# Análisis Matemático 2

## Resumen del libro para el final (sin terminar)

Ultima modificación:8 de julio de 2004

### *Campos escalares*

En todos los casos, para n>= 2, o sea, $A \subseteq \mathbb{R}^n$ la función de n variables se denomina función de vector, o campo escalar.

<u>Función de dos variables</u>

Ejemplo 1:

$F(x,y)=\dfrac{x+5y}{x^2+y^2}$ a su dominio no le puede pertenecer el origen, es decir $D=R^2-\{(0,0)\}$

Ejemplo 2:

$\dfrac{\ln(x+y)\cdot\ln(4-x-y)}{\sqrt{16-x^2-y2}}$ ; debe cumplirse : $x+y>0 \;\wedge\; 4-x-y>0 \;\wedge\; 16-x^2-y2>0$

entonces $D=(x;y) \;/\; y>-x \;\wedge\; y<5-x \;\wedge\; x^2+y^2<16$

Ejemplo 3:

$F(x,y)=\sqrt{\dfrac{2x+2-|y|}{3y^2+4x-12}}$ ; para que el radicando sea positivo y el denominador no nulo, debe cumplirse una de las dos posibilidades siguientes:

a) $2x+2-|y|\geq 0 \;\wedge\; 3y^2+4x-12>0 \;\vee$ b) $2x+2-|y|\leq 0 \;\wedge\; 3y^2+4x-12<0$

a)$(2x+2-|y|\geq 0 \;\Leftrightarrow\; |y|\leq 2x+2 \;\Leftrightarrow\; -2x-2\leq y\leq 2x+2)$

$\wedge$

$(3y^2+4x-12>0 \;\Leftrightarrow\; 4x>12-3y^2 \;\Leftrightarrow\; x>3-\frac{3}{4}y^2)$

b)$(2x+2-|y|\leq 0 \;\Leftrightarrow\; |y|\geq 2x+2 \;\Leftrightarrow\; y\geq 2x+2 \;\vee\; y\leq -2x-2)$

$\wedge\; (3y^2+4x-12<0 \;\Leftrightarrow\; 4x<12-3y^2 \;\Leftrightarrow\; x<3-\frac{3}{4}y^2)$

<u>Curvas y superficies de nivel</u>

<u>Curvas de nivel</u>

La representación gráfica de funciones escalares resulta casi siempre bastante simple por tratarse de curvas planas. En cambio, para representar las superficies asociadas a funciones de dos variables, es complicado. Por ello, es usual, para determinadas funciones, recurrir a curvas planas llamadas de nivel.

Si, por ejemplo, una función F de dos variables esta dada por la expresión z = F(x;y)
y se considera F(x;y) = c, esta ecuación corresponde a los puntos de la superficie que se obtienen seccionándola con el plano de ecuación z = c, paralelo al plano coordenado z = 0, o sea, al determinado por los ejes x e y.

Para diferentes valores de c se obtienen distintas curvas planas que forman una familia de curvas de nivel.

**<u>Definición</u>** dado un campo escalar de dos variables por la expresión z = F(x;y), curva de nivel c es el conjunto de puntos (x,y) del dominio para los cuales F(x,y) = c o sea $c=\{(x;y)/F(x;y)=c\}$

Ejemplo 1:

$F:(x;y)=4x^2-y^2$ dándole a F algunos valores positivos obtenemos:

$$z=c \;\wedge\; c=1 \;:\; 4x^2-y^2=1 \;\Leftrightarrow\; \frac{x^2}{\frac{1}{4}}-y^2=1$$

$$c=4:\; 4x^2-y^2=4 \;\Leftrightarrow\; x^2-\frac{y^2}{4}=1$$

$$c=15:\; 4x^2-y^2=15 \;\Leftrightarrow\; \frac{x^2}{\frac{15}{4}}-\frac{y^2}{15}=1$$

Si damos a F valores negativos resulta

$$c=-1:\; 4x^2-y^2=-1 \;\Leftrightarrow\; y^2-\frac{x^2}{\frac{1}{4}}=1$$

$$c=-9:\; 4x^2-y^2=-9 \;\Leftrightarrow\; \frac{y^2}{9}-\frac{x^2}{\frac{9}{4}}=1$$

$$c=-17:\; 4x^2-y^2=-17 \;\Leftrightarrow\; \frac{y^2}{17}-\frac{x^2}{\frac{17}{4}}=1$$

Para $c=0:\; 4x^2-y^2=0 \;\Leftrightarrow\; 4x^2=y^2 \;\Leftrightarrow\; |2x|=|y|$

## *Derivadas*

Siempre se efectúa la derivación según una sola de las variables que intervienen, dejando fijas las demás. Por esto, se trata de una derivación parcial.

Derivadas parciales

Por definición: $F_x'(a;b)=\lim_{h\to 0}\frac{F(a+h;b)-F(a;b)}{h}$ $F_y'(a;b)=\lim_{h\to 0}\frac{F(a;b+h)-F(a;b)}{h}$

La derivada parcial $F_x'(a;b)$ es la pendiente de la recta tangente en el punto $A=(a;b;F(a,b))$ a la curva plana, intersección de la superficie correspondiente a $z=F(x;y)$ con el plano de la ecuación y=b.

Derivadas parciales sucesivas

Pueden considerarse, a partir de una función inicial de dos o mas variables, nuevas funciones definidas mediante las derivadas parciales primeras. Estas funciones, pueden a su vez, admitir nuevas derivadas parciales, definidas de la misma manera.

Teorema de Schwarz

Si $F:A\to\mathbb{R}(A\subseteq\mathbb{R}^2)$ tiene derivadas parciales $F_x', F_y', F_{xy}''$ continuas en un entorno del punto (a;b) interior del dominio, entonces $F_{yx}''(a,b)=F_{xy}''(a,b)$