Ley de la Gravitación Universal

Resumen por Kronoman
Mayo/2003
En memoria de mi querido padre

Un momento culminante en la historia de la Física fue el descubrimiento realizado por Isaac Newton de la Ley de la Gravitación Universal: todos los objetos se atraen unos a otros con una fuerza directamente proporcional al producto de sus masas e inversamente proporcional al cuadrado de su distancia. Al someter a una sola ley matemática los fenómenos físicos más importantes del universo observable, Newton demostró que la física terrestre y la física celeste son una misma cosa.
En cierto sentido, la gravedad es la que mantiene reunido todo el universo.
El concepto de gravitación lograba de un solo golpe:

- Revelar el significado físico de las tres leyes de Kepler sobre el movimiento planetario.
- Resolver el intrincado problema del origen de las mareas
- Dar cuenta de la curiosa e inexplicable observación de Galileo Galilei de que el movimiento de un objeto en caída libre es independiente de su peso.

Leyes de Kepler

Ley 1: Todos los planetas se mueven en órbitas elípticas con el Sol situado en un foco.
Ley 2: La recta que une cualquier planeta con el Sol barre areas iguales en tiempos iguales.
Ley 3: El cuadrado del periodo de cualquier planeta es proporcional al cubo de la distancia media del planeta al Sol. Un planeta se mueve mas rápidamente cuando esta mas próximo al Sol que cuando esta mas alejado. Esta ley se relaciona con la ley de conservación del momento angular.
Además, relaciona el periodo de un planeta con su distancia media al Sol, que es igual al semieje mayor de su órbita elíptica. En forma algebraica, si r es la distancia media entre un planeta y el Sol, y T es el periodo de revolución del planeta, la tercera ley de Kepler dice que:

$$T^2 = C.r^3$$

en donde la constante C tiene el mismo valor para todos los planetas.
O sea:

$$T^2 = \frac{4.\Pi^2}{G.M_s}.r^3$$ siendo Ms la masa del Sol ($1{,}99 \times 10^{30}$ kg)

El punto en el cual un planeta esta mas cercano al sol se llama **perihelio**, mientras que el mas alejado se llama **afelio**.

Ley de gravitación de Newton

La ley de gravitación de Newton postula que todo cuerpo ejerce una fuerza atractiva sobre otro cuerpo que es proporcional al producto de las masas de los dos cuerpos e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que le separa. Es una simple ecuación vectorial.
Sean m_1 y m_2 dos masas puntuales separadas por una distancia r_{12} que es la magnitud del vector r_{12} apuntando desde la masa m_1 a la m_2 la fuerza F_{12} ejercida por la masa m_1 sobre m_2 es por tanto:

$$F_{12}=-\frac{G.m_{1.}m_2}{r_{12}^2}.\vec{r}_{12}$$

donde $\vec{r}_{12}=r_{12}/r_{12}$ es un vector unitario dirigido de m_1 a m_2
G es la constante de gravitacion universal
$G=6{,}67\times 10^{-11}\,N.m^2/kg^2$
O sea, m_1 = masa 1, m_2 = masa 2, r = distancia.
La fuerza F_{21} ejercida por m_2 sobre m_1 es el valor negativo de F_{12} según la tercera ley de Newton.
Es decir, F_{21} tiene la misma magnitud y dirección que F_{12}, pero sentido contrario.

La fuerza gravitatoria ejercida por la Tierra sobre una masa m situada a una distancia r del centro de la Tierra esta dirigida hacia la Tierra y su valor es:

$$F=\frac{G.M_{T.m}}{r^2}$$

La fuerza gravitatoria ejercida sobre una masa dividida por esta, recibe el nombre de campo gravitatorio. El campo gravitatorio de la Tierra señala hacia su centro, y su valor es:
$g(r)=\frac{G.M_t}{r^2}$ Mt = masa de la tierra, r =distancia,

El hecho de que todos los cuerpos poseen la misma aceleración en caída libre cerca de la superficie de la Tierra implica que la masa gravitatoria y la masa inercial de un objeto son iguales. Esta equivalencia entre la masa gravitatoria y la inercial se ha establecido experimentalmente con un grado de exactitud muy elevado.

Demostración de Newton

Newton comparó la aceleración centrípeta de la Luna con la aceleración de la gravedad g=9.8 m/s^2. La aceleración centrípeta de la Luna es a_c=v^2/r=4? ^{2}r/P^2, con r=3.84·108 m y P=28 días=2.36·106 s, se obtiene ac=2.72·10-3 m/s2. Por consiguiente,

$$\frac{g}{a_c}=3602\approx 60^2$$

Como el radio de la Tierra es 6.37·106 m, y el radio de la órbita de la Luna es 3.84·108 m, tenemos que

$$(\frac{r}{R})^2=(\frac{384}{6.37})\approx 60^2$$

Por tanto,

$$(\frac{g}{a_c})=(\frac{r}{R})^2$$

Las aceleraciones de ambos cuerpos están en razón inversa del cuadrado de las distancias medidas desde el centro de la Tierra.