Métodos Numéricos para la Ciencia e Ingeniería: Informe 1

Álvaro Césped

September 2015

1 Pregunta 1

1.1 Introducción

Se busca plotear los datos adjuntos (En el archivo sun_AM0.dat) referentes al flujo de radiación respectivo a las distintas longitudes de onda en que el Sol emite energía. Las unidades de medida están en el sistema CGS, de acuerdo a la convención astronómica.

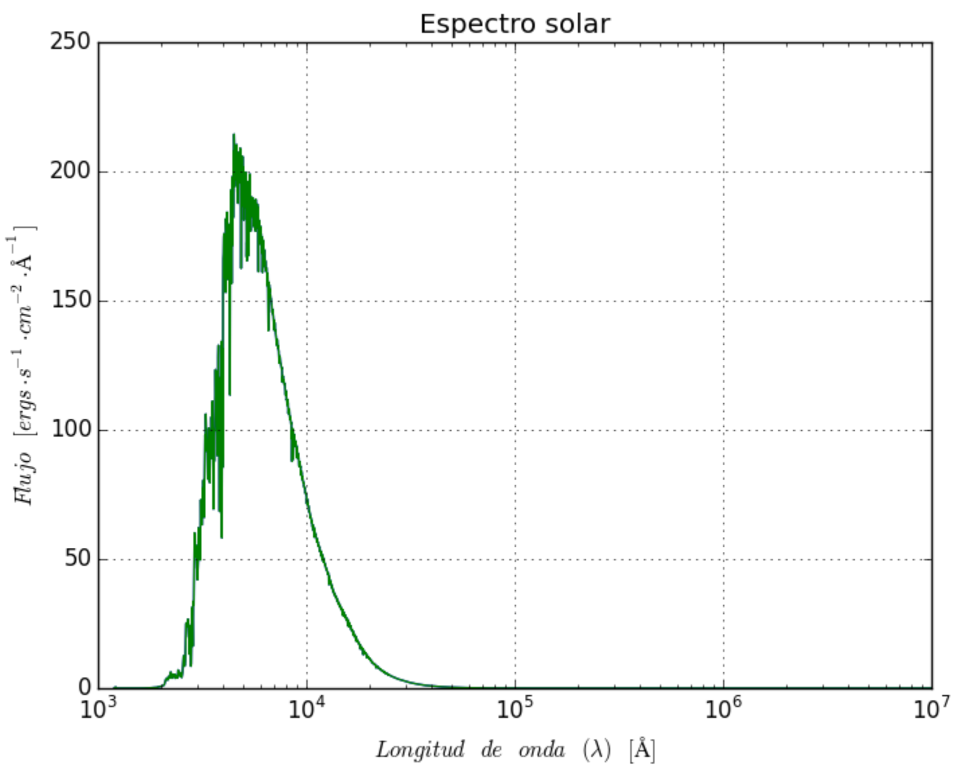

Figure 1: Gráfico del Flujo radiativo del Sol según las distintas longitudes de onda del espectro.

1.2 Resultados

El gráfico construído se puede observar en la figure 1. Se puede observar que la mayor cantidad de Energía radiada por unidad de área tiene un peak para la longitud de onda cercana a los 4700 Armstrong, lo que corresponde a la luz visible.

2 Pregunta 2

2.1 Introducción

Se busca integrar el espectro en longitud de onda para luego calcular la luminosidad total del Sol (Energia radiada por unidad de tiempo total), sin embargo, se busca escribir un algoritmo propio para ello, y luego (siguientes preguntas) compararlo con algoritmos ya establecidos.

2.2 Procedimiento

Para integrar el espectro se utilizó el método del rectángulo. Este método consiste en generar cuadrilateros de ancho igual a la diferencia entre dos datos consecutivos y largo asociado al valor de la función evaluada en el primer dato correspondiente al ancho asociado,y luego sumar el area de cada uno de ellos.
Para calcular la Luminosidad se utilizó la fórmula:

$$L = 4 * \pi * R^2 * I$$

Donde I corresponde al valor de la integral numérica calculada y R corresponde a la distancia del Sol a la Tierra en cms.

2.3 Resultados

Utilizando este método se calculó que la Luminosidad del Sol es, aproximadamente

$$L = 3.85 * 10^{33} Erg/s$$

Valor que se aproxima muy bien al valor teórico.

3 Pregunta 3

3.1 Introducción

La radiacion de un cuerpo negro en unidades de energia por unidad de tiempo por unidad de area por unidad de longitud de onda esta dada por la funcion de Planck:

$$B_\lambda(T) = \frac{2\pi hc^2/\lambda^5}{e^{hc/\lambda k_B T} - 1}$$

Donde h es la constante de Planck, c es la velocidad de la luz en el vacio, k_B es la constante de Bolzmann, T es la temperatura del cuerpo negro y λ es la longitud de onda.
Se pretende integrar numéricamente esta función para obtener la energía total emitida por un cuerpo negro (el Sol en este caso), y para ello se utiliza que la integral de la función de Planck adquiere la forma:

$$P = \frac{2\pi h}{c^2} \left(\frac{k_B T}{h}\right)^4 \int_0^\infty \frac{x^3}{e^x - 1}$$

3.2 Procedimiento

Para calcular la integral entre los límites 0 y ∞ se requiere realizar un cambio de variable adecuado y así poder ingresar límites que el programa Python sí pueda calcular.
En este caso, el cambio de variable sugerido es

$$y = arctan(x)$$

Con esto, el integrando adquiere la siguiente expresión:

$$\frac{tan(x)^3 * (1 + tan(x)^2)}{exp(tan(x)) - 1}$$

y los nuevos límites de integración serían 0 y $\pi/2$.
Finalmente, para calcular esta integral se utilizó el método del punto medio para calcular el valor numérico en los límite, que trabaja de la misma manera que el método del rectángulo, salvo que el largo del rectángulo adopta el valor del punto medio de los vértices inferiores del rectángulo, y el método de Simpson para calcular la integral en el resto de los valores.

3.3 Resultados

Dado el cambio de variable sugerido y el método de integración utilizado, el resultado obtenido para la energía total emitida es:

$$E = 6.43x10^{10}Erg$$

Por otro lado, el valor analítico de la integral calculada numéricamente se puede asemejar al valor $\pi^4/15$, valor que conlleva a una energía total igual a:

$$E = 6.32x10^{10}Erg$$

Finalmente, se puede estimar el radio del Sol a partir de la ecuación:

$$L = 4 * \pi * R^2 * I$$

Donde, en este caso I sería la energía total emitida por el Sol y R el radio del Sol. El valor encontrado es:

$$R = 6.89x10^6Km$$

Valor que difiere en aproximadamente 5000 Km del radio aceptado y utilizado.

4 Pregunta 4

4.1 Introducción

Se pretende comparar los resultados obtenidos anteriormente con los resultados que se obtienen al usar los métodos de integración ya programados por las librerías de Python.

4.2 Procedimiento

Se recalculan los valores de las Preguntas 2 y 3 pero utilizando los métodos integrate.trapz e integrate.quad respectivamente, incluídos en la librería scipy, para calcular las integrales en cuestión.

4.3 Resultados

El resultado obtenido para la Luminosidad del Sol es:

$$L = 3.84 * 10^{33} Erg/s$$

Mientras que la Energía total emitida por el Sol tuvo un valor de:

$$E = 6.31x10^{10} Erg$$

5 Conclusiones

Los métodos de integración numérica proveerán resultados muy parecidos entre cada uno, sin embargo, no iguales.
Esto se debe básicamente a que cada método tiene su forma de abordar un problema (lógicamente), y claramente, distintos algoritmos repercuten en resultados distintos, es por esto que se puede asegurar que la discrepancia entre los valores calculados por los algoritmos propios y los implementados por las librerías de Python se debe justamente al algoritmo propiamente tal. Por otra parte, como se pudo calcular el tiempo que se demora cada algoritmo en ejecutarse, se puede estimar cuál es más eficiente que otros (Eficiencia sólo en el sentido de tiempo, no de precisión).
Sin embargo, esto no significa que un método sea inválido, solamente nos señala que, dependiendo del grado de precisión que queremos, o del tiempo que queremos invertir en el cálculo, debemos elegir un método sobre otro.