Matemática básica

Ultima modificación:10 de julio de 2004

Naturales (Z+, Z-): enteros + y -
Fraccionarios: ½, ¼, etc...
Racionales (Q) { p/q }
Los números periódicos son reales.
Irracionales: pi,e, etc, infinitas cifras decimales
Reales R, conjunto de todos los anteriores.
Imaginarios: R + i

Útiles:

$$2^{-2}=\frac{1}{2^2}$$

$$2^{\frac{1}{5}}=\sqrt[5]{2}$$

$$2^{\frac{-1}{5}}=\frac{1}{\sqrt[5]{2}}$$

Potenciación:

$$a^n=a.a.a...a$$

$$(a+b)^2\neq a^2+b^2 \qquad (a-b)^2\neq a^2-b^2$$

$$(a\cdot b)^2=a^2\cdot b^2 \qquad \left(\frac{a}{b}\right)^2=\frac{a^2}{b^2}$$

$$n^0=1\,(siempre)$$

$$a^n\cdot a^m=a^{(n+m)} \qquad \frac{a^n}{a^m}=a^{(n-m)} \qquad (a^n)^m=a^{(n\cdot m)}$$

Radicación

$$\sqrt[n]{a}=b \quad si \quad b^n=a$$

$$\sqrt[n2]{a^{n1}}=a^{(\frac{n1}{n2})}$$

$$\sqrt[2]{\sqrt[4]{2^5}}=\sqrt{2^{(\frac{5}{4})}}=2^{(\frac{5}{4}\cdot\frac{1}{2})}=2^{\frac{5}{8}}$$

Las reglas son = a potenciación

Extraer factores:

$$\sqrt[3]{a^7}=a^2\cdot\sqrt[3]{a^1} \qquad porque\ 7/3=2, y\ queda\ de\ resto\ 1$$

Solo si el valor absoluto del exponente es ≥ el indice de la raiz se puede extraer el radicando.
Ademas , sale con el signo correspondiente.

Introducir factores: $3^2\cdot\sqrt[5]{b^3}=\sqrt[5]{b^3\cdot 3^{10}}\ porque\ 2\cdot 5=10\rightarrow 3^{10}$

Factor común (ejemplo): $\frac{\sqrt[3]{a^4 b^2}\cdot\sqrt[2]{a^{-2} b^1}}{\sqrt[4]{a^5 b^{-1}}} = \sqrt[12]{\frac{(a^4 b^2)^4 (a^{-2} b)^6}{(a^5 b^{-1})^3}} = \sqrt[12]{\frac{a^{16} b^8 a^{-12} b^6}{a^{15} b^{-3}}}$

$$\sqrt[12]{a^{16+(-12)-15}\cdot b^{8+6-(-3)}} = \sqrt[12]{a^{-11} b^{17}} = b\sqrt[12]{a^{-11} b^5}$$

<u>Función lineal</u> (pg. 97, libro ingreso UCA)

x = abscisas; y = ordenadas; P(x,y)
Forma explicita: [**y = m.x + b**]
Para graficar: b = ordenada al origen (punto en (0,b))
Luego, avanzo uno (1) a la derecha, y asciendo (+)/desciendo (-) la pendiente (m).
O, si la pendiente es fraccionaria, se mueve el divisor a la derecha, y asciendo(+)/desciendo(-)
O sea, si fuera y = 1/2x + 1; coloco un punto en (0,1) y muevo 2 derecha, 1 arriba.
Forma implícita: [**Ax – By + C = 0**]
Segmentaría: $\frac{Ax}{-C}\cdot x+\frac{Bx}{-C}\cdot y=1$ donde A,B,C corresponden a la forma implícita.

Luego, $\frac{x}{a}+\frac{x}{b}=1$ donde a = abscisa (x); b = ordenada (y)

$Abscisa\,al\,origen: -\frac{C}{A} \quad Ordenada\,al\,origen: -\frac{C}{B}$

Distancia entre 2 puntos: $d^2=(x1-x2)^2 + (y1-y2)^2$
Haz de rectas que pasan por P(x0, y0) = [**y-y0 = m(x-x0)**]
Recta que pasa por dos puntos: $\frac{y-y_1}{y_2-y_1}=\frac{x-x_1}{x_2-x_1}$ se reemplaza (x1,y1)(x2,y2) por los puntos.
Rectas paralelas tienen igual pendiente.
Las rectas perpendiculares tienen pendiente inversa $m_1=\frac{1}{m_2}$

Nota: $tg\,\gamma=\frac{sen\,\gamma}{\cos\gamma}$

Simbolos de los cuadrantes

-	+
+	-

Función cuadrática

$y=ax^2+bx+c$ esta es una parábola; las parábolas son simétricas por el eje.

El vértice se saca: $x_v=\frac{-b}{2\cdot a}$ $y_v=\frac{-b^2+4\cdot a\cdot c}{4\cdot a}$ nota: x_v = eje de la función; además, si se saca xv, reemplazando en la función, se obtiene y sin hacer la formula.

Intersección con eje y = +c

Intersección con eje x = raíces con $\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4\cdot a\cdot c}}{2\cdot a}$

Parábola: lugar geométrico de los puntos del plano cuyas distancias a un punto fijo llamado foco y a una recta llamada directriz es constante.

Si a > 0 la parábola sube; si a < 0 baja.

Ecuación canónica o universal de la parábola: $y-k=a(x-h)^2$ donde k,h son y0, x0

Para hallar el vértice de la parábola, hay que completar cuadrados en la formula anterior; entonces el vértice queda en P(-h,-k) (observar el cambio de signo, por lo expresado en la formula!).

El vértice siempre esta en medio de las raíces.

Función exponencial

$y=k\cdot a^x$ donde $[a\in\mathbb{R}/a>0\wedge a\neq 1]$ - Notar que la incógnita es el exponente.

El dominio (valores de x) es los R; la imagen son los R+

Función logarítmica es la operación inversa de función exponencial.

Ejemplo: y = a^x ==> $\log_a y$ = x donde a es la base

Dominio R+; imagen R (se invierte el dominio de los exponenciales)

Propiedades de los logaritmos:

Nota: log(a)b significa logaritmo en base “a” de b

p = q => log(a)p = log(a)q

$$\log(a\cdot b)=\log a+\log b$$

$$\log(\frac{a}{b})=\log a-\log b$$

$$\log a^b=b\cdot\log a$$ el cambio de base se hace: log(c)a = (log a) / (log c)

$$\log\sqrt[n]{a}=\frac{1}{n}\log a$$

$$\log(a)a^x=x$$

Ecuación logarítmica $x^{\log x}=n$

Trigonometría

$$Grados\ a\ radianes : 360 = 2\,\Pi$$

Cuadrantes – símbolos de las funciones:

Sen + Cos - Tg -	Sen + Cos + Tg +
Sen - Cos - Tg +	Sen - Cos + Tg -

Otras cosas útiles:

$$\cos^2\beta + Sen^2\beta = 1$$

$$tg\,\beta = \frac{sen\,\beta}{\cos\beta}$$

Método para completar cuadrados

Por ejemplo, es ir de $x^2 - 4x + 4$ a $(x-2)^2$
Se hace de la siguiente manera:

$$x^2 + 6x \;\Rightarrow\; x^2 + 6x + 9 - 9 \;\Rightarrow\; (x+3)^2 - 9 \quad \text{listo!}$$

Lo que se hizo fue, dividir a 6 (de 6x) sobre 2 y luego elevarlo al cuadrado (6/2 = 3 ; 3^2 = 9); ese termino 9 se suma y se resta al final (de hay x^2+6x + 9 – 9), y luego se “comprime” al cuadrado del binomio.
Este método requiere que x^2 tenga como coeficiente 1 (1.x^2)

Ejemplo con un coeficiente <> 1 en x^2:

$2\cdot x^2 + 4x$ (tome factor común 2) => $2(x^2 + 2x)$

ahora, divido el 2 de +2x por 2 y lo elevo al cuadrado $\left(\frac{2}{2}\right)^2 = 1$

ahora queda: $2(x^2 + 2x + 1 - 1)$

“comprimo el cuadrado del binomio” y distribuyo el 2 de afuera del parentesis.

$2((x+1)^2 - 1) \;\Rightarrow\; 2(x+1)^2 - 2$ y listo.

Cuadrado del binomio

$$(a+b)^2 = a^2 + 2\cdot a\cdot b + b^2$$

Cubo del binomio

$$(a+b)^3 = a^3 + 3\cdot a^2\cdot b + 3\cdot a\cdot b^2 + b^3$$

Para grados superiores, se aplica el binomio de Newton [DEBUG, AGREGAR FORMULA]