1. Dadas las siguientes funciones:

   a) hallar su dominio de definición,
   b) calcular los límites indicados,
   c) representar gráficamente $y = f(x)$

i) $f(x) = x^2 + 8$ $\qquad \lim\limits_{x \to -2} f(x)$

ii) $f(x) = \dfrac{x+2}{x^2+2}$ $\qquad \lim\limits_{x \to -1} f(x)$

iii) $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & si \;\; x < 2 \\ x^2 & si \;\; x \geq 2 \end{cases}$ $\qquad \lim\limits_{x \to 0} f(x) =$

$\lim\limits_{x \to 2^-} f(x) =$ $\qquad \lim\limits_{x \to 2^+} f(x) =$

iv) $f(x) = \begin{cases} x - 2 & si \;\; x \neq 3 \\ 4 & si \;\; x = 3 \end{cases}$ $\qquad \lim\limits_{x \to 3} f(x)$

v) $f(x) = \dfrac{x+3}{x^2-9}$ $\qquad \lim\limits_{x \to 3} f(x)$

vi) $f(x) = \dfrac{3x^4 - 48}{x^2 + x - 6}$ $\qquad \lim\limits_{x \to 2} f(x)$

vii) $f(x) = \dfrac{x^3 - 1}{x - 1}$ $\qquad \lim\limits_{x \to 1} f(x)$

2. Sean las funciones siguientes:

   a) $f : \Re \to \Re \; ; f(x) = \begin{cases} -2x + 6 & si \;\; x \neq 3 \\ -1 & si \;\; x = 3 \end{cases}$ $\qquad$ **a** = 3

   b) $g : D_g \to \Re \; ; \; g(x) = -\dfrac{(x-2)(x-4)}{x-2}$ $\qquad$ **a** = 2

c) $h:\Re \to \Re$; $h(x)=\begin{cases} x^2 & si \quad x \le 3 \\ 2 & si \quad 3<x<5 \\ x+1 & si \quad x \ge 5 \end{cases}$ **a** = 1, **a** = 3, **a** = 5

d) $r:\Re \to \Re$; $r(x)=\begin{cases} \dfrac{x^2-1}{x+1} & si \quad x \ne -1 \\ 1 & si \quad x=-1 \end{cases}$ **a** = -1

i) Graficarlas aproximadamente.
ii) Analizar la existencia de límite para los valores de **a** indicados.

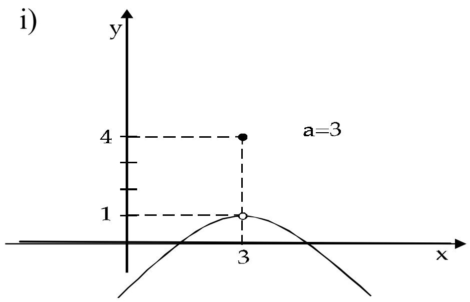
3. A partir de la gráfica determinar:

a) $\lim\limits_{x \to a^+} f(x)$

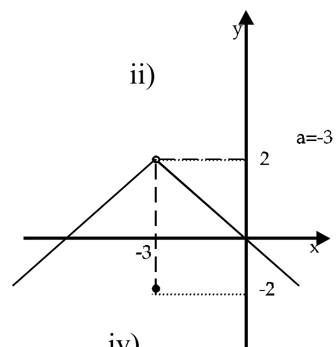
b) $\lim\limits_{x \to a^-} f(x)$

c) $\lim\limits_{x \to a} f(x)$

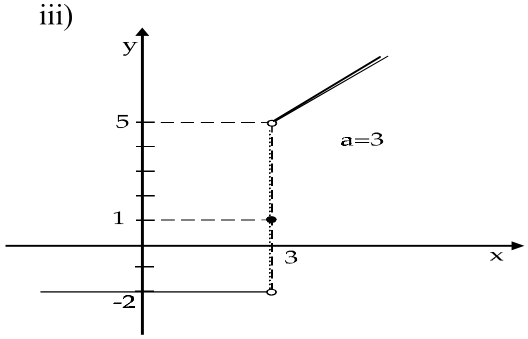
i)



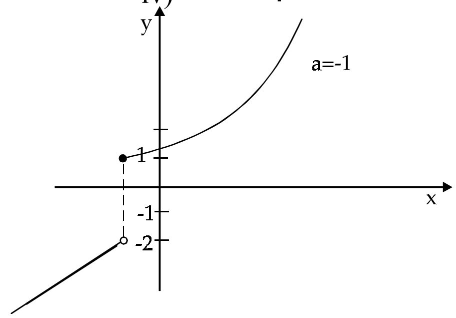
ii)



iii)



iv)



4. Sea $f:\Re \to \Re$; $f(x)=\begin{cases} x+3 & si \quad x \le -1 \\ x^2-2 & si \quad |x|<1 \\ 2^{-x} & si \quad x \ge 1 \end{cases}$

Representar gráficamente. Calcular, si existe, $\lim\limits_{x\to a} f(x)$, si: a = -2, a = -1, $a = 0$, a = 1.

5. Calcular los siguientes límites:

1) $\lim\limits_{x\to -1} \dfrac{x^3+1}{x^2-1}$ Interpretar gráficamente.

2) $\lim\limits_{x\to -1} \dfrac{x^2-1}{x^2+3x+2}$

3) $\lim\limits_{x\to 4} \dfrac{x^2-x-12}{x^2-2x-8}$

4) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{-x^4+3x^3-2x^2}{x^3+x^2}$

5) $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$ $f(x)=\begin{cases} \dfrac{x^3+1}{x+1} & \text{si } x \ne -1 \\ 5 & \text{si } x=-1 \end{cases}$

6) $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{x-\sqrt{x+2}}{\sqrt{4x+1}-3}$

7) $\lim\limits_{x\to 16} \dfrac{\sqrt{x}-4}{x^2-15x-16}$

8) $\lim\limits_{x\to 4} \dfrac{3-\sqrt{5+x}}{1-\sqrt{5-x}}$

9) $\lim\limits_{x\to a} \dfrac{\sqrt{x}-\sqrt{a}}{x-a}$

10) $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{\sqrt{t+h}-\sqrt{t}}{h}$

11) $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{x^2-2x+1}{\sqrt{x+2}-\sqrt{3}}$

12) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{5x^2+x}{x}$ Interpretar gráficamente.

13) $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{x^2-4}{x-2}$ Interpretar gráficamente

14) $\lim\limits_{x\to -2} \dfrac{x^3+8}{x+2}$ Interpretar gráficamente

6. Calcular:

a) $\lim\limits_{x\to -2} \left(-2x-3\right)$

b) $\lim\limits_{x\to 2} x^2$

c) $\lim\limits_{x\to 5} \left(x^2-6x+8\right)$

d) $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{x^2-5x+6}{x^2-6x+8}$

e) $\lim\limits_{x\to 7} \dfrac{2-\sqrt{x-3}}{x^2-49}$

f) $\lim\limits_{x\to a} \dfrac{x\sqrt{x}-a\sqrt{a}}{x-a}$ (a>0)

g) $\lim\limits_{x\to 1^-} \dfrac{1-\sqrt{x}}{\sqrt{1-x}}$

h) $\lim\limits_{x\to 3} \dfrac{x-3}{x^2-9}$

i) $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{x^3-8}{x-2}$

j) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{(a+x)^2-a^2}{x}$

k) $\lim\limits_{x\to 3} f(x)$ y $\lim\limits_{x\to -3} f(x)$, si $f(x)=\begin{cases} 2 & si \quad x\geq 3 \\ x+1 & si \quad -3<x<3 \\ -x & si \quad x\leq -3 \end{cases}$

l) $\lim\limits_{x\to 0} \ln|x-2|-\ln|x^2-4|$

m) $\lim\limits_{x\to 0} \ln(x+1)$

n) $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{x^3-3x^2+3x-2}{x^2-6x+8}$

ñ) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\text{sen}(2x)}{2x}$

o) $\lim\limits_{x\to 0} \left(\cos x+3\right)$

p) $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{2}} \dfrac{\text{sen}\, x+1}{2\cos(2x)}$

q) $\lim\limits_{t\to 1} \dfrac{\ln t+2}{3t}$

r) $\lim\limits_{x\to 2} \left(\dfrac{2x^2-1}{x+3}\right)^{\frac{3x-2}{x^4}}$

s) $\lim\limits_{z\to -2} \dfrac{|-z|}{3z^2}$

t) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\text{sen}(5x)}{x}$

u) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\text{sen}^2 x}{\frac{x^2}{2}}$

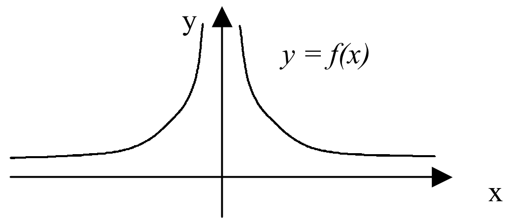
v) $\lim\limits_{x\to 0} x\,\text{sen}\dfrac{1}{x}$

w) $\lim\limits_{x\to 0} (1-2x)^{\frac{3}{x}}$

7. A partir de la gráfica determinar los límites pedidos

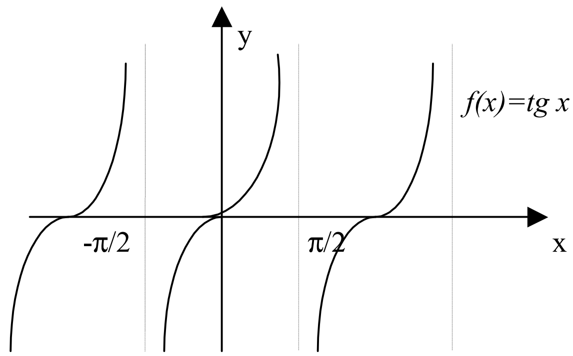
$\lim\limits_{x\to a^+} f(x) \qquad \lim\limits_{x\to a^-} f(x) \qquad \lim\limits_{x\to -\infty} f(x) \qquad \lim\limits_{x\to +\infty} f(x)$

i)



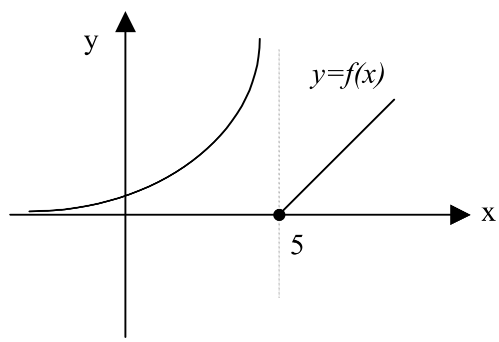
$a = 0$

ii)



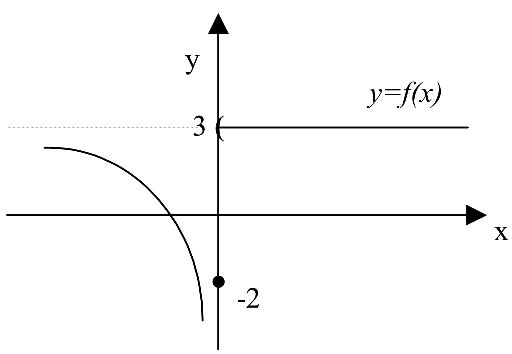
$a = \pi / 2$

iii)



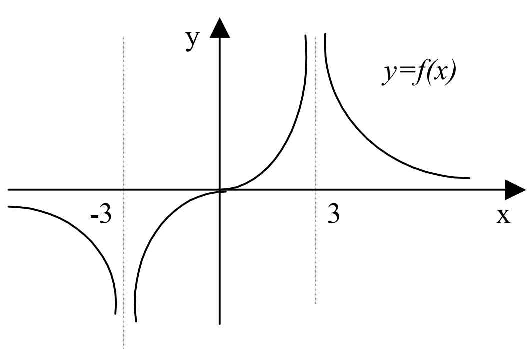
$a = 5$

iv)



$a = 0$

v)



$a = -3$; $a = 3$

8. Calcular los valores reales de *a* y de *b* para que existan $\lim_{x \to -1} f(x)$ y $\lim_{x \to 2} f(x)$, si

$$f(x) = \begin{cases} bx & si \quad x \leq -1 \\ x^2 + ax & si \quad -1 < x \leq 2 \\ -bx + a & si \quad x > 2 \end{cases}$$

9. Calcular los siguientes límites:

a) $\lim_{x \to \infty} \frac{1}{x}$

b) $\lim_{x \to \infty} \frac{3x+3}{2x}$

c) $\lim_{x \to \infty} \frac{2x+4}{2x+5}$

d) $\lim_{x \to \infty} \frac{3x^3+2x}{x+2}$

e) $\lim_{x \to \infty} \frac{x+2}{3x^3+2x}$

f) $\lim_{x \to +\infty} \frac{3x}{\sqrt{x^2+1}+x}$

g) $\lim_{z \to 2} \frac{1}{z-2}$

h) $\lim_{x \to \infty} \frac{3x+3}{2}$

i) $\lim_{x \to +\infty} \frac{\sqrt{x^2+3}}{x+1}$

j) $\lim_{x \to +\infty} \left(\frac{4x+1}{3x-2} \right)^x$

k) $\lim_{x \to +\infty} 2^x$

l) $\lim_{x \to -\infty} 2^x$

m) $\lim_{x \to +\infty} 2^{-x}$

n) $\lim_{x \to -\infty} 2^{-x}$

ñ) $\lim_{x \to +\infty} \left(\frac{4}{5} \right)^x$

o) $\lim_{x \to -\infty} \frac{5^{x+1}}{2^x}$

p) $\lim_{x \to \infty} \left(1 + \frac{1}{x} \right)^{x+1}$

q) $\lim_{x \to \infty} \left(3 - \frac{4x}{2x+4} \right)^{2x-1}$

r) $\lim_{x \to \infty} \left(\frac{2+5x}{5x-1} \right)^{4x+3}$

s) $\lim_{x \to +\infty} \frac{3x^2-5x+8}{2x^2-3x}$

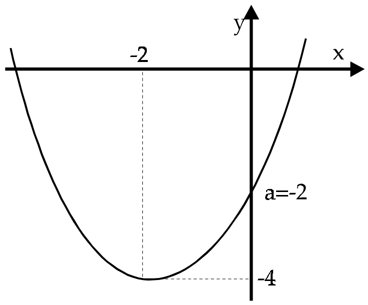
t) $\lim_{x \to +\infty} \frac{x-1}{x^2+1}$

u) $\lim_{x \to +\infty} \frac{3x^5+6x+2}{x^4+4x^2}$

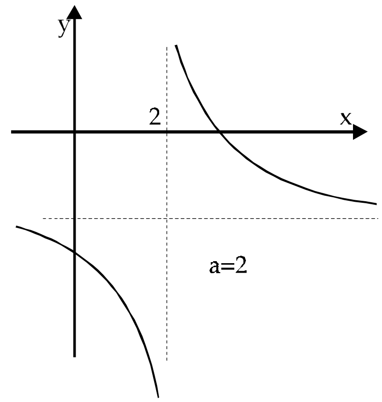
v) $\lim_{x \to -\infty} \frac{3x^5+6x+2}{x^4+4x^2}$

10. A partir de las siguientes gráficas, determinar si las funciones son continuas en **a**, de no serlo indicar cuál de las tres condiciones que caracterizan la continuidad de f en x=a no se cumple

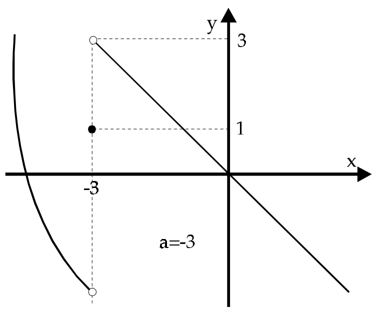
i)



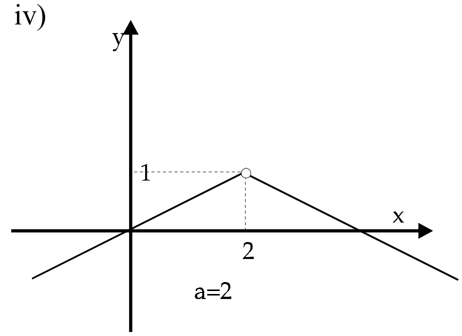
ii)



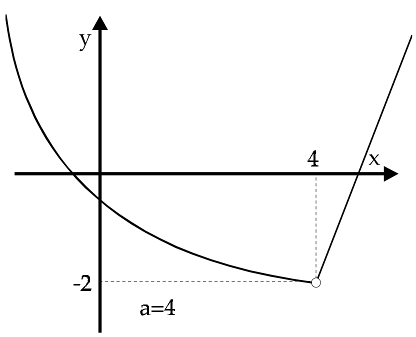
iii)



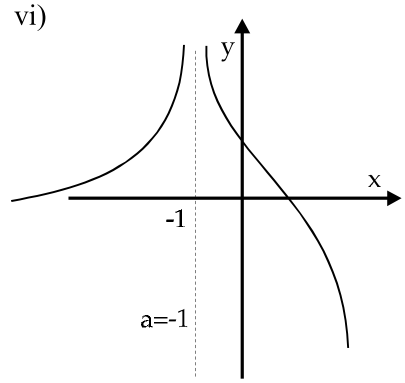
iv)



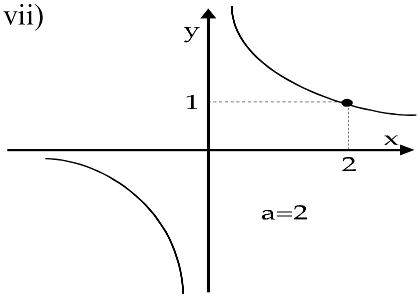
v)



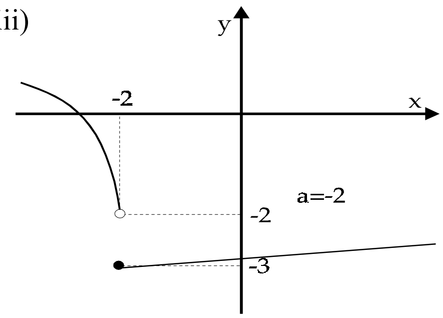
vi)



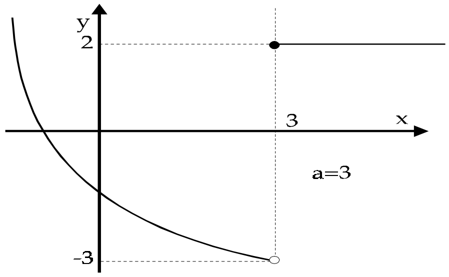
vii)



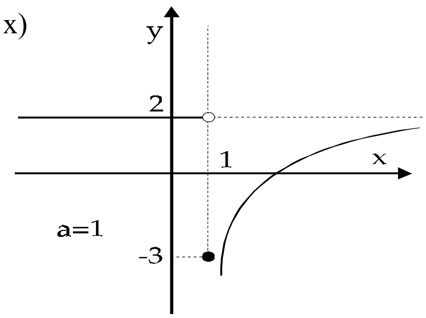
viii)



ix)



x)



11. Dadas las siguientes funciones, se pide:
   a) determinar su dominio y graficarlas,
   b) analizar la continuidad en los puntos que se indican; clasificar las discontinuidades.

i) $f(x)=\begin{cases} 2x^2 & si \quad x>0 \\ -x+1 & si \quad x\le 0 \end{cases}$ en $x = 0$

ii) $g(x)=\begin{cases} 4 & si \quad x\ge 3 \\ x-1 & si \quad -3<x<3 \\ -x-7 & si \quad x<-3 \end{cases}$ en $x = 3$ y en $x = -3$

iii) $h(x)=-2|x|$ en $x = 0$

iv) $t(x)=\begin{cases} \dfrac{1}{x} & si \quad x<0 \\ -|x| & si \quad x\ge 0 \end{cases}$ en $x = 0$

v) $r(x)=\begin{cases} e^{-\frac{1}{x}} & si \quad x\ne 0 \\ 0 & si \quad x=0 \end{cases}$ en $x = 0$

12. En los ejercicios siguientes hallar, si existen, los puntos de discontinuidad de cada función. Graficarlas.

a) $f(x)=\frac{1}{2}x^2+x$

b) $f(x)=\frac{9-x^2}{3-x}$

c) $f(x)=\frac{1}{x-1}$

d) $f(x)=\frac{1}{x^2}$

e) $f(x)=\begin{cases} x & si\ \ x\le 1 \\ x^2 & si\ \ x>1 \end{cases}$

f) $f(x)=\begin{cases} x+1 & si\ \ x<2 \\ 3 & si\ \ x>2 \end{cases}$

g) $f(x)=\begin{cases} -\frac{1}{x+3} & si\ \ x\ne -3 \\ 2 & si\ \ x=-3 \end{cases}$

h) $f(x)=\begin{cases} 2x^2-3 & si\ x\ge 0 \\ -x-3 & si\ \ x<0 \end{cases}$

i) $f(x)=\begin{cases} -x^2 & si\ x<-1 \\ -1 & si\ \ x\ge -1 \end{cases}$

13. Definir con dominio [-2; 2]:
    a) una función continua,
    b) una función que presente una discontinuidad evitable en x = 1,
    c) una función que presente discontinuidades esenciales en x = 1 y en x = 0.

14. Hacer la representación gráfica de funciones que sean discontinuas en los puntos indicados, por no cumplirse en cada caso las propiedades citadas de la definición de continuidad.
    a) En a = -1 no se cumple 1
    b) En a = 2 no se cumple 2 (salto finito)
    c) En a = 5 no se cumplen 1 ni 2 (salto finito)
    d) En a = -2 no se cumplen 1 ni 2 (salto infinito)
    e) En a = 4 no se cumple 3
    f) En a = -3 no se cumple 2 (salto infinito)

15. Hallar los puntos de discontinuidad de las siguientes funciones y clasificarlos:

a) $f(x)=\dfrac{x^2-3x-4}{x^3-7x^2+12x}$

b) $g(x)=\dfrac{|x-1|}{x-1}$

d) $h(x)=e^{\frac{1}{x+1}}$

d) $t(x)=\dfrac{\sqrt{7+x}-3}{x^2-4}$

16. Hallar el conjunto de puntos de discontinuidad de las siguientes funciones:

i) $f(x)=x^2-2x+1$

ii) $f(x)=\dfrac{x^2-2x+1}{x^2+1}$

iii) $f(x)=\begin{cases}(x-1)^2+5 & si \quad x\neq 1\\ 5 & si \quad x=1\end{cases}$

iv) $f(x)=\begin{cases}\dfrac{\mathrm{x}^2-16}{\mathrm{x}+4} & \mathrm{si} \quad \mathrm{x}\neq -4\\ 5 & \mathrm{si} \quad \mathrm{x}=-4\end{cases}$

v) $f(x)=\begin{cases}2x & si \quad x<-1\\ x^2-1 & si \quad x>-1\\ 0 & si \quad x=-1\end{cases}$

vi) $f(x)=\begin{cases}3 & si \quad x>2\\ \dfrac{1}{x-1} & si \quad x<2\end{cases}$

17. Determinar la constante **k**$\in \Re$, para que f sea continua.

i) $f(\mathrm{x})=\begin{cases}\mathrm{x}^3 & \mathrm{si} \quad \mathrm{x}\leq 2\\ \mathrm{kx}^2 & \mathrm{si} \quad \mathrm{x}>2\end{cases}$

ii) $f(\mathrm{x})=\begin{cases}\mathrm{kx}+1 & \mathrm{si} \quad \mathrm{x}<3\\ \mathrm{kx}^2 & \mathrm{si} \quad \mathrm{x}\geq 3\end{cases}$

iii) $f(x)=\begin{cases}x+2 & si \quad x\neq 1\\ k & si \quad x=1\end{cases}$

iv) $f(x)=\begin{cases}x^2-6x+10 & si \quad x\leq 1\\ 7-2kx & si \quad x>1\end{cases}$

18. Determinar dominio y asíntotas:

a) $f(x)=\dfrac{2}{4x+1}+1$

d) $r(x)=\dfrac{7x}{\sqrt{1+x^2}-2x}$

b) $g(x)=x+e^{\frac{1}{x}}$

e) $s(x)=\dfrac{x^2+2x}{x^2-1}$

c) $h(x) = \dfrac{1+x}{|x|}$

f) $l(x) = \dfrac{x^3 + 3x^2 - 1}{x^2 + 1}$

19. Para cada una de las funciones siguientes, se pide:
    - i) dominio;
    - ii) intersecciones con los ejes;
    - iii) asíntotas (horizontales, verticales, oblicuas);
    - iv) gráfico aproximado.

a) $f(x) = \dfrac{1}{x-3}$

b) $g(x) = \dfrac{x-3}{x-2}$

c) $a(x) = \dfrac{5x-3}{2x+6}$

d) $m(x) = \dfrac{x}{2x-4}$

e) $h(x) = \dfrac{3}{x^2 + 2x - 3}$

f) $j(x) = \dfrac{x^2 - 4x + 3}{x^2}$

g) $t(x) = \dfrac{3x^2 + 1}{x}$

h) $k(x) = \dfrac{3}{2x+5}$

i) $s(x) = \dfrac{x+1}{x^2 + 3x + 2}$

j) $r(x) = \dfrac{x^2 + x + 2}{x-1}$

20. Graficar en forma aproximada, previo estudio de:
    dominio, intersecciones con los ejes, continuidad, asíntotas.

a) $f(x) = \begin{cases} x & si \quad x < 1 \\ 1 & si \quad x = 1 \\ \dfrac{1}{x} & si \quad x > 1 \end{cases}$

c) $h(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2 - 4}{x-2} & si \quad x > 2 \\ 3 & si \quad x = 2 \\ x^3 - 4 & si \quad x < 2 \end{cases}$

b) $g(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2 - 4}{x-2} & si \quad x \neq 2 \\ 3 & si \quad x = 2 \end{cases}$

d) $k(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{x^2 - 1} & si \quad |x| \neq 1 \\ 1 & si \quad |x| = 1 \end{cases}$

21. Definir una función cuyo gráfico tenga:
    una asíntota vertical en x = 5 y una horizontal de ecuación y = -1. Justificar.

22. Aplicando el teorema de Bolzano, demostrar

a) $p(x) = x^3 - 2x + 3$ tiene una raíz real en el intervalo (-2; 1).

b) Las raíces de $p(x) = x^3 - 3x + 1$ están en los intervalos (-2; -1), (0; 1), (1; 2).