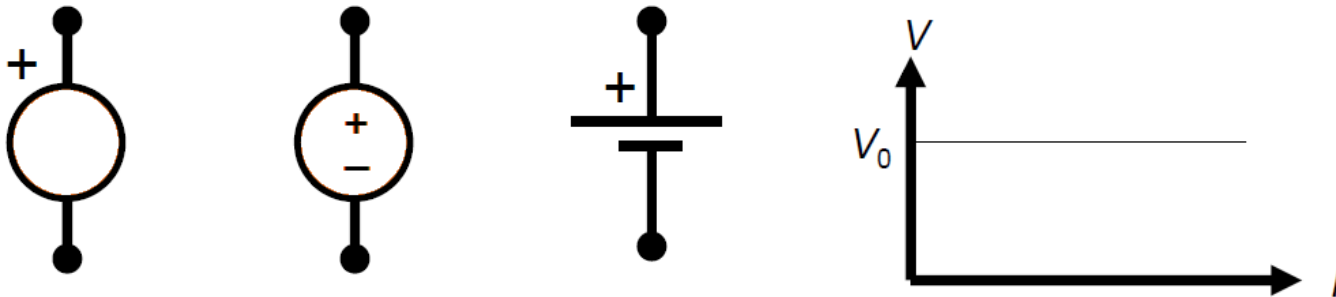
- Unidad: **vatio** (W).
- Se mide con un vatímetro.

# 3. Elementos básicos de los circuitos

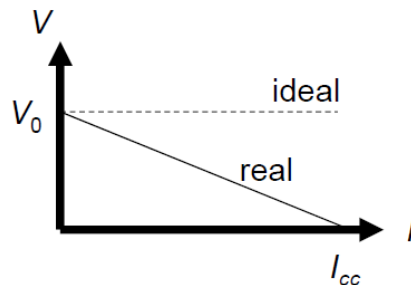
## 3.1 Fuentes de energía.

- **Fuente de tensión independiente:**

- **Ideal:** mantiene  $V$  especificada entre terminales



- **Real:**  $V$  decae con el tiempo. La  $V$  instantánea es menor cuanto mayor es la  $I$  que la atraviesa.
- **Modelado:**  $V$  ideal + resistencia (resistencia interna) en serie.

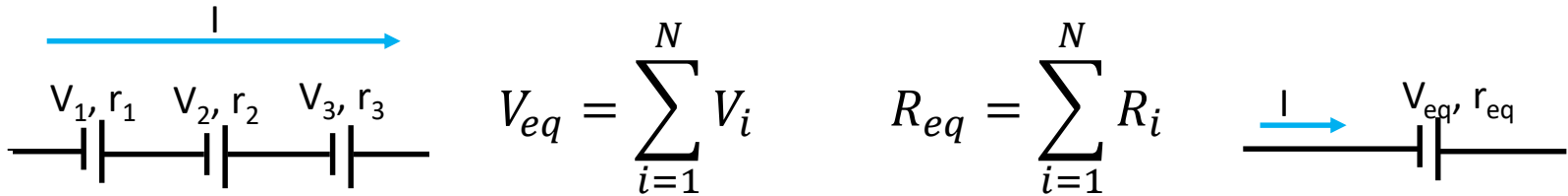


$$V = V_0 - \frac{V_0}{I_{cc}} I$$

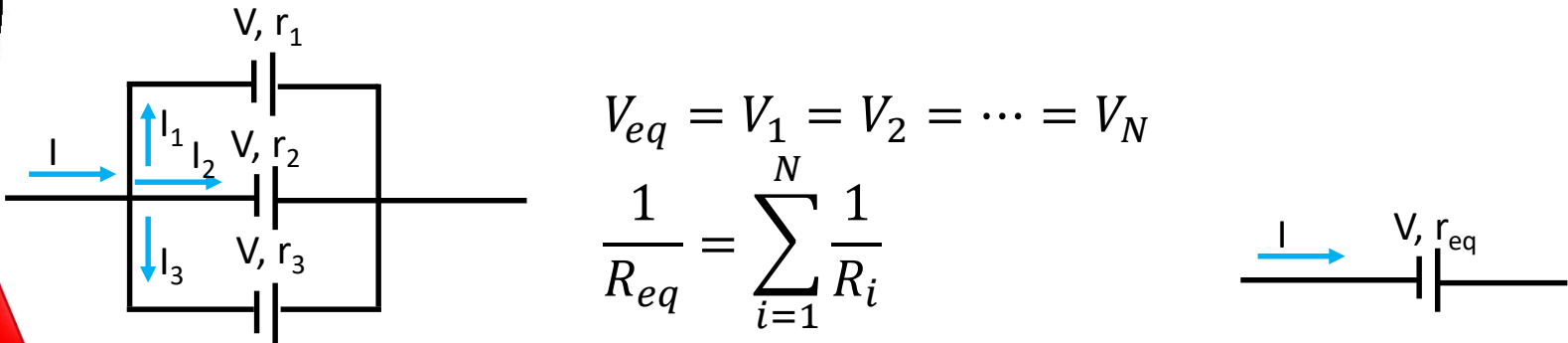
# 3. Elementos básicos de los circuitos

## 3.1 Fuentes de energía.

- **Asociación de fuentes de tensión reales:**
  - **Serie:** generadores conectados en línea por polos opuestos



- **Paralelo:** comparten extremos.



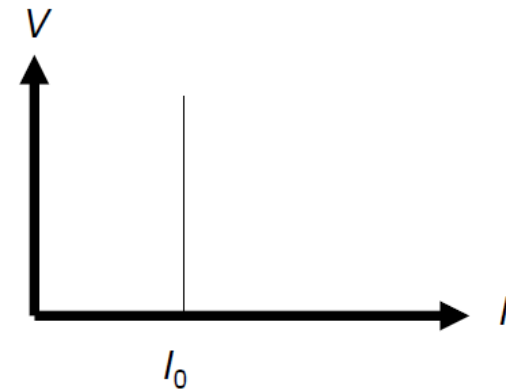
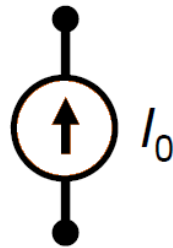
MISMA V!!

# 3. Elementos básicos de los circuitos

## 3.1 Fuentes de energía.

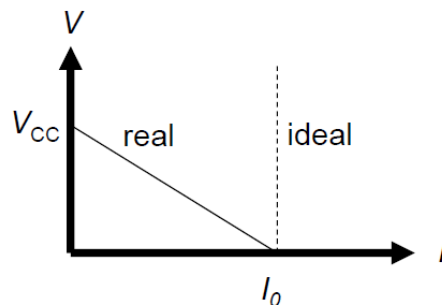
- **Fuente de intensidad independiente:**

- **Ideal:** suministran la  $I$  especificada.



- **Real:**  $I$  depende de la  $V$  entre sus terminales.

- Modelado:  $I$  ideal + resistencia (resistencia interna) en paralelo.




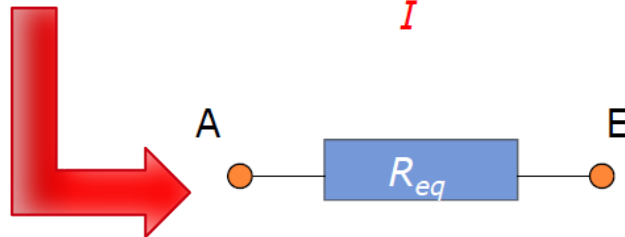
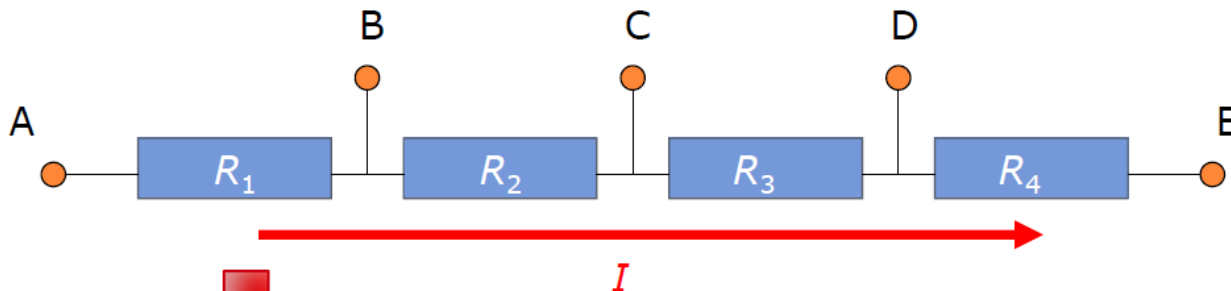
$$I = I_0 - \frac{I_0}{V_{CC}} V$$



# 3. Elementos básicos de los circuitos

## 3.2 Resistencias.

- **Resistencia:** relación lineal entre la tensión entre sus bornes y la corriente que circula por ella.  Ley de Ohm.
- Asociación de resistencias en serie:



$$V_{ae} = V_{ab} + V_{bc} + V_{cd} + V_{de}$$

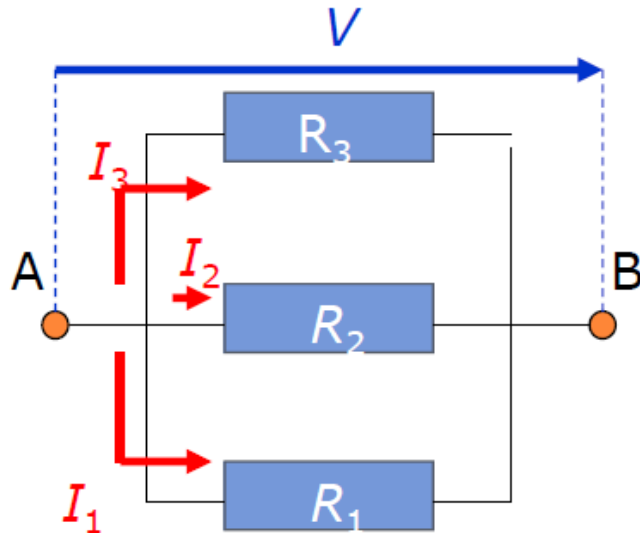
$$IR_{eq} = IR_1 + IR_2 + IR_3 + IR_4$$

$$R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3 + R_4 = \sum_i R_i$$

# 3. Elementos básicos de los circuitos

## 3.2 Resistencias.

- Asociación de resistencias en paralelo:



$$I_a = I_1 + I_2 + I_3$$

$$\frac{V}{R_{eq}} = \frac{V}{R_1} + \frac{V}{R_2} + \frac{V}{R_3}$$

$$\boxed{\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} = \sum_i \frac{1}{R_i}}$$

# 3. Elementos básicos de los circuitos

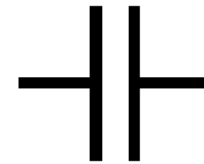
## 3.3 Condensadores.

- **Condensador:** almacena energía eléctrica en forma de carga o campo eléctrico.
  - Q almacenada en sus placas proporcional a V según su capacidad C.
  - V entre terminales no puede variar bruscamente (igual que Q), pero I, sí.

$$Q = CV$$

$$I = C \frac{dV}{dt}$$

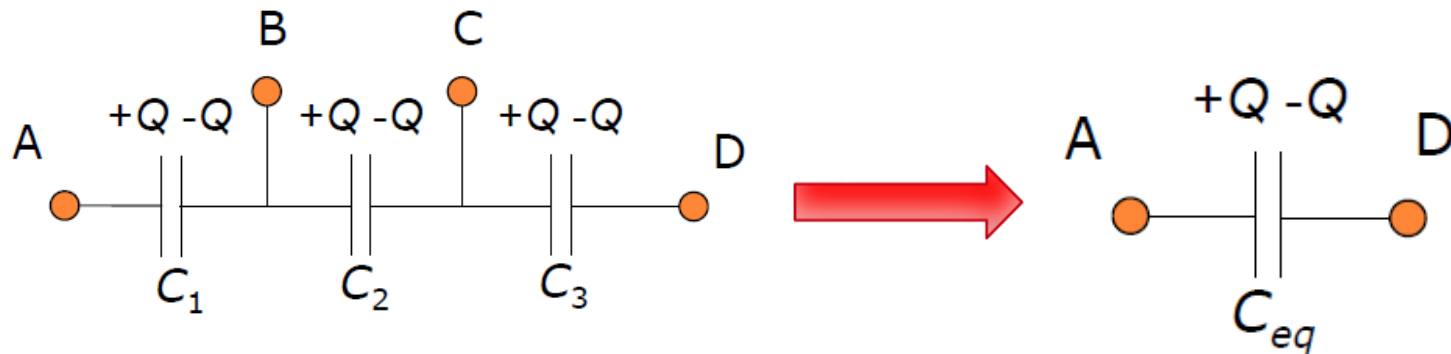
$$V(t_2) = V(t_1) + \frac{1}{C} \int_{t_1}^{t_2} I dt$$



# 3. Elementos básicos de los circuitos

## 3.3 Condensadores.

- Asociación en serie.



$$V = V_1 + V_2 + V_3$$

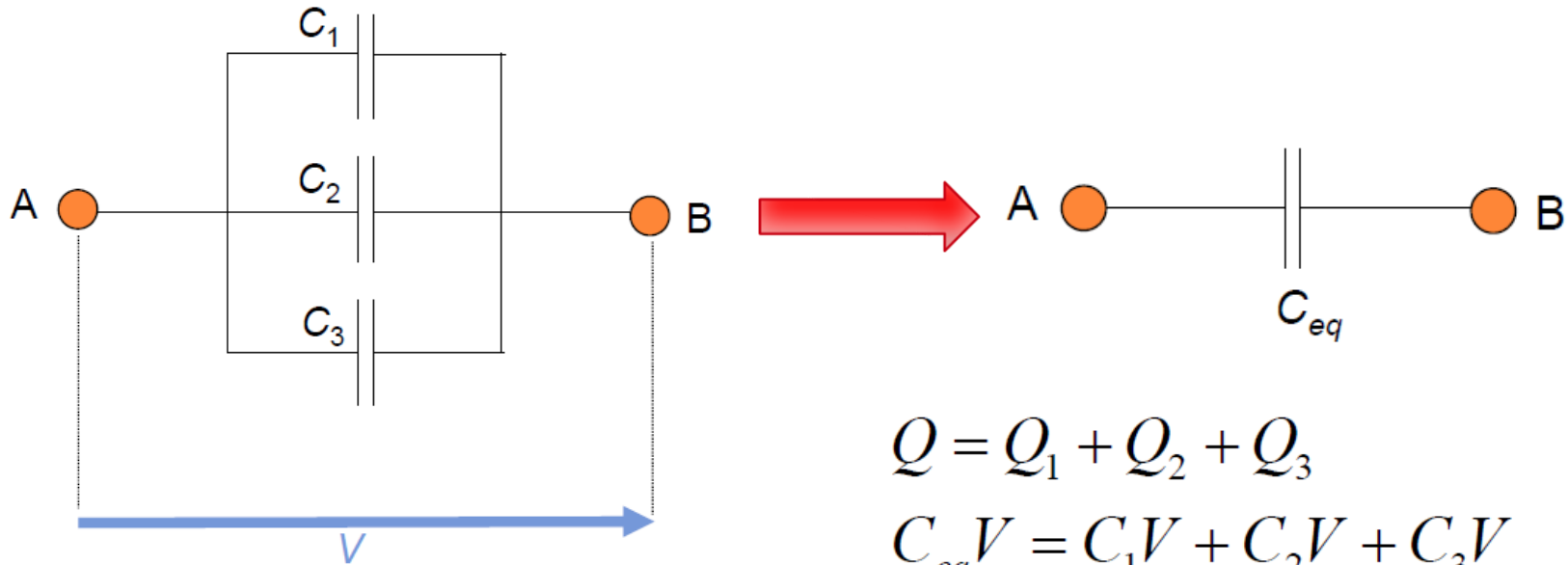
$$\frac{Q}{C_{eq}} = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2} + \frac{Q}{C_3}$$

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} = \sum_i \frac{1}{C_i}$$

# 3. Elementos básicos de los circuitos

## 3.3 Condensadores.

- Asociación en paralelo.



$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3$$

$$C_{eq}V = C_1V + C_2V + C_3V$$

$$C_{eq} = C_1 + C_2 + C_3 = \sum_i C_i$$

# 3. Elementos básicos de los circuitos

## 3.4 Bobinas.

- **Bobina:** almacena energía eléctrica en forma de campo magnético.
  - El flujo magnético que la atraviesa es proporcional a la  $I$ , en función de la inductancia,  $L$  (henrio, H).
  - $I$  no puede variar bruscamente, al igual que el flujo magnético

$$\phi = LI$$

$$V = L \frac{dI}{dt}$$

$$I(t_2) = I(t_1) + \frac{1}{L} \int_{t_1}^{t_2} V dt$$



BOBINA CON NUCLEO DE AIRE

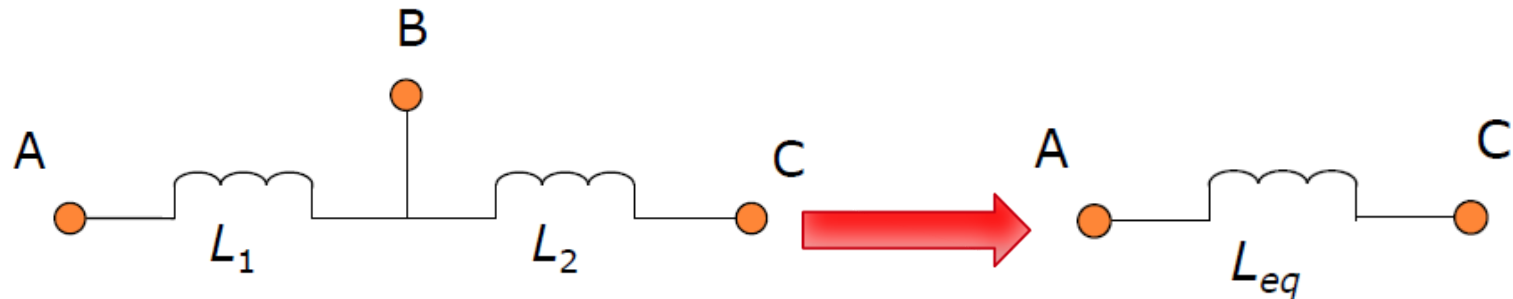


BOBINA CON NUCLEO DE HIERRO

# 3. Elementos básicos de los circuitos

## 3.4 Bobinas.

- Asociación en serie:



$$V = V_1 + V_2$$

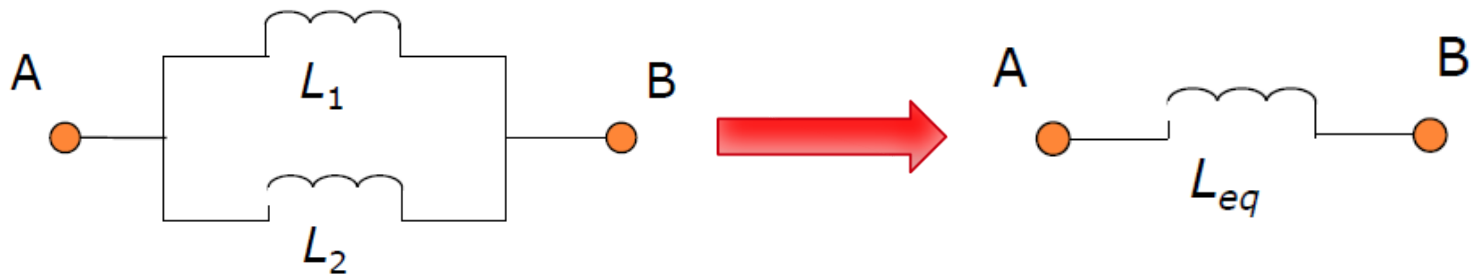
$$L_1 \frac{dI}{dt} + L_2 \frac{dI}{dt} = L_{eq} \frac{dI}{dt}$$

$$L_{eq} = L_1 + L_2 = \sum_i L_i$$

# 3. Elementos básicos de los circuitos

## 3.4 Bobinas.

- Asociación en paralelo:



$$I = I_1 + I_2$$

$$\frac{1}{L_{eq}} \int_{t_1}^{t_2} V dt = \frac{1}{L_1} \int_{t_1}^{t_2} V dt + \frac{1}{L_2} \int_{t_1}^{t_2} V dt$$

$$\frac{1}{L_{eq}} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} = \sum_i \frac{1}{L_i}$$

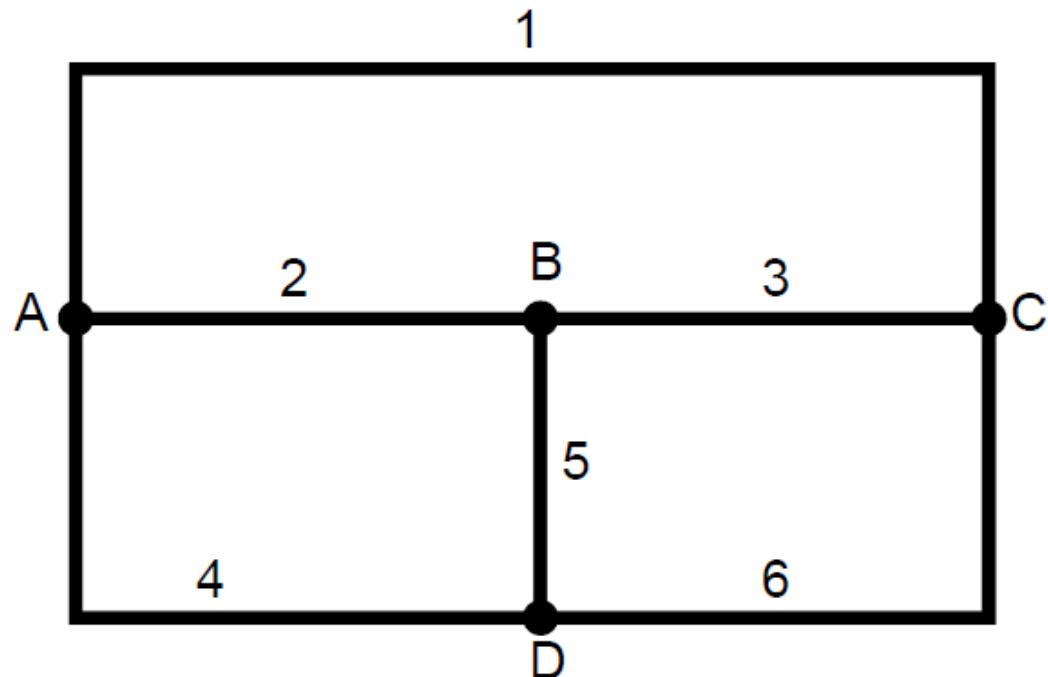


# 4. Análisis de circuitos de corriente continua.

## 4.1 Leyes de Kirchhoff.

- **Conceptos previos:**
  - Rama (r): 1, 2, 3, 4, 5, 6.
  - Nudo (n): A, B, C, D.
  - Malla (m)

$$m = r - n + 1$$



# 4. Análisis de circuitos de corriente continua.

## 4.1 Leyes de Kirchhoff.

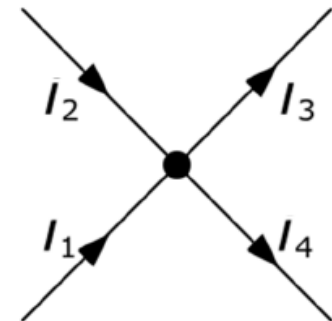
- **1º Ley de Kirchhoff (regla de los nudos):** la suma algebraica de las intensidades de corrientes que confluyen en un nudo es 0.

$$\sum_{k=1}^N I_k = 0$$

- La suma de las intensidades de corriente que entran en un nudo es igual a la suma de las intensidades de corriente que salen.

$$I_1 + I_2 = I_3 + I_4$$

- Ley de conservación de la carga.
- Asignar sentido que queramos a las I's.
- Convenio de signos:
  - +: corrientes **entrantes**
  - -: corrientes **salientes**



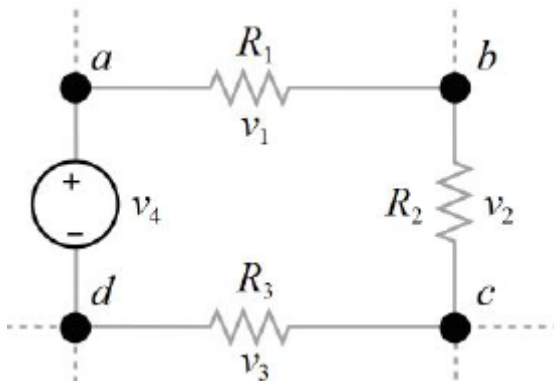
# 4. Análisis de circuitos de corriente continua.

## 4.1 Leyes de Kirchhoff.

- **2º Ley de Kirchhoff:** la suma algebraica de las caídas de tensión en una malla es 0.

$$\sum V_i = 0$$

- Principio de conservación de la energía
- Sentido tensiones contrario al sentido de las  $I$ 's definidas.



$$V_{ab} + V_{bc} + V_{cd} + V_{da} = 0$$

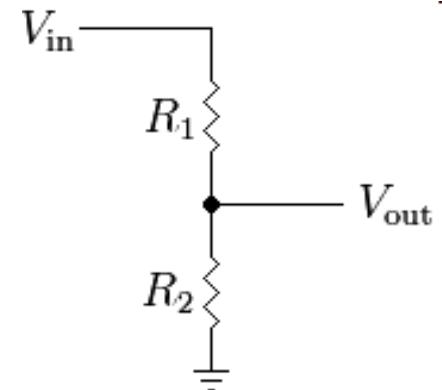
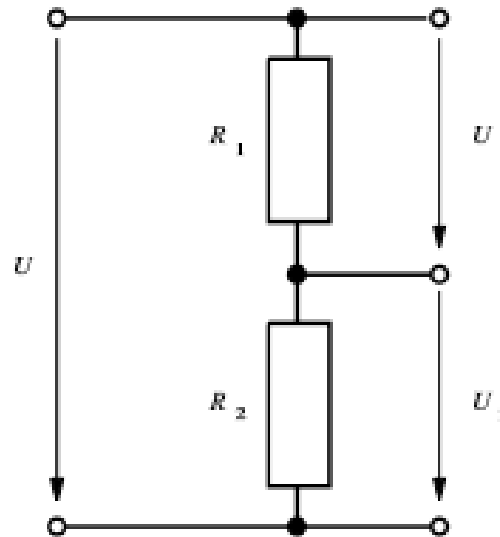
# 4. Análisis de circuitos de corriente continua.

## 4.2 Divisores de tensión y de corriente.

- **Divisor de tensión:** reparte una tensión inicial en otras dos
  - Si  $R$ 's variables, podemos regular las  $V$ 's de salida de acuerdo a las resistencias

$$\frac{V_{in}}{R_1 + R_2} = \frac{V_{out}}{R_2}$$

$$V_{out} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} V_{in}$$



# 4. Análisis de circuitos de corriente continua.

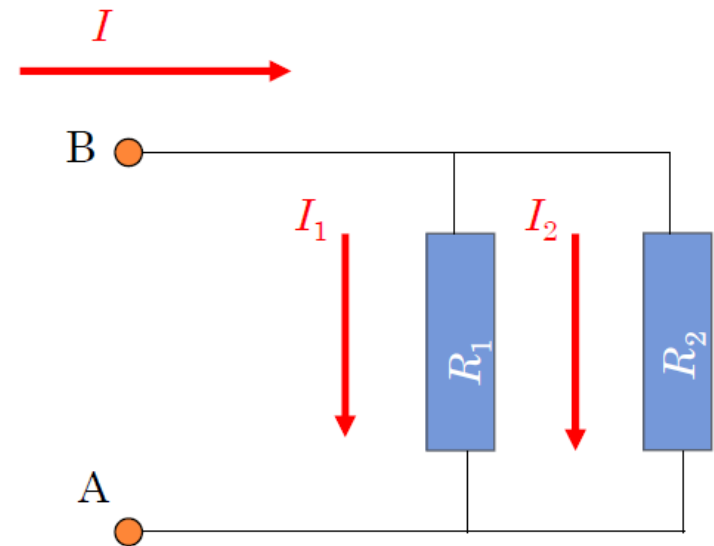
## 4.2 Divisores de tensión y de corriente.

- **Divisor de corriente:** la corriente se divide en diferentes ramas, con un valor proporcional a la resistencia de cada rama.
  - Circuito dual del divisor de tensión.

$$I = I_1 + I_2$$

$$I \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = I_1 R_1 = I_2 R_2$$

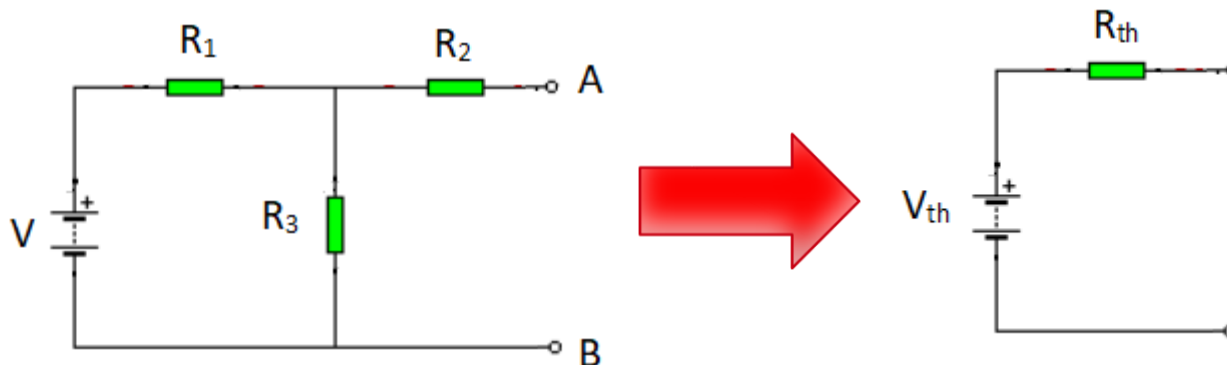
$$I_1 = I \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$



# 4. Análisis de circuitos de corriente continua.

## 4.3 Teorema de Thévenin. Teorema de Norton.

- **Tª de Thévenin:** cualquier circuito lineal es equivalente a uno formado por una fuente de tensión ( $V_{th}$ ) y una resistencia en **serie** ( $R_{th}$ ) que llamaremos de Thévenin (fuente real de tensión).
  - $V_{th}$ : **tensión a circuito abierto** entre los terminales del circuito original.
  - $R_{th}$ : resistencia equivalente del circuito al **eliminar** las **fuentes** independientes.



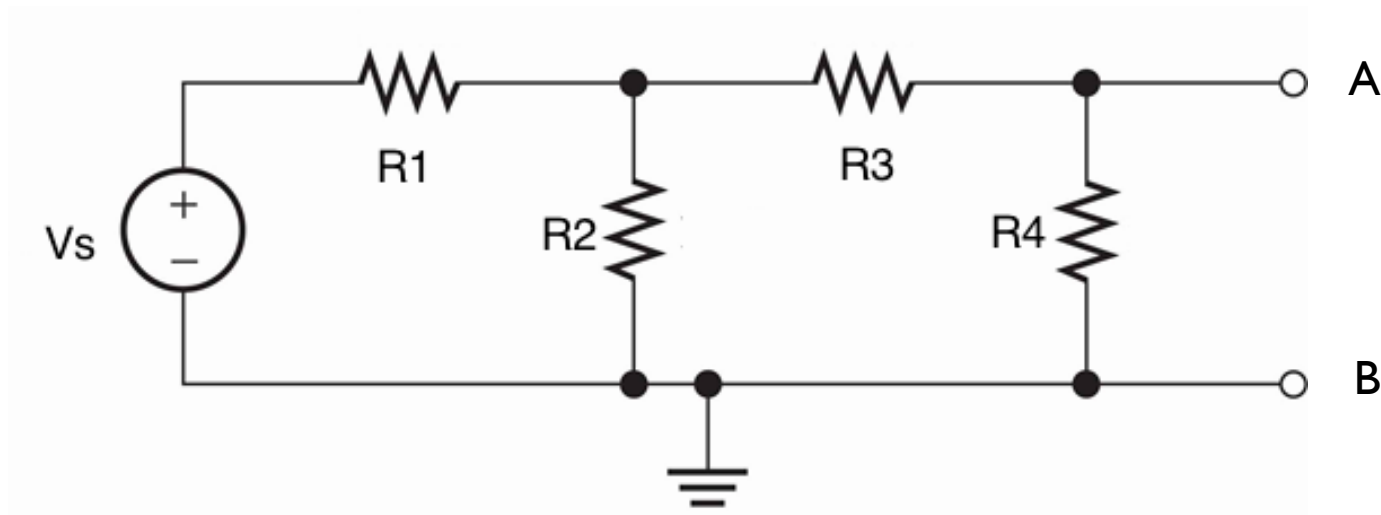
$$R_{th} = R_2 + \frac{R_1 R_3}{R_1 + R_3}$$

$$V_{th} = V_1 \frac{R_3}{R_1 + R_3}$$

# 4. Análisis de circuitos de corriente continua.

## 4.3 Teorema de Thevenin. Teorema de Norton.

- Ejemplo:**  $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = 100\Omega$ ,  $V_s = 18\text{ V}$ .

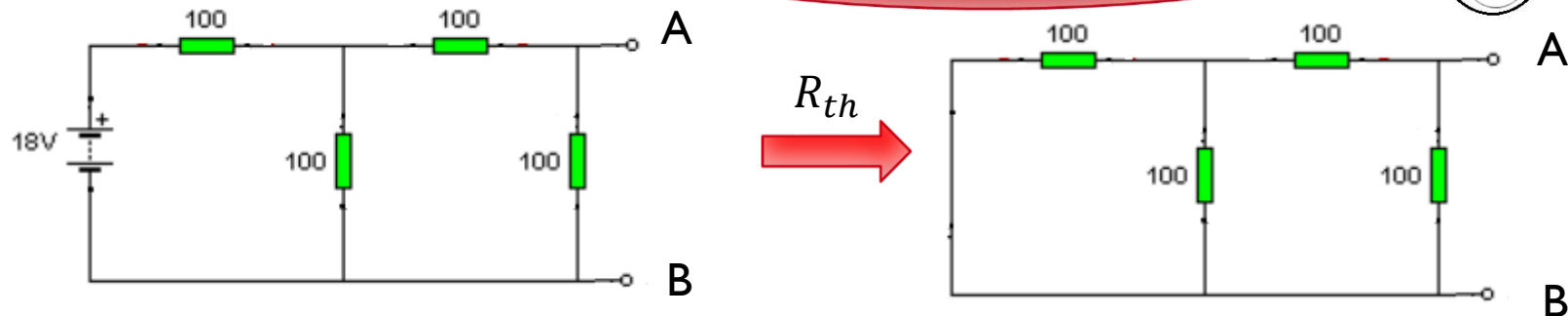


# 4. Análisis de circuitos de corriente continua.

## 4.3 Teorema de Thevenin. Teorema de Norton.

### • Ejemplo (solución):

Anulamos fuente de tensión: cortocircuito



$$R_{th} = ((R_1 || R_2) + R_3) || R_4 = \left( \frac{100 \cdot 100}{100 + 100} + 100 \right) || 100 = (50 + 100) || 100$$

$$= \frac{150 \cdot 100}{150 + 100} = 60\Omega$$

$$V_{th} = V_{AB} = V_{R_4} = I_3 R_4 = 0,036 \cdot 100 = 3,6V$$

Kirchhoff:

$$I_1 = I_2 + I_3$$

$$I_1 R_1 + I_2 R_2 - V_S$$

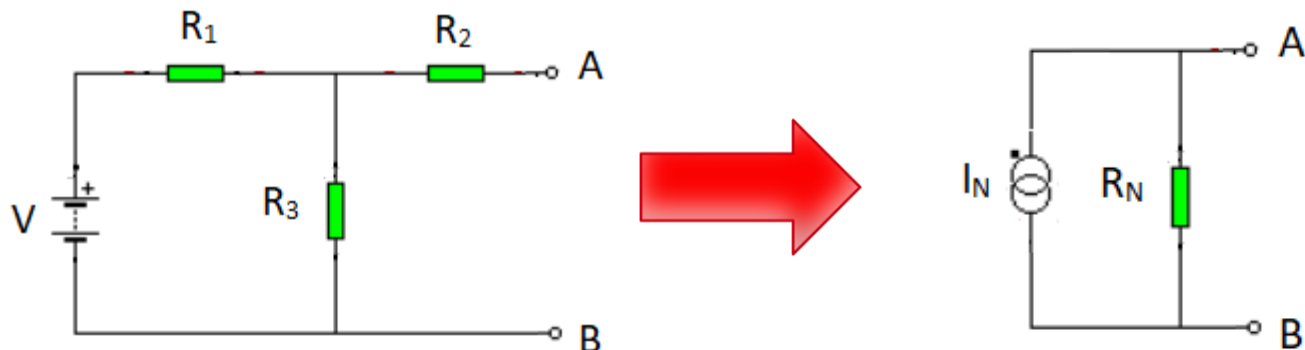
$$-I_2 R_2 + I_3 (R_3 + R_4) = 0$$



# 4. Análisis de circuitos de corriente continua.

## 4.3 Teorema de Thevenin. Teorema de Norton.

- **Tª de Norton:** cualquier circuito lineal es equivalente a uno formado por una fuente de corriente ( $I_N$ ) y una resistencia en **paralelo** ( $R_N$ ) que llamaremos de Norton (fuente de real de corriente).
  - $I_N$ : corriente de **cortocircuito** entre los terminales del circuito original.
  - $R_N$ : resistencia equivalente del circuito al **eliminar** las **fuentes** independientes.



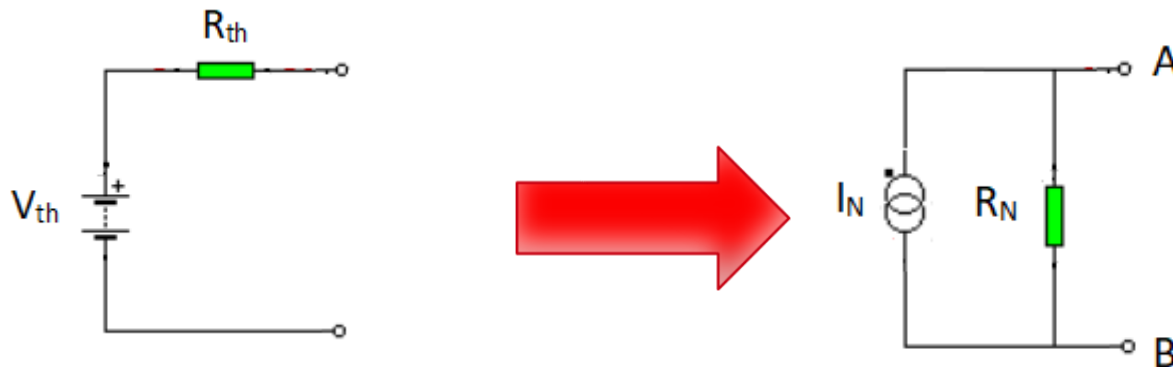
# 4. Análisis de circuitos de corriente continua.

## 4.3 Teorema de Thévenin. Teorema de Norton.

- Relación entre un equivalente Thévenin y Norton:

$$I_N = \frac{V_{th}}{R_{th}}$$

$$R_{th} = R_N$$



## 4. Análisis de circuitos de corriente continua.

### 4.4 Análisis de mallas. Método de las corrientes.

- **Método de las mallas:** Método que facilita la obtención de ecuaciones en un circuito.
  - Obtener tantas ecuaciones como mallas tiene el circuito.
- Procedimiento:
  1. Descomponer el circuito en mallas simples, donde todas las ramas sean recorridas por la misma corriente
  2. Definir corrientes de malla (corrientes ficticias)
  3. Asignar un sentido a las corrientes (normalmente, sentido horario)

# 4. Análisis de circuitos de corriente continua.

## 4.4 Análisis de mallas. Método de las corrientes.

4. Aplicar la 2ª ley de Kirchhoff a cada malla.

Representación matricial del sistema de ecuaciones:

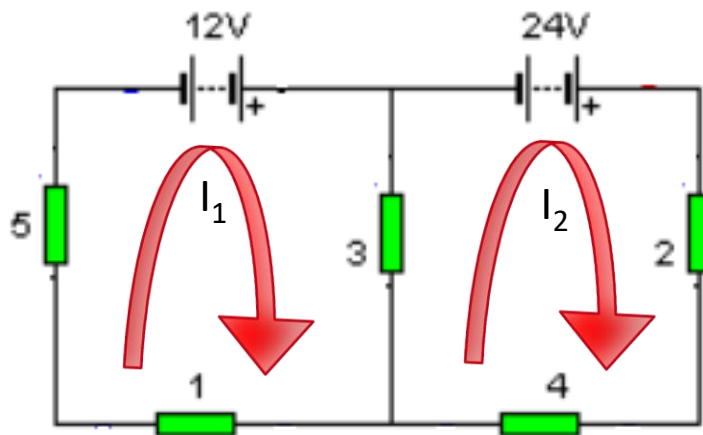
- Matriz de voltajes: Voltaje total de cada malla
- Matriz de resistencias: Diagonal principal  $\Rightarrow$  suma de todas las resistencias de la malla; resto de elementos  $\Rightarrow$  con signo negativo la resistencia que forman parte de varias mallas
- Matriz de intensidades de corriente: Intensidades de corriente de cada malla.

5. Resolver el sistema de ecuaciones.

# 4. Análisis de circuitos de corriente continua.

## 4.4 Análisis de mallas. Método de las corrientes.

### Ejemplo :



1. Descomposición del circuito en malla 1 y 2.
2. Definición de  $I_1$  e  $I_2$ .
3. Sentido horario para las corrientes.
4. Representación matricial:

$$\begin{pmatrix} 12 \\ 24 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 + 1 + 3 & -3 \\ -3 & 3 + 2 + 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \end{pmatrix}$$

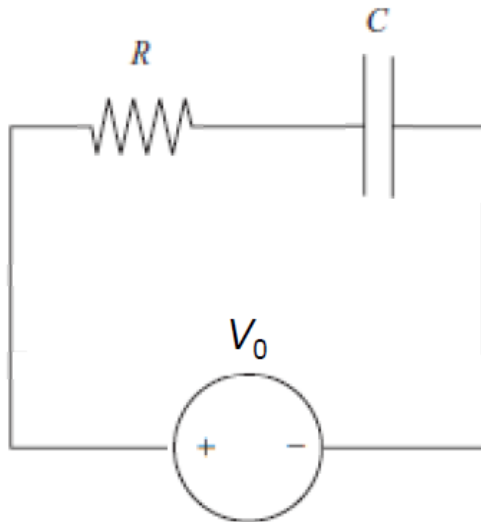
5. Resolver sistema:

$$I_1 = \frac{\begin{vmatrix} 12 & -3 \\ 24 & 9 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 9 & -3 \\ -3 & 9 \end{vmatrix}} = 2,5 \text{ (A)} \quad I_2 = \frac{\begin{vmatrix} 9 & 12 \\ -3 & 24 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 9 & -3 \\ -3 & 9 \end{vmatrix}} = 3,5 \text{ (A)}$$

**Corrientes de malla!! NO CORRIENTES EN CADA RAMA!!**

# 5. Circuitos RC.

## 5.1 Carga y descarga de un condensador.



Aplicando leyes de Kirchhoff:

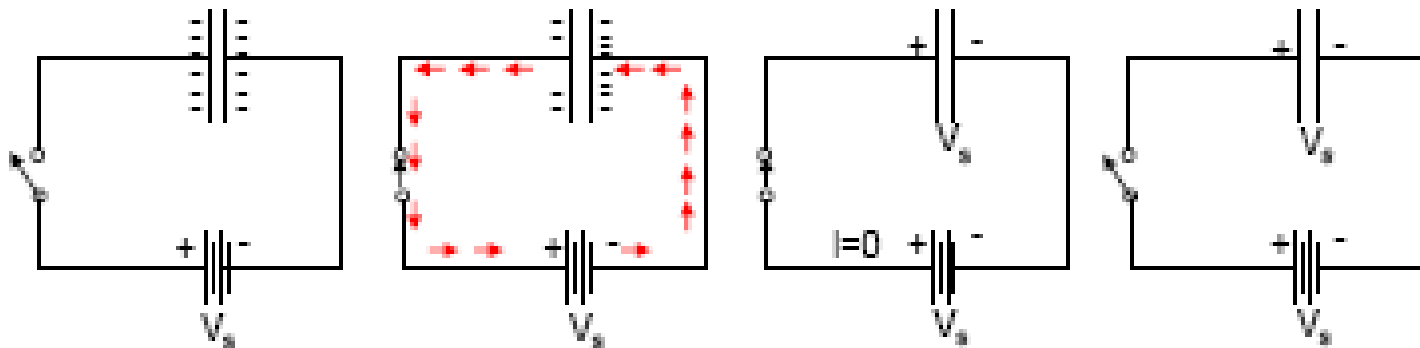
$$V_0 = V_R + V_C = iR + \frac{q}{C}$$

Carga de un condensador:  $q = C \cdot V_C$

- Corriente que atraviesa un condensador: variación de la carga con el tiempo  $\Rightarrow I = \frac{dQ}{dt} = C \frac{dV_C}{dt} \Rightarrow$  comportamiento dinámico del condensador (carga y descarga)

# 5. Circuitos RC.

## 5.1 Carga y descarga de un condensador.

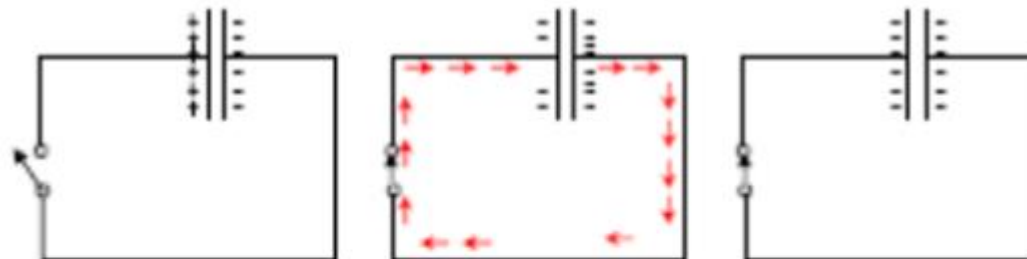


Condensador  
Descargado

Carga del  
Condensador

Carga Completa

Mantiene  
Carga



Mantiene  
Carga

Descarga del  
Condensador

Condensador  
Descargado

# 5. Circuitos RC.

## 5.1 Carga y descarga de un condensador.

Resumen del proceso de carga de un condensador

Instante de tiempo	Corriente en R	Carga en C	Reparto de la caída de tensión
Inicial ( $t=0$ )	$I_{max} = V_0/R$	0	$V_0 = I_{max}R + 0$
$t>0$	$i$	$q$	$V_0 = iR + q/C$
Condensador cargado	0	$Q_{max}$	$V_0 = 0 + Q_{max}/C$



# 5. Circuitos RC.

## 5.1 Carga y descarga de un condensador.

- Derivando la expresión de  $V_0$  se obtiene:

$$V_C(t) = V_0 (1 - e^{-t/RC})$$

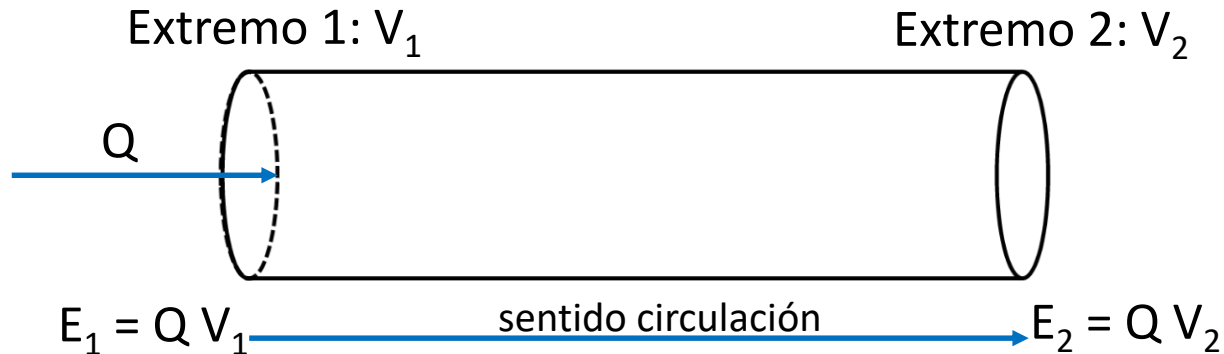
$$Q(t) = V_0 C (1 - e^{-t/RC})$$

$$I(t) = \frac{V_0}{R} e^{-t/RC}$$

- Constante de tiempo:  $\tau = RC$ 
  - Unidades: segundos (s).
  - Cuando  $\tau = RC$ ,  $q \approx 0,6Q_{max}$

# 6. Energía de los circuitos eléctricos. Ley de Joule.

## 6.1 Energía y potencia en los circuitos eléctricos.



- El **trabajo** realizado (en Julios) por la fuerza resultante del movimiento = pérdida de energía potencial que sufre  $Q$ :

$$W = Q(V_1 - V_2)$$

- Potencia consumida:** energía perdida en la unidad de tiempo, Watios (W):

$$P = \frac{dW}{dt} = \frac{dQ}{dt} (V_1 - V_2) = I(V_1 - V_2) = I^2 R$$

# 6. Energía de los circuitos eléctricos. Ley de Joule.

## 6.1 Energía y potencia en los circuitos eléctricos.

- Movimiento de  $e^-$  en un conductor: desordenado  $\longrightarrow$  choques  $\longrightarrow$  se desprende calor.

$$W = Q(V_1 - V_2) = I^2 R t = P t$$

- **Ley de Joule:** cantidad de calor que se genera en un conductor de resistencia  $R$  cuando circula a través de él una corriente  $I$  durante un tiempo  $t$ .
- El experimento de Joule determinó que la relación entre trabajo realizado y calor disipado es siempre constante: **0,24 cal/J**

## 7. Bibliografía.

- J.V. Míguez, F. Mur, M. A. Castro y J. Carpio, Fundamentos físicos de la ingeniería, e.d. McGraw Hill, capítulos 2, 3, 6 y 7.
- L. Montoto, Fundamentos Físicos de la Informática y las Comunicaciones, e.d. Thomson, capítulo 3 y 4.
- P.A. Tipler y G. Mosca, Física para la Ciencia y Tecnología, Vol. II, e.d. Reverté, 6º edición, parte IV, capítulo 25.