

Tema 1: Circuitos Digitales

1.3 Circuitos Secuenciales

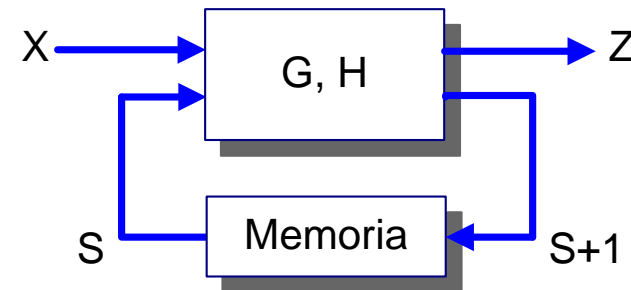
Miguel Ángel Otaduy



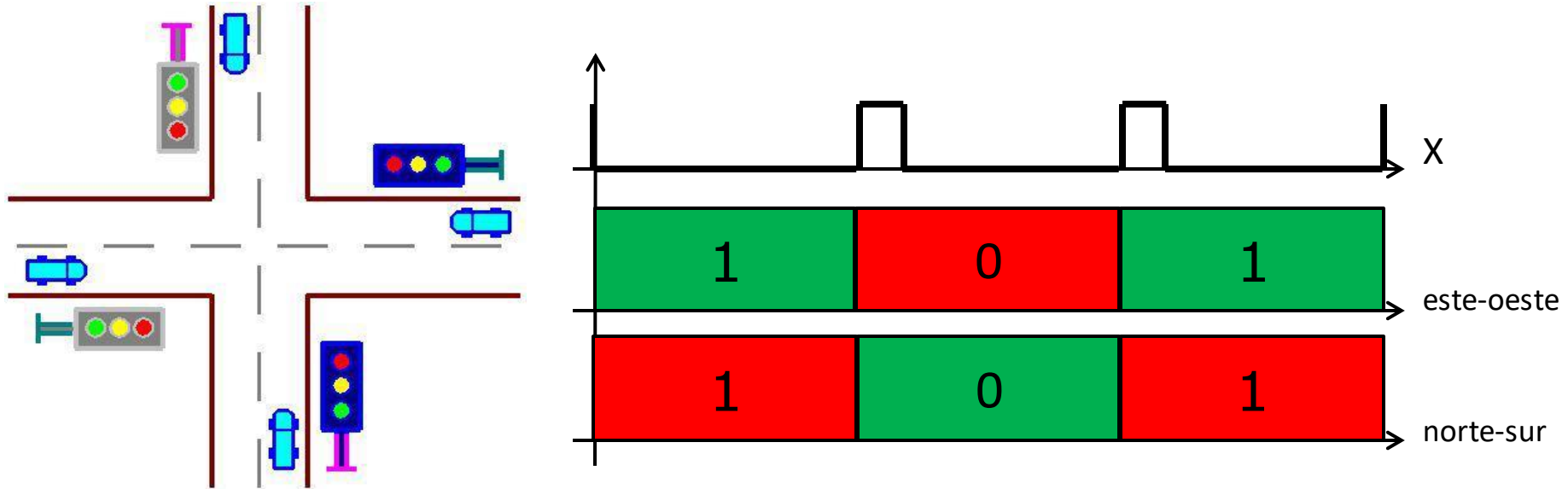
Universidad
Rey Juan Carlos

Sistema Combinacional vs. Secuencial

- X: entrada, Z: salida, S: estado
- Combinacional:
 - $Z(t) = F(X(t))$
- Secuencial:
 - $Z(t) = G(X(t), S(t))$
 - $S(t+1) = H(X(t), S(t))$
- FSM: máquina de estados finitos



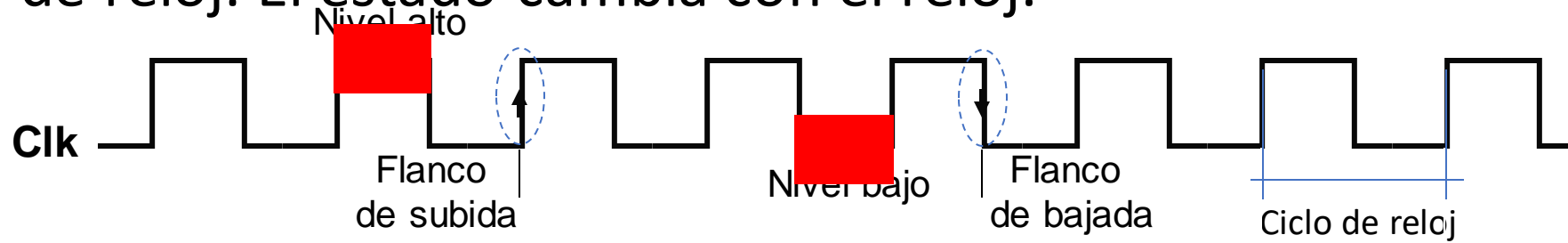
Ejemplo: Cruce con Semáforos



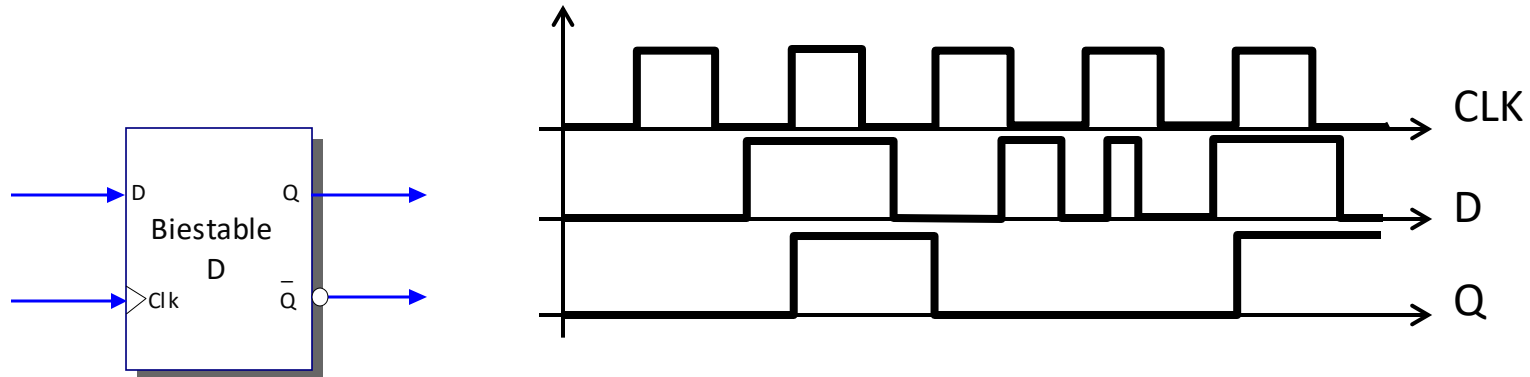
- X: cambio (1), no-cambio (0)
- Z: rojo-verde (0, rv), verde-rojo (1, vr)

Sincronismo y Elementos de Memoria

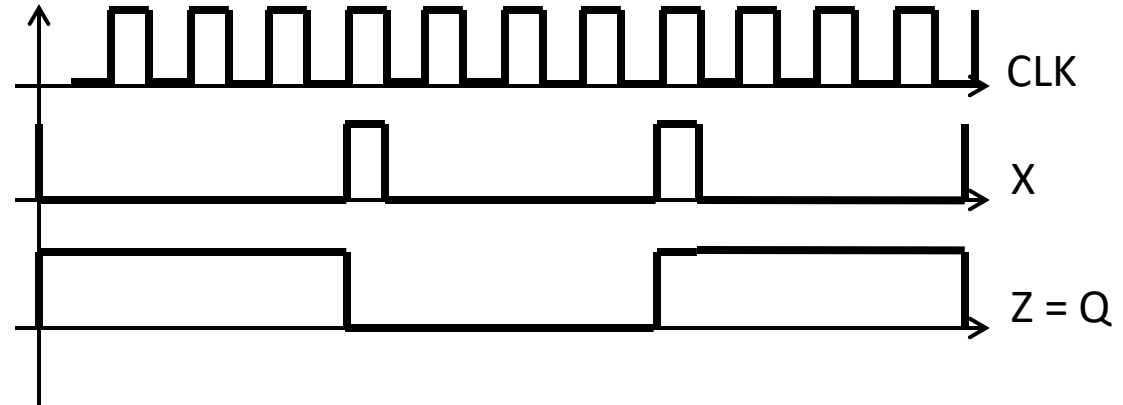
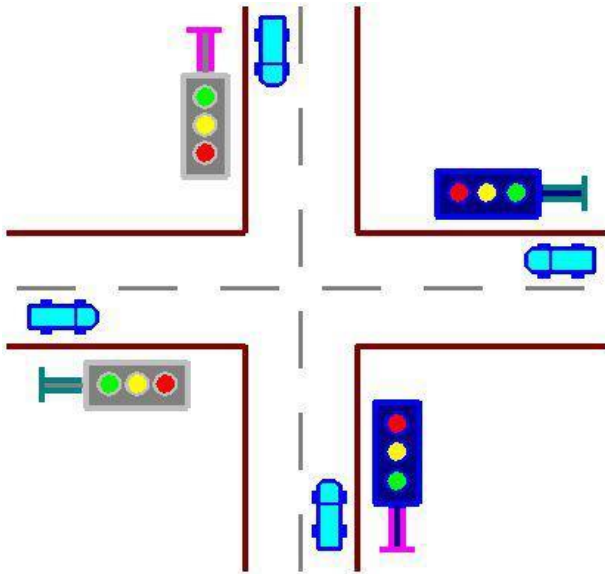
- Señal de reloj. El estado cambia con el reloj.



- Biestables tipo D (delay), activos por flanco de subida: La salida toma el valor de la entrada en el flanco de subida del reloj.



Ejemplo: Cruce con Semáforos

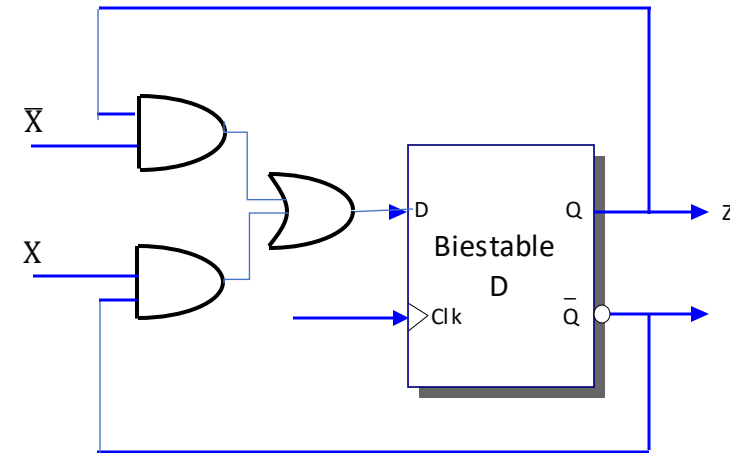


Función H

X	Q	D
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Función G

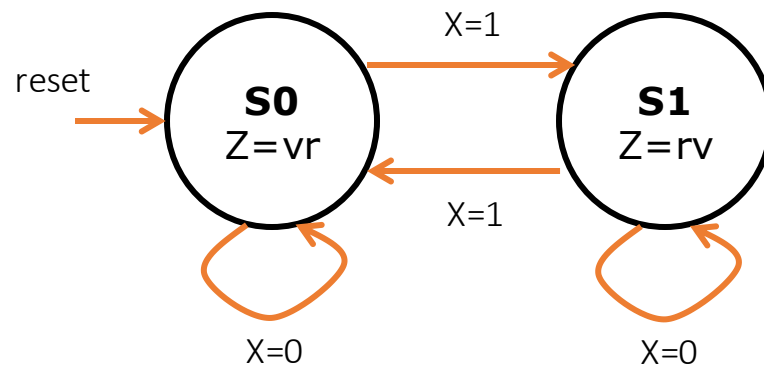
Q	Z
0	0
1	1



Representaciones simplificadas

Tablas de estados y salidas

Diagrama de Estados



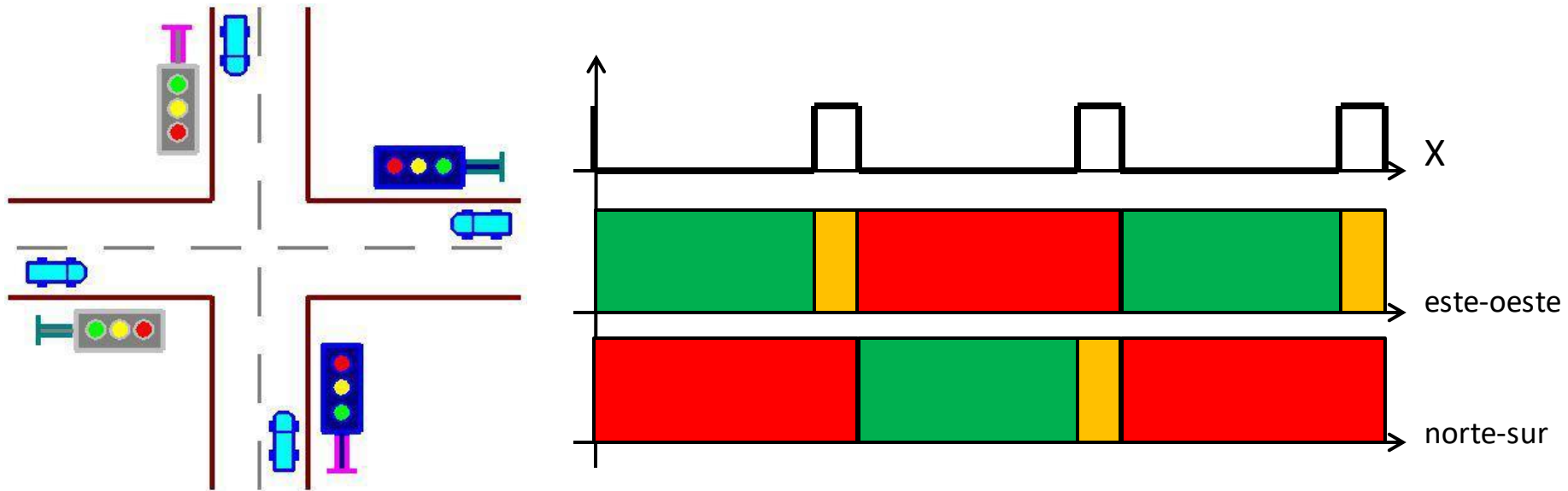
Función H

X	Q	D
0	S0	S0
0	S1	S1
1	S0	S1
1	S1	S0

Función G

Q	Z
S0	vr
S1	rv

Ejemplo: Cruce con Semáforos++



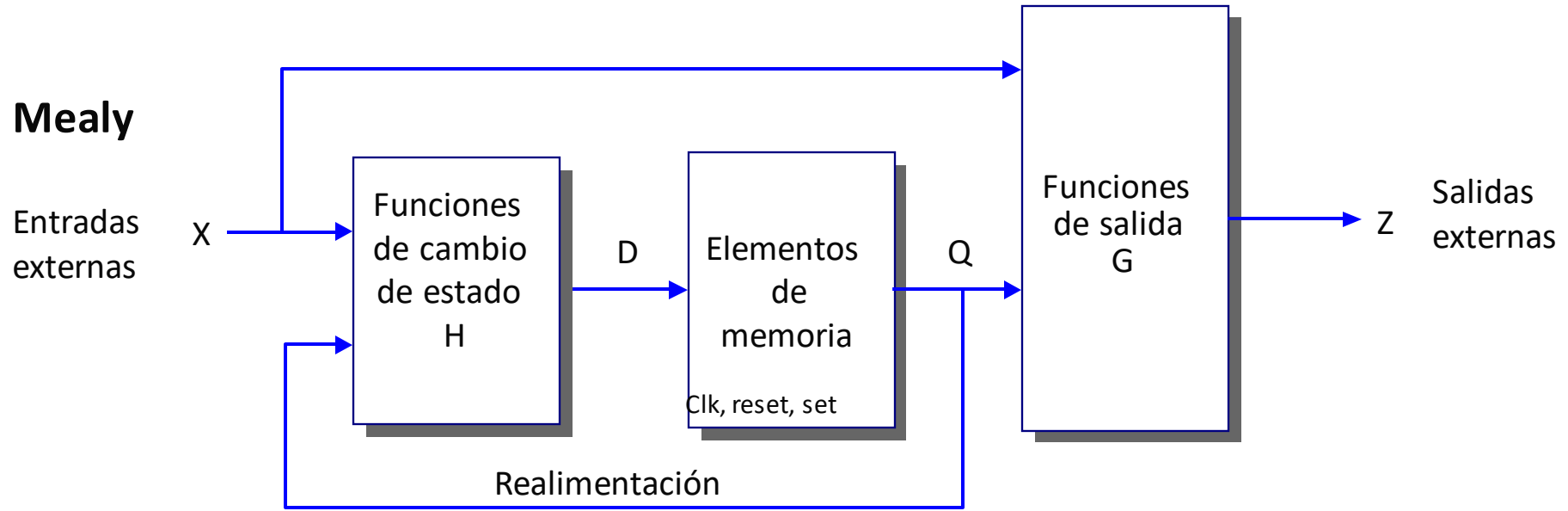
- X: paso a ámbar (1), cambio de vía (0)
- Z:
 - Rojo EO - Verde NS (rv),
 - Rojo EO - Ámbar NS (ra),
 - Verde EO - Rojo NS (vr),
 - Ámbar EO – Rojo NS (ar)

Ejemplo: Cruce con Semáforos++

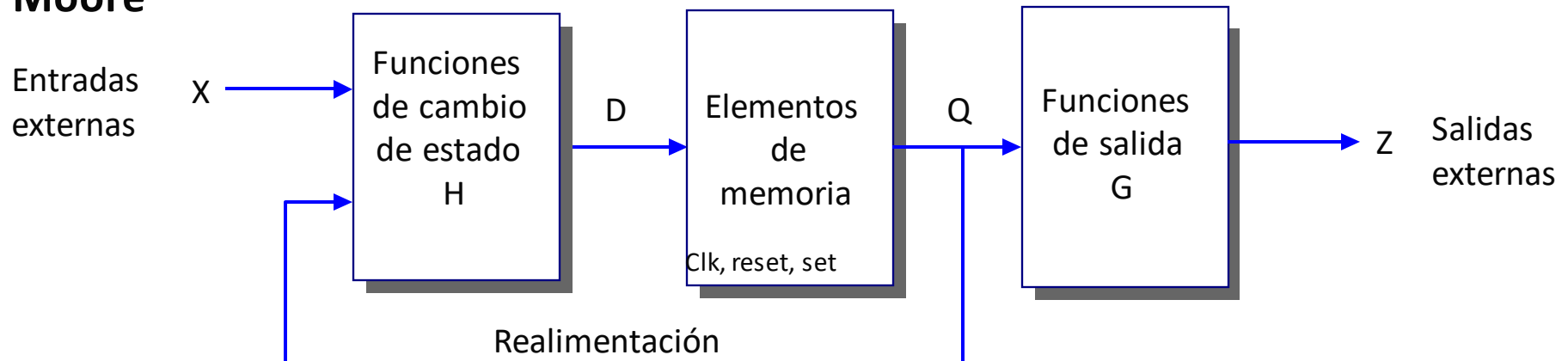
- Opción a (FSM Moore): 4 estados
 - S0: EO verde y NS rojo; $Z = vr$
 - S1: EO ámbar y NS rojo; $Z = ar$
 - S2: EO rojo y NS verde; $Z = rv$
 - S3: EO rojo y NS ámbar; $Z = ra$
- Opción b (FSM Mealy): 2 estados
 - S0: EO abierto y NS cerrado;
 $Z = vr$ si $X = 0$, $Z = ar$ si $X = 1$
 - S1: EO cerrado y NS abierto;
 $Z = rv$ si $X = 0$, $Z = ra$ si $X = 1$

Funciones de Estado y Salida

Mealy



Moore



Procedimiento de Diseño

1. Especificación
2. Representación formal
 - a) Diagrama de transición de estados
 - b) Tabla de transiciones y salidas
3. Minimización de estados
4. Codificación binaria de entradas, estados y salidas
5. Elección de los elementos de memoria
6. Simplificación de las funciones de transición y salida
7. Síntesis de las funciones de próximo estado y salida

2. Representación FSM Moore

Ej: Semáforos++

Diagrama de Estados

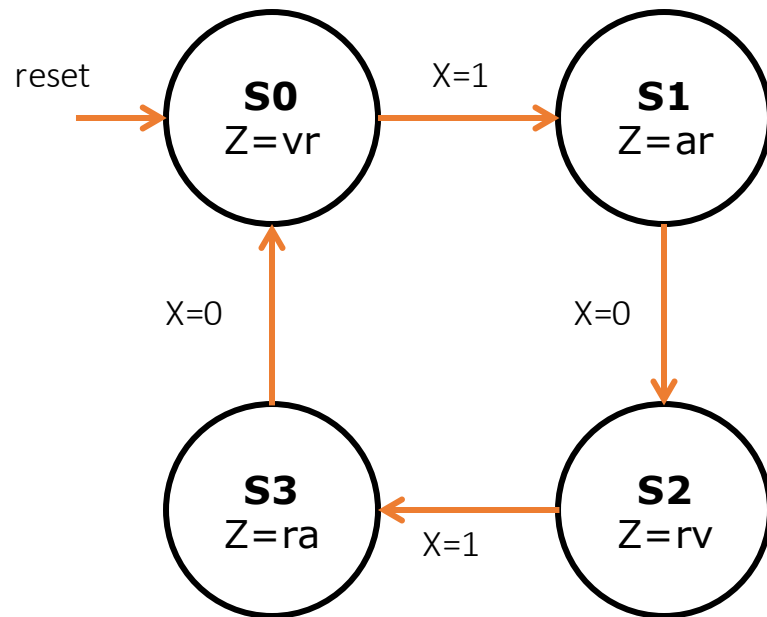


Tabla de Estados y Salidas

Estado Q	D = H (Q,X)		Z = G(Q)
	X=0	X=1	
S0	S0	S1	vr
S1	S2	S1	ar
S2	S2	S3	rv
S3	S0	S3	ra

4. Codificación FSM Moore

Ej: Semáforos++

Entrada

X
0
1

Salida

Z	Z1	Z0
vr	0	0
ar	0	1
rv	1	0
ra	1	1

Estado

Q/D	Q1	Q0
S0	0	0
S1	0	1
S2	1	0
S3	1	1

Tabla de Estados y Salidas

Estado Q	D = H (Q,X)		Z = G(Q)
	X=0	X=1	
00	00	01	00
01	10	01	01
10	10	11	10
11	00	11	11

6. Simplificación FSM Moore

Ej: Semáforos++

In		Out	
Q1	Q0	Z1	Z0
0	0	0	0
0	1	0	1
1	0	1	0
1	1	1	1

$$Z1 = Q1$$

$$Z0 = Q0$$

6. Simplificación FSM Moore

Ej: Semáforos++

In			Out	
Q1	Q0	X	D1	D0
0	0	0	0	0
0	0	1	0	1
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	1	1
1	1	0	0	0
1	1	1	1	1

Q\X	0	1
00	0	0
01	1	0
11	0	1
10	1	1

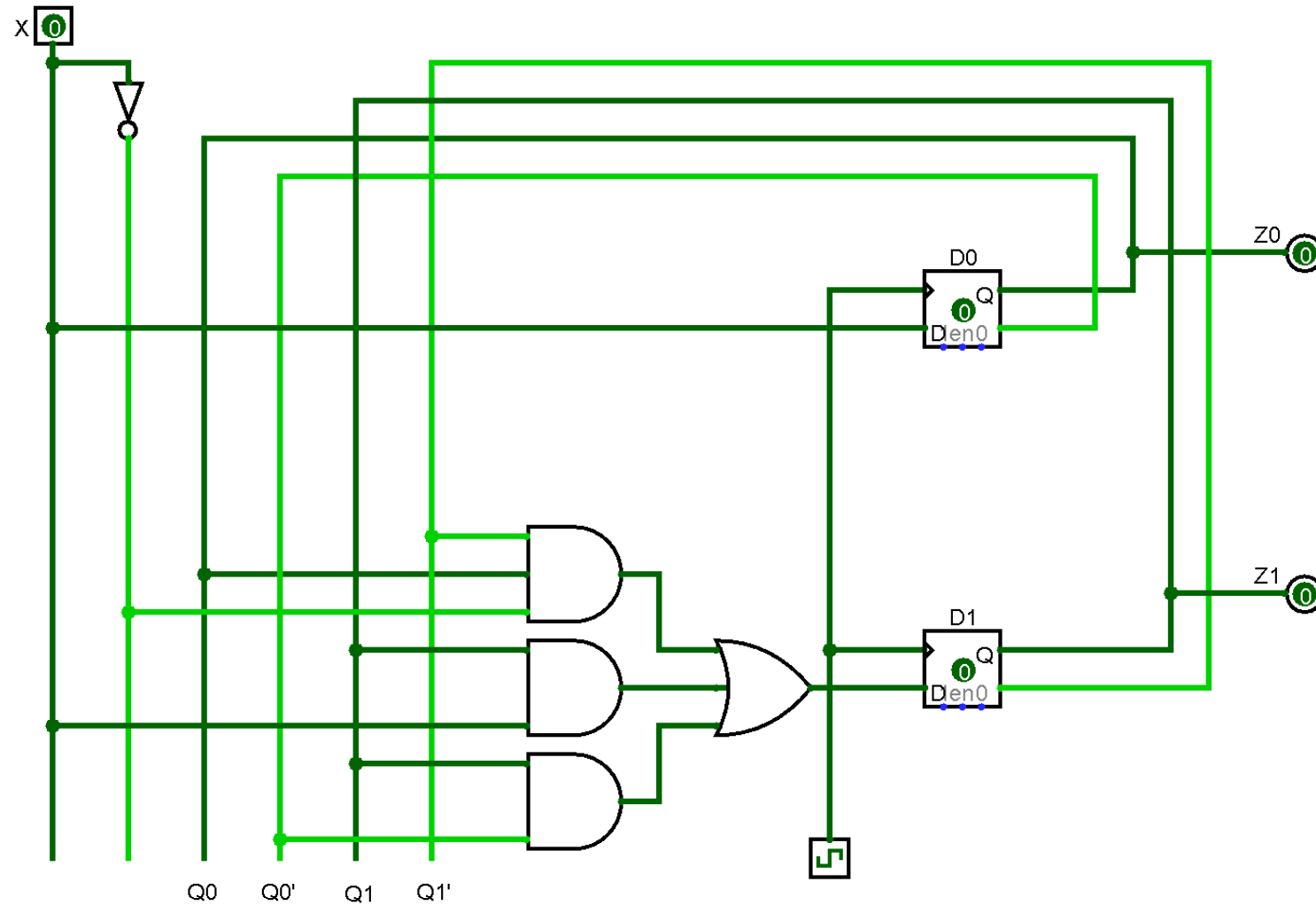
$$D1 = Q1 \cdot X + Q1 \cdot Q0' + Q1' \cdot Q0 \cdot X'$$

Q\X	0	1
00	0	1
01	0	1
11	0	1
10	0	1

$$D0 = X$$

7. Síntesis FSM Moore

Ej: Semáforos++



2. Representación FSM Mealy

Ej: Semáforos++

Diagrama de Estados

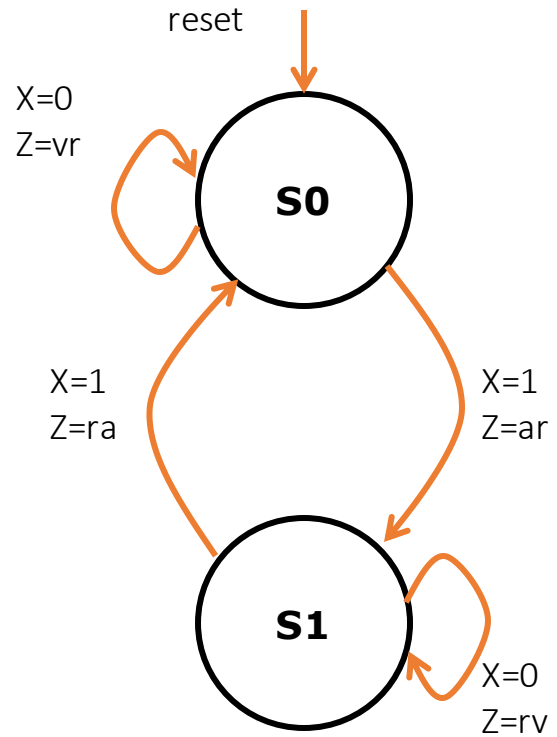


Tabla de Estados y Salidas

Estado Q	D = H(X,Q), Z = G(X,Q)	
	X=0	X=1
S0	S0, vr	S1, ar
S1	S1, rv	S0, ra

4. Codificación FSM Mealy

Ej: Semáforos

Entrada

X
0
1

Salida

Z	Z1	Z0
vr	0	0
ar	0	1
rv	1	0
ra	1	1

Estado

Q	Q
S0	0
S1	1

Tabla de Estados y Salidas

Estado Q	D = H(X,Q), Z = G(X,Q)	
	X=0	X=1
0	0, 00	1, 01
1	1, 10	0, 11

6. Simplificación FSM Mealy

Ej: Semáforos++

In		Out		
Q	X	D	Z1	Z0
0	0	0	0	0
0	1	1	0	1
1	0	1	1	0
1	1	0	1	1

Q\X	0	1
0	0	1
1	1	0

$$D = Q' \cdot X + Q \cdot X'$$

Q\X	0	1
0	0	1
1	0	1

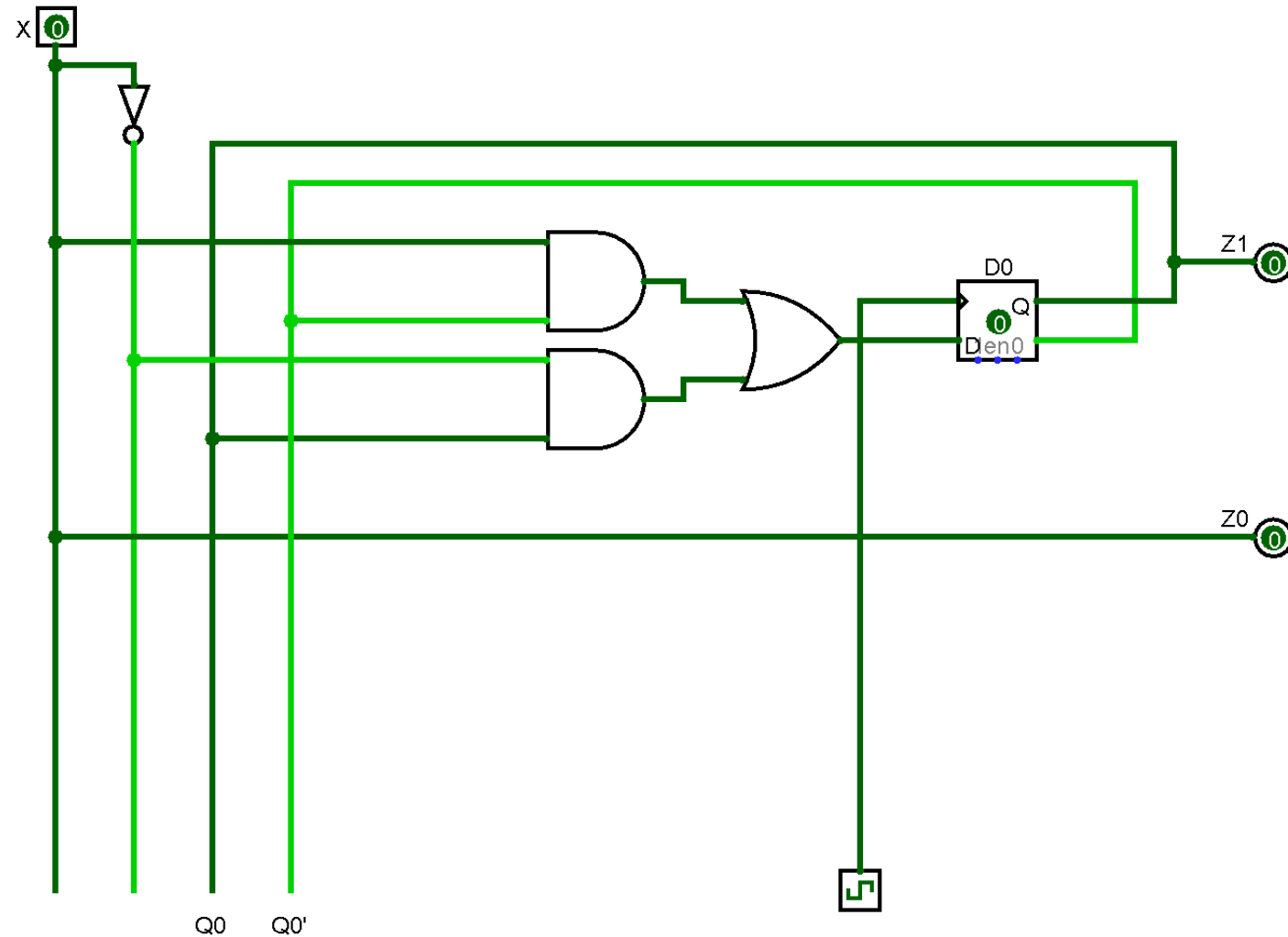
$$Z0 = X$$

Q\X	0	1
0	0	0
1	1	1

$$Z1 = Q$$

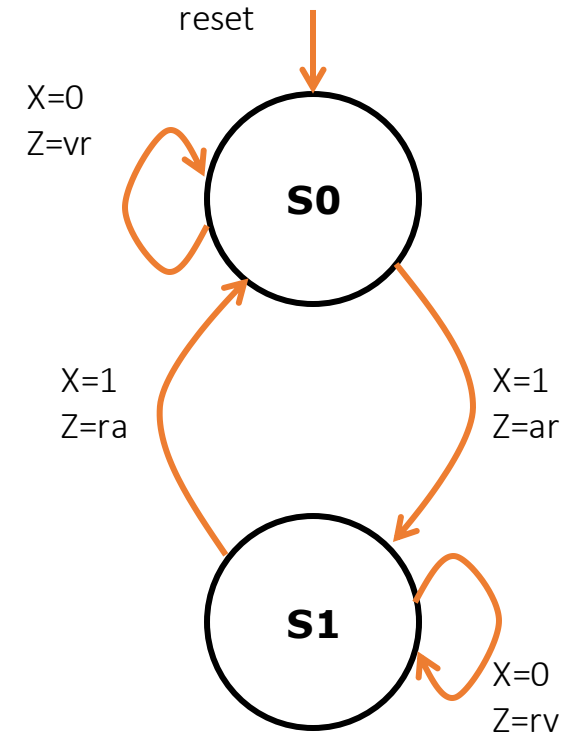
7. Síntesis FSM Mealy

Ej: Semáforos++



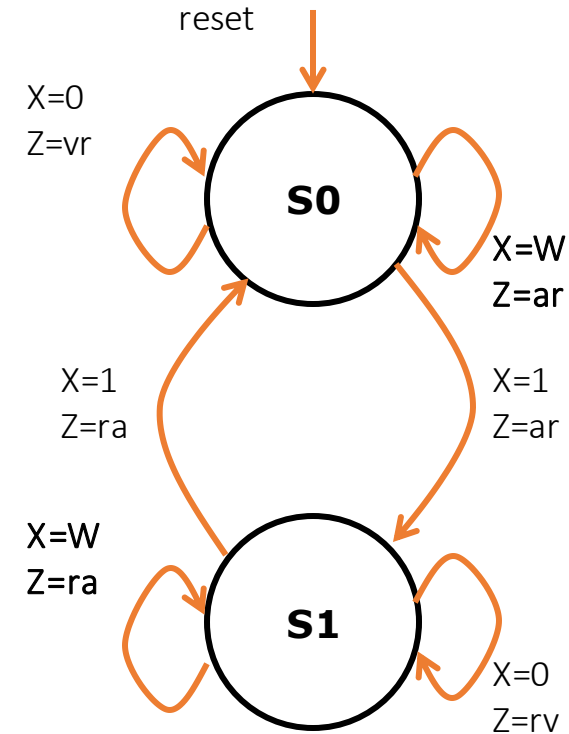
Extra: ¿Limitación de esta solución?

- Opción b (FSM Mealy):
 - 2 estados, 2 valores de entrada
 - S0: EO abierto y NS cerrado;
Z = vr si X = 0, Z = ar si X = 1
 - S1: EO cerrado y NS abierto;
Z = rv si X = 0, Z = ra si X = 1



Limitación: solo un ciclo en ámbar

- **Opción b (FSM Mealy):**
 - 2 estados, 2 valores de entrada
 - S0: EO abierto y NS cerrado;
 $Z = vr$ si $X = 0$, $Z = ar$ si $X = 1$
 - S1: EO cerrado y NS abierto;
 $Z = rv$ si $X = 0$, $Z = ra$ si $X = 1$
- **Opción c (FSM Mealy):**
 - 2 estados, **3 valores de entrada**
 - S0: EO abierto y NS cerrado;
 $Z = vr$ si $X = 0$, $Z = ar$ si $X = 1$, $Z = ar$ si $X = W$
 - S1: EO cerrado y NS abierto;
 $Z = rv$ si $X = 0$, $Z = ra$ si $X = 1$, $Z = ra$ si $X = W$



2. Representación FSM Mealy

Ej: Semáforos++ con 3 entradas

Diagrama de Estados

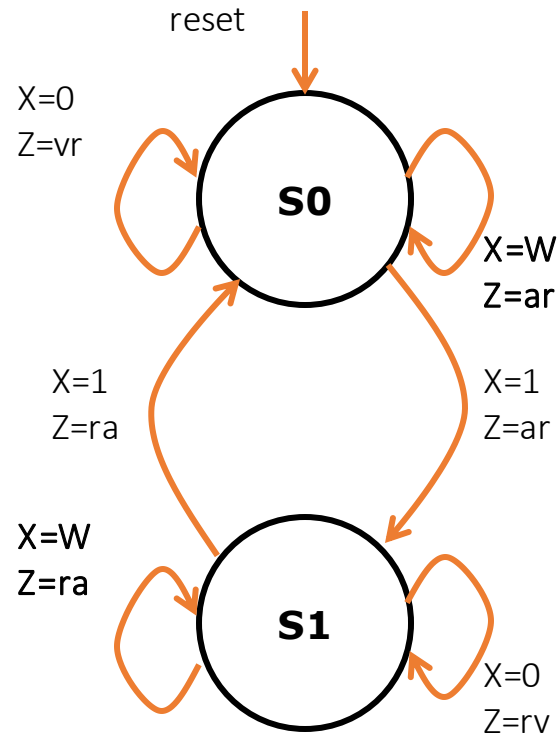


Tabla de Estados y Salidas

Estado Q	D = H(X,Q), Z = G(X,Q)		
	X=0	X=1	X=W
S0	S0, vr	S1, ar	S0, ar
S1	S1, rv	S0, ra	S1, ra

4. Codificación FSM Mealy

Ej: Semáforos++ con 3 entradas

Entrada			Salida			Estado	
X	X1	X0	Z	Z1	Z0	Q	Q
0	0	0	vr	0	0	S0	0
1	0	1	ar	0	1		
W	1	0	rv	1	0	S1	1
---	1	1	ra	1	1		

Tabla de Estados y Salidas

Estado Q	D = H(X,Q), Z = G(X,Q)			
	X=00	X=01	X=10	X=11
0	0, 00	1, 01	0, 01	X
1	1, 10	0, 11	1, 11	X

6. Simplificación FSM Mealy

Ej: Semáforos++ con 3 entradas

In			Out		
Q	X1	X0	D	Z1	Z0
0	0	0	0	0	0
0	0	1	1	0	1
0	1	0	0	0	1
0	1	1	X	X	X
1	0	0	1	1	0
1	0	1	0	1	1
1	1	0	1	1	1
1	1	1	X	X	X

Q\X	00	01	11	10
0	0	1	X	0
1	1	0	X	1

$$D = Q \cdot X0' + Q' \cdot X0$$

Q\X	00	01	11	10
0	0	1	X	1
1	0	1	X	1

$$Z0 = X0 + X1$$

Q\X	00	01	11	10
0	0	0	X	0
1	1	1	X	1

$$Z1 = Q$$

7. Síntesis FSM Mealy

Ej: Semáforos++ con 3 entradas

