Física general Resumen y notas de clases

Ultima modificación:25 de noviembre de 2004

Sistemas de medida

El valor de las magnitudes físicas se expresa mediante un numero que multiplica la unidad. Las unidades fundamentales del Sistema Internacional (SI), son el metro (m), el segundo (s), el kilogramo (kg), el kelvin (K), el amperio (A), el mol (mol), y la candela (cd). Toda magnitud física puede expresarse en función de esas unidades fundamentales.

Calculo de error:

Error absoluto: $\Delta e = M - m_0$ (M valor medido, m0 valor real o promedio de mediciones)

Error relativo porcentual : $E_r(\%) = \frac{\Delta e \cdot 100}{m_0}$

Movimiento en una dimensión

Movimiento Rectilíneo Uniforme (MRU)

- La velocidad es constante.
- La aceleración es cero y es constante.

• Velocidad Media : $\vec{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$

• Ecuación horaria: $x(t) = x_0 + \vec{v} \cdot \Delta t$ x0 y t0 son las condiciones iniciales.

Problema de encuentro en MRU

La intersección de las ecuaciones horarias soluciona problemas de encuentro.

Usualmente, $t_e = \frac{D}{v_a + v_b}$

donde D es la distancia entre ambos móviles, Va y Vb sus velocidades, y te es el tiempo de encuentro resultante. Siempre se encuentran.

Donde se encuentran ? $x_a(t_e) = v_a \cdot t_e$

Problema de persecución en MRU

La distancia a la cual se encuentran depende de la relación $\frac{v_a}{v_a \cdot v_b}$

Velocidad instantánea

En un punto de la trayectoria es la pendiente de la linea tangente a la curva x en función de t en dicho punto. Es además, el limite de la relación $\Lambda x / \Lambda t$ cuando Λt se aproxima a cero.

$$v_{inst} = \frac{\lim}{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt}$$
 (derivada de x respecto a t)

Movimiento Rectilíneo Uniformemente Variado (MRUV)

Aceleración media

$$\vec{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

- La aceleración es constante.
- · La trayectoria es una recta.

<u>Velocidad</u> $\vec{v} = \vec{v_0} + \vec{a} \cdot \Delta t$

Ecuación horaria $x(t) = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$

Atracción gravitatoria y tiro vertical

Ecuación horaria: $y(t) = y_0 + v_0 t - \frac{1}{2} g t^2$ donde g = 9.8 m/s2

Velocidad: $v(t) = v_0 - gt$

Tiempo altura máxima: $t_{hmax} = \frac{v_0}{g} =$ altura máxima $h_{max} = y_0 + v_0 \left(\frac{v_0}{g}\right) - \frac{1}{2} g \left(\frac{v_0}{g}\right)^2$

Si el objeto se deja caer, es lo mismo que hacer el tiro vertical, con velocidad inicial 0 (v0 = 0)

Al alcanzar la altura máxima, el objeto empieza a caer ; el tiempo de subida es igual al tiempo de caída.

$$t_{subida} = t_{caida} = t_{hmax}$$

Movimientos variados

<u>Vector posición</u>: $\vec{r}(t) = (x(t), y(t), z(t))$

El extremo del vector de posición describe, a lo largo del tiempo, una línea que recibe el nombre de **trayectoria**. Esta curva se puede obtener eliminando el tiempo en las ecuaciones paramétricas.

Velocidad media:

Se denomina vector velocidad media al desplazamiento que experimenta un móvil en la unidad de

tiempo: $\vec{v_m} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$

<u>Velocidad instantánea</u> es la velocidad que posee una partícula en un instante determinado. Es un vector tangente a la trayectoria y de sentido el del movimiento.

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{dx}{dt} \vec{i} + \frac{dy}{dt} \vec{j} + \frac{dz}{dt} \vec{k}$$
 (es la derivada del vector posición respecto a t)

El valor numérico (modulo) de la velocidad instantánea es el módulo de la velocidad y se denomina rapidez o **celeridad.**

<u>Vector Aceleración instantánea:</u> $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$ (es la derivada del vector velocidad instantánea respecto a t)

<u>Vector aceleración media:</u> $a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ (división de un vector por un escalar, ojo!)

Movimientos bidimensionales

Tiro oblicuo

- Desprecio la resistencia del aire
- Desprecio la curvatura de la tierra
- Desprecio la variación de g con la altura.

Hay tres elementos fundamentales : la parábola de tiro, la altura y tiempo máximo (hmax, tmax), y el alcance (L).

$$ec{V} = (v_0 \cdot \cos lpha$$
 , $v_0 \cdot sen lpha$) descomposición del ángulo de elevación a un vector "v"

El movimiento esta compuesto de dos movimientos, en eje x, e y

$$\vec{a}_y = -g \vec{j}$$
 $\vec{a}_x = \vec{0}$ aceleración en x,y

Ecuaciones horarias:

$$x(t) = x_0 + v_0 \cos \alpha \cdot t$$
 $y(t) = y_0 + v_0 \cdot sen \alpha \cdot t - \frac{1}{2} g t^2$

Velocidades:

$$v_y(t) = v_0 \sin \alpha - gt$$
 $v_x(t) = constante$

Parábola de tiro (trayectoria)

$$y(t) = x tg \alpha - \frac{1}{2} g \frac{x^2}{v_0^2} (1 + tg^2 \alpha)$$

El caso general, si x0 != 0 es

$$y(t) = (x - x_0)tg \,\alpha - \frac{1}{2}g \,\frac{(x - x_0)^2}{v_0^2}(1 + tg^2\alpha) \quad \text{siendo una función cuadrática, hay 2 ángulos de elevación que cumplen con la trayectoria.}$$

Altura máxima

Tiempo de altura máxima: $thmax = \frac{v_0 sen \alpha}{g}$ (el tiempo del alcance es 2 veces esto; por simetría)

$$hmax = \frac{1}{2} \frac{v_0^2 sen^2 \alpha}{g} \quad \text{altura máxima.} \quad x(t_L) = v_0 \cos \alpha \left(\frac{2 v_0 sen \alpha}{g} \right) \quad \text{(alcance en x)}$$

Tiro sin altura

- El ángulo que maximiza el alcance es 45 grados
- Los ángulos complementarios tienen el mismo alcance (ej: alfa + beta = 90, alfa y beta igual alcance)

Conocidas las coordenadas del objetivo, hallar el ángulo de elevación

Hay que resolver la cuadrática en tg, (de la parábola de tiro) y calcular los ángulos. Entonces

$$tg \alpha = \frac{lm}{x_1} \pm \frac{1}{x_1} \sqrt{lm^2 - x_1^2 - 2 \cdot lm \cdot y_1}$$
 donde $lm = \frac{v_0^2}{g}$

Envolvente de las parábolas de tiro: $\frac{lm}{2} - \frac{x_1^2}{2 lm} = y_1$

Ecuación útil para obtener velocidades sin tener el tiempo:

 $2a\cdot\Delta x=v^2-v_0^2$ Sirve también para "delta y"; viene de despejar el tiempo en la ecuación horaria, y la ecuación de velocidad; así:

 $v=v_o+at \rightarrow \frac{v-v_o}{a}=t$ entonces $a-x_o=v_o\left(\frac{v-v_o}{a}\right)+\frac{1}{2}a\left(\frac{v-v_o}{a}\right)^2$ y luego operando algebraica mente, se llega a la ecuación antes expresada.

Movimiento Circular Uniforme - MCU

Repaso coordenadas polares:
$$tg \theta = \frac{y}{x}$$
; $r = \sqrt{x^2 + y^2}$

Ecuación trayectoria del MCU

$$x^2+y^2=r^2$$
 ; $|\vec{v}|=constante$; solo cambia la dirección de v; pero no su modulo.

Aceleración centrípeta:
$$\vec{a} = \frac{v^2}{r}$$
 (r es **radio**)

Velocidad angular media:
$$\omega = \frac{\alpha - \alpha_0}{t - t_0} = \frac{\Delta \alpha}{\Delta t} = \frac{v_0}{R}$$

Velocidad tangencial:
$$\omega \cdot r$$

Ecuaciones horarias:
$$\theta = \theta_0 + \omega \cdot (t - t_0)$$
$$\omega = constante$$

Frecuencia:
$$f = \frac{1}{T}$$
 (no es igual a RPM!) -- Nota: $\omega = 2\pi \cdot f$

Revoluciones:
$$\frac{\theta}{2\pi}$$

Movimiento Circular Uniformemente Variado - MCUV

Velocidad angular instantánea:
$$\omega_{inst} = \frac{d\alpha}{dt}$$
 (derivada ecuación horaria posición respecto a t)

Aceleración angular:
$$\gamma = \frac{\omega - \omega_0}{t - t_0} = \frac{\Delta \omega}{\Delta t}$$

Ecuación horaria:
$$\theta(t) = \theta_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2} \gamma t^2 \leftarrow \text{posicion}$$

$$\omega(t) = \omega_0 + \gamma (t - t_0) \leftarrow \text{velocidad}$$

$$\gamma = constante \leftarrow \text{aceleracion}$$

Temas del segundo parcial - Dinámica

<u>Masa:</u> La masa es una propiedad de los objetos, la cual, hablando a grandes rasgos, "mide" la cantidad de materia que estos contienen. Es un concepto central de la mecánica clásica.

Primera ley de Newton (ley de la inercia)

"Todo cuerpo permanece en estado de reposo o movimiento rectilíneo uniforme a menos que se ejerza sobre este alguna fuerza."

Segunda ley de Newton

"La aceleración de un objeto de masa constante es proporcional a la fuerza actuando sobre este."

$$\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a}$$
; tomar en cuenta también : $F = m \cdot a$ dado que $a = \frac{v}{t}$ entonces $F = \frac{m \cdot v}{t}$

O sea, en los diagramas de cuerpo libre, se pone $\{sumatoria de fuerzas\} = m*a$ para cada eje involucrado.

<u>Ley de gravitación universal:</u> $P = G \frac{m_T \cdot m}{r^2}$ donde m_T es la masa de la tierra (u otro objeto), m es la

masa del objeto, r es la distancia entre los objetos (p/ej, el radio de la tierra), y G es la constante gravitatoria.

En unidades SI, la constante gravitatoria G es recomendada como

$$G = (6.6742 \pm 0.0010) \times 10^{-11} N m^2 kg^{-2} = (6.6742 \pm 0.0010) \times 10^{-11} m^3 kg^{-1} s^{-2}$$

<u>Fuerza peso:</u> fuerza de atracción gravitatoria de la tierra sobre una masa dada $P = m \cdot g$ donde m = masa, y g = 9.806 m/s2

<u>Observación</u>: la masa es una invariante, es decir, es constante (conservación de la masa), la masa no se crea ni se destruye (Ley de Lavoisier)

Nota importante: $1 kgf \simeq 9.8 N$

La **unidad de fuerza** en el Sistema Internacional es el **Newton** y se representa por N. Un **Newton** es la fuerza que hay que ejercer sobre un cuerpo de un kilogramo de masa para que adquiera una aceleración de 1 m/s2, o sea, $1 N = 1 Kg \cdot 1 m/s^2$

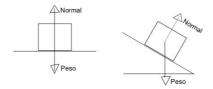
<u>Punto de aplicación de la fuerza peso:</u> si el cuerpo es homogéneo y simétrico, el punto de aplicación de la fuerza peso converge en su centro de simetría (centro de masa).

Densidad

$$\lambda = \frac{m}{L}$$
 } densidad lineal, m = masa, L = longitud, unidad: $\frac{kg}{m}$
 $\sigma = \frac{m}{S}$ } densidad bidimensional; S = superficie, unidad = $\frac{kg}{m^2}$
 $\delta = \frac{m}{V}$ } densidad tridimensional, V = volumen, unidad = $\frac{kg}{m^3}$

Tercera ley de Newton (principio de acción y reacción)

"A toda fuerza ejercida se le opone otra igual de sentido opuesto." $F_{ab} = -F_{ba}$



Peso y normal: $\vec{N} = m \, \vec{g}$ (normal = peso), entonces $\vec{N} - m \cdot \vec{g} = 0$; nota: no importa la posición/rotación del objeto, el vector **peso siempre** esta dirigido hacia el suelo. La **normal**, es **perpendicular** a la superficie donde esta apoyado el objeto (significa que no siempre apunta al suelo!); y esta dirigida en sentido opuesto a la superficie donde apoya el objeto. Para que exista la normal, el objeto **debe** estar apoyado sobre algo.

Cuerpo sobre un plano inclinado

Las componentes actuando sobre el cuerpo en el plano inclinado se calculan con $F_x = m \cdot a \cdot sen \alpha$ y $F_y = m \cdot a \cdot cos \alpha$; siendo alfa el ángulo del plano inclinado.

Si se desca descomponer usando el ángulo del cuerpo, invertir sen y cos, y la fuerza se descompone de manera trigonométrica $F = (f \cos alfa, f \sin alfa)$.

Movimiento sin rozamiento:

$$\vec{F} = m \cdot a \begin{bmatrix} F_x = m \, a_x \\ F_y = m \, a_y \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} a_x = g \cdot sen \, \alpha \\ a_y = 0 \quad \text{(el cuerpo no sube ni baja)} \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} F_x = m \, g \cdot sen \, \alpha \\ F_y = 0 \end{bmatrix}$$

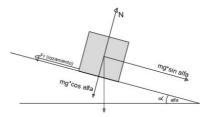
Fuerzas disipativas (rozamiento)

La fuerza de rozamiento es una fuerza que aparece cuando hay dos cuerpos en contacto Fuerza de origen estadístico (es el promedio de la interacción de moléculas a nivel microscópico). Es la acción de "frenado" entre dos superficies.

La magnitud de la fuerza de rozamiento entre dos cuerpos en contacto es proporcional a la normal entre los dos cuerpos, es decir: $\vec{F}_r = \mu \cdot \vec{N}$; u es el coeficiente de rozamiento.

Existe rozamiento incluso cuando no hay movimiento relativo entre los dos cuerpos que están en contacto. Hablamos entonces de **Fuerza de rozamiento estática.**

Una vez que el cuerpo empieza a moverse, hablamos de fuerza de rozamiento dinámica. Esta **fuerza de rozamiento dinámica** es **menor** que la fuerza de rozamiento estática.



Segundo principio para el plano inclinado con rozamiento

 $m \cdot g \cdot sen \alpha - f_r = m \cdot a_x$; $a_x = 0$ hasta alcanzar α_e (un ángulo que permite que comience a moverse el objeto.)

 $f_r = m g sen \alpha \rightarrow f_r = N \cdot tg \alpha_e$; μ_e es el coeficiente estático de rozamiento (aca todavía no se mueve).

 $\alpha_c/Mov.Uniforme \rightarrow A$ partir de este ángulo, comienza el movimiento.

 $tg \alpha_c = \mu_c$; coeficiente dinámico o cinético.

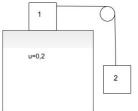
Observaciones:

- 1) $\mu = tg \alpha$
- 2) $u_e > u_c$ (e = estático, c = cinético)
- 3) 0 < u < 1

La fuerza de rozamiento entre dos cuerpos **no** depende del tamaño de la superficie de contacto entre los dos cuerpos, pero sí depende de cual sea la naturaleza de esa superficie de contacto, es decir, de que materiales la formen y si es más o menos rugosa.

Cuerpo libre – (uso de diagramas de cuerpo libre)

Resolución de ejemplo de un problema (explica mas que mucha teoría :P)

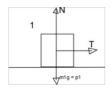


Sistema inicial. - 2 cuerpos, u = 0.2

Pasos

- 1) Elegir un sistema de referencia (en este tomamos x,y positivos a derecha y arriba, respectivamente)
- 2) Realizar los diagramas de cuerpo libre y sus ecuaciones

Cuerpo 1



$$(x)$$
 $t_1 - f_r = m_1 a_{1x}$ (1)

$$(y) N_1 - m_1 g = m_1 a_{1y}$$
 (2)

a1y = 0 (no sube ni baja) => $N_1 = m_1 g$ (3) $f_r = \mu N_1 = \mu \cdot m g$ (4)

Hago (4) en (1)

$$t_1 - \mu \, m_1 \, g = m_1 \, a_{1x}$$
 (5)

Se considera que la polea no tiene masa, no rota, solo sirve para cambiar el sentido de la fuerza y vincular. No hay interacción física entre polea y soga.

Entonces t1=t2 = T

Cuerpo 2



$$p_2 - T = m_2 a_2 \implies m_2 g - T = m_2 a_2$$
 (6)

Miro (5) y (6); incógnitas: T, a_{1x} , a_2

Tomo que la soga es inextensible y no tiene peso $\Rightarrow a_1 x = a_2 = a$

El sistema queda: $\frac{t - \mu \cdot m_1 \cdot g = m_1 \cdot a}{m_2 \cdot g - t = m_2 \cdot a} \quad \text{2 ecuaciones, 2 incógnitas (t y a)}$

resuelvo: $m_2 \cdot g - \mu \cdot m_1 g = a(m_1 + m_2) = a = \frac{(m_2 - \mu m_1) \cdot g}{(m_1 + m_2)}$

Conclusión: $a = \frac{-F}{m}$; si $\mu = 0$ => $a = \frac{m_2}{m_1 + m_2} g = \frac{m_2 g}{m_1 + m_2} = \frac{F}{M}$

Cantidad de movimiento o movimiento lineal

Producto de la masa de un cuerpo por su velocidad: $\vec{p} = m \cdot \vec{v}$

Cantidad de movimiento del sistema = $\vec{P}_{sist} = \sum_{i} \vec{m}_i \cdot \vec{v}_i$ Es una magnitud vectorial y, en el Sistema Internacional se mide en Kg·m/s. En términos de esta nueva magnitud física, la Segunda ley de Newton se expresa de la siguiente manera:

La fuerza que actúa sobre un cuerpo es igual a la variación temporal de la cantidad de movimiento de

dicho cuerpo, es decir,
$$F = \frac{\Delta p}{\Delta t}$$
; $F = \frac{m \cdot \vec{v}}{t}$

La variación de la cantidad de movimiento se conoce como **ímpetu**, $I = \Delta p$; entonces: $F = \frac{I}{\Delta t}$

Centro de masas del sistema

$$\vec{r_{cm}} = \sum \frac{\vec{r_i} m_i}{\sum m_i}$$
 (es como un promedio ponderado); r es el vector posición de cada partícula

Velocidad del centro de masas del sistema

$$\vec{v_{cm}} = \sum \frac{\vec{v}_i m_i}{\sum m_i}$$

Principio de conservación de la cantidad de movimiento

La cantidad de movimiento debe ser constante en el tiempo (la derivada de una constante es cero). Esto es el principio de conservación de la cantidad de movimiento: si la fuerza total que actúa sobre un cuerpo es nula, la cantidad de movimiento del cuerpo permanece constante en el tiempo.

Colisión (Choque):

Si bien la idea básica de una colisión es que, en movimiento o quietas, dos o más partículas (o por lo menos una de ellas) cambian bruscamente su dirección, lo que es muy evidente es el cambio de velocidad que experimentan las partículas involucradas antes y después del choque..

Durante la colisión la fuerza varía de una manera tan compleja que resulta muy complicada medirla. Estas fuerzas, denominadas impulsivas, actúan durante un corto instante.

Lo que hay que destacar es que la cantidad de movimiento se mantiene constante.

La cantidad de movimiento, como se ha visto, es el producto entre la masa y la velocidad. Así que tendremos la cantidad de movimiento de cada partícula antes y después del choque, la cantidad total de movimiento (la suma de las cantidades de movimientos de ambos cuerpos) serán iguales antes y después de chocar.

Si ambas partículas quedaran "adheridas" en un solo cuerpo en movimiento, el choque se denominará plástico/inelastico.

$$m_a \cdot v_{ainicial} + m_{binicial} \cdot v_b = v_{final} (m_a + m_b)$$

Pero si rebotaran separándose, el choque se designará con el nombre de elástico.

$$m_a \cdot v_{a inicial} + m_b \cdot v_{b inicial} = m_a \cdot v_{a final} + m_b \cdot v_{b final}$$

Coeficiente de restitución

$$e = \frac{|v_{f2} - v_{fl}|}{|v_{i2} - v_{il}|}$$
 es la relación de la velocidad antes y después de la colisión

Trabajo y Energía

<u>Concepto de trabajo:</u> Se denomina trabajo infinitesimal, al producto escalar del vector fuerza por el vector desplazamiento.

$$W = \vec{F} \cdot \vec{r} = |\vec{F}| \cdot \cos \alpha \cdot |\vec{r}|$$

Una fuerza constante genera trabajo cuando, aplicada a un cuerpo, lo desplaza a lo largo de una determinada distancia.

Energía cinética: $E_c = \frac{1}{2} m \vec{v}^2$ (unidad : Joule si se pone la masa en kg y la velocidad en m/s)

La energía cinética del sistema es la sumatoria de las energías cinéticas de cada partícula.

Ejemplo: Hallar la velocidad con la que sale una bala después de atravesar una tabla de 7 cm de espesor y que opone una resistencia constante de F=1800 N. La velocidad inicial de la bala es de 450 m/s y su masa es de 15 g. El trabajo realizado por la fuerza F es $-1800 \cdot 0.07 = -126$ J

La velocidad final v es
$$-126 = \frac{1}{2} 0.015 v^2 - \frac{1}{2} 0.015 \cdot 450^2 \rightarrow v = 431 \, m/s$$

Nota: si la energía cinética antes y después del choque se conserva, el choque es elástico, sino, es inelastico.

si
$$E_c = E_c' \rightarrow \text{elastico}$$

Energía potencial

$$E_p = m \cdot g \cdot h$$
 energía potencial del **peso** respecto a un sistema de referencia. "h" es la altura.

Una fuerza es **conservativa** si el trabajo efectuado por ella sobre una partícula que se mueve en cualquier viaje de ida y vuelta es 0.

Una fuerza es **no conservativa** si el trabajo efectuado por ella sobre una partícula que se mueve en cualquier viaje de ida y vuelta es distinto de 0.

Un fuerza es **conservativa** cuando el trabajo de dicha fuerza es igual a la diferencia entre los valores inicial y final de una función que solo depende de las coordenadas. A dicha función se le denomina energía potencial.

El trabajo de una fuerza conservativa no depende del camino seguido para ir del punto A al punto B. El trabajo de una fuerza conservativa a lo largo de un camino cerrado es cero.

El peso es una fuerza conservativa.

La fuerza que ejerce un fuelle/resorte es conservativa.

Energía potencial de un fuelle/**resorte** :
$$E_p = \frac{1}{2} k \cdot x^2$$

Si solamente una fuerza conservativa F actúa sobre una partícula, el trabajo de dicha fuerza es igual a la diferencia entre el valor inicial y final de la energía potencial.

Teorema del trabajo y la energía

Entre los dos instantes la variación de la energía mecánica total, suma de la variación de la energía cinética y potencial, es el **trabajo** de las fuerzas exteriores e interiores no conservativas.

$$\Delta E_m = \Delta E_c + \Delta E_p = Wnc$$
 <- energía mecánica total de la partícula = cinética + potencial Si actúa solo la fuerza peso, la energía mecánica se conserva.

Momento de una fuerza capacidad de una fuerza para generar rotaciones respecto al eje donde mido la rotación.

$$\vec{M} = \vec{r} \ X \ \vec{F}$$
 (producto vectorial)
en el caso de una partícula : $\vec{l} = \vec{r} \ X \ \vec{p} = \vec{r} \ X \ m \ \vec{v}$

Movimiento circular : Fuerza centrípeta {no muy seguro de esto ultimo, OJO!}

$$F = m \cdot \omega^2 \cdot r$$
; $\omega = \frac{2 \cdot \pi}{R}$; $a = \omega^2 r$; $v = \omega \cdot r$; $a = \frac{v^2}{r}$; $\omega = 2 \cdot \pi \cdot frecuencia$