1. Calcular la pendiente de la recta secante a la gráfica de f trazada por los puntos de abscisa x_0 y $x_0 + \Delta x$ indicados. Representar gráficamente.

   a) $f(x) = \frac{1}{2}x$ en $x_0 = 1$
      $i)$ $\Delta x = -0{,}5$
      $ii)$ $\Delta x = 0{,}5$

   b) $f(x) = \frac{1}{x}$ en $x_0 = -2$
      $i)$ $\Delta x = -0{,}5$
      $ii)$ $\Delta x = 0{,}5$

   c) $f(x) = 2x^2$ en $x_0 = 1$
      $\Delta x = 0{,}5$

2. Calcular, por definición, la pendiente de la recta tangente trazada a la gráfica de cada función f mencionada, en el punto de abscisa x_0 dado. Representar gráficamente.

   a) $f(x) = \frac{1}{2}x^2$ *en* $x_0 = 1$
   b) $f(x) = \frac{1}{x}$ *en* $x_0 = -2$
   c) $f(x) = \sqrt{x}$ *en* $x_0 = 4$
   d) $f(x) = 2x$ *en* $x_0 = 1$

3. Calcular aplicando la definición de derivada en un punto:

   a) $f'(2)$ siendo $f(x) = x^3 + 2x$
   b) $f'(0)$ siendo $f(x) = x^{12} - 3x + 1$
   c) $f'(5)$ siendo $f(x) = (5 - x)^5 + 3x^2 - 2$
   d) $f'(-1)$ siendo $f(x) = \frac{1}{x^2 + 1}$
   e) $f'(3)$ siendo $f(x) = \sqrt{x+1} - 2$

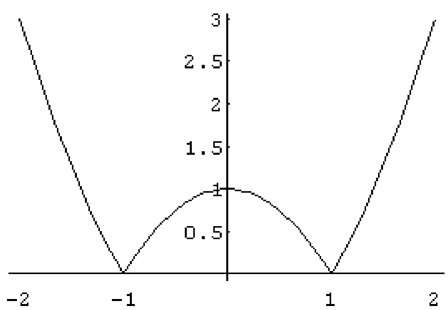
4. Hallar el punto de la gráfica de $f(x) = x^2 - x$ en el punto que la recta tangente es $3x - 9y - 4 = 0$

5. Aplicando la definición, calcular la derivada de las siguientes funciones en el punto de abscisa indicado en cada caso:

   a) $f(x) = x^2 + 2x$ en $x_0=2$
   b) $f(x) = \sqrt{x-4}$ en $x_0=7$
   c) $f(x) = \operatorname{sen} 3x$ en $x_0=0$
   d) $f(x) = \ln(x+4)$ en $x_0=6$
   e) $f(x) = \dfrac{3}{x+2}$ en $x_0=6$

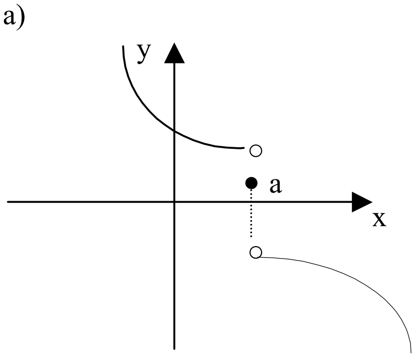
6. Si $f : \Re \to \Re \,;\, f(x) = \begin{cases} x^3 \operatorname{sen}\left(\dfrac{1}{x}\right) & si \quad x \neq 0 \\ 0 & si \quad x = 0 \end{cases}$, calcular $f'(x)$ si $x \neq 0$, y calcular $f'(0)$.

7. Estudiar la derivabilidad de $f : \Re \to \Re \,;\, f(x) = \left| x^2 - 1 \right|$, en $x_0 = 1$ y en $x_1 = -1$.

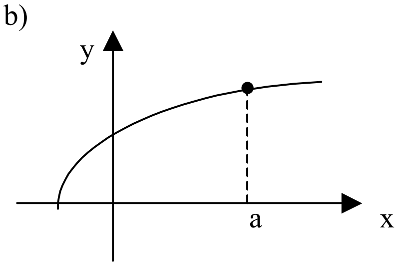


8. Determinar cuáles de las siguientes gráficas no tienen recta tangente en x = a. Justificar.

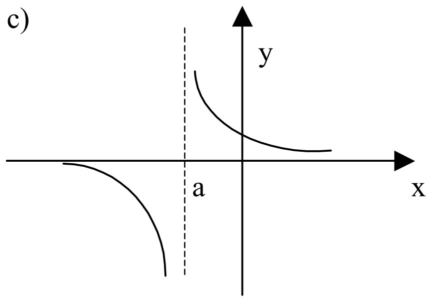
a)



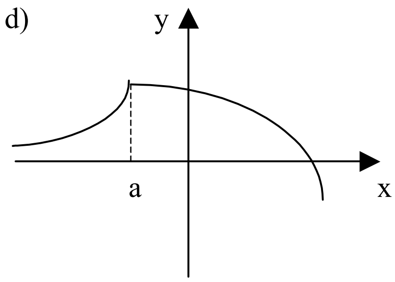
b)



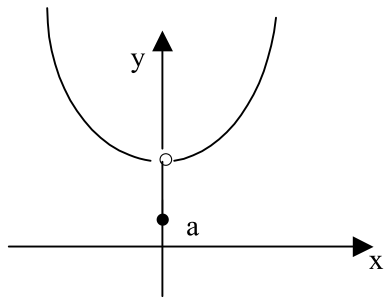
c)



d)



e)



9. Determinar la ecuación explícita de la recta tangente a la curva definida por cada una de las siguientes funciones, de $\Re$ en $\Re$, y en los puntos cuyas abscisas se indican:

a) $f(x) = -\dfrac{1}{2}x^2 + 3x - 2$ en $x_0 = 0$

b) $f(x) = \dfrac{1}{x+1}$ en $x_0 = 1$

c) $f(x) = -7x + 6$ en $x_0 = -1$

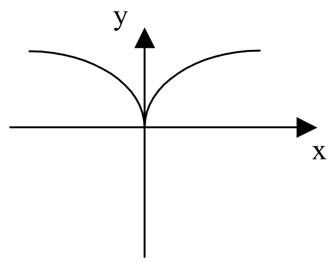
10. Para cada una de las siguientes funciones se pide:
   i) graficarla,
   ii) hallar las ecuaciones de la recta tangente y de la recta normal en los puntos cuyas abscisas se indican:

a) $f : \Re \to \Re$; $f(x) = x^2$ en $x_0 = 1$

b) $f : \Re - \{2\} \to \Re$; $f(x) = \dfrac{x-1}{x-2}$ en $x_0 = 0$

c) $f : \Re - \{-4\} \to \Re$; $f(x) = \dfrac{x+3}{x+4}$ en $x_0 = -1$

11. Dada la función $f(x) = x^{2/3}$ cuya gráfica es la que se exhibe



Calcular $f'(0^+)$ y $f'(0^-)$

12. Graficar las siguientes funciones. Estudiar continuidad y derivabilidad de cada una de ellas en $x_0 = 0$.

a) $f:\Re \to \Re$; $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x} & si \quad x \geq 0 \\ \sqrt{-x} & si \quad x < 0 \end{cases}$

b) $f:\Re \to \Re$; $f(x) = \begin{cases} |x| & si \quad x \geq 0 \\ x^3 & si \quad x < 0 \end{cases}$

c) $f:\Re \to \Re$; $f(x) = \begin{cases} x^2 & si \quad x < 0 \\ -x^2 & si \quad x \geq 0 \end{cases}$

13. Calcular $f'(x)$ aplicando la definición de función derivada en los siguientes casos:

a) $f(x) = 2x^2 + 3x - 2$

b) $f(x) = \sqrt{x}$

c) $f(x) = \dfrac{1}{x}$

d) $f(x) = 5$

e) $f(x) = x$

f) $f(x) = x^3 + x$

14. Utilizar en cada caso las funciones derivadas obtenidas en el ejercicio 13, para determinar la pendiente de la recta tangente a la gráfica de f, en el punto P_0 de la misma, de abscisa $x_0 = 4$.

15. A partir de la definición de función derivada, determinar en cada caso los valores de abscisa x para los cuales $f'(x) = 5$.

i) $f(x) = 3x^2 - 5x$

ii) $f(x) = 2x^3 - x + 4$

16. Dada la función $f : \Re \to \Re$; $f(x) = x^2 + 2x + 1$:
    a) determinar la ecuación de la recta tangente a la curva, que sea paralela a la recta $y = 2x - 3$,
    b) ¿existe algún punto de la curva en el cual la recta tangente tenga pendiente -2?

17. Usando las reglas de derivación, hallar las funciones derivadas.

a) $f(x) = x^3 + 6x + 1$

b) $f(x) = x^5 + \cos x$

c) $f(x) = x^3 \operatorname{sen} x$

d) $f(x) = \dfrac{2}{x+1} + \ln 3$

e) $f(x) = \dfrac{x^2\sqrt{x}}{x^{3/2}}$

f) $f(x) = 4x^{-2}$

g) $f(x) = \dfrac{\operatorname{sen} x}{\cos x} + \operatorname{sen}\dfrac{\pi}{2}$

h) $f(x) = \dfrac{1}{x} + 3x^5 \cos x$

i) $f(x) = \dfrac{x \operatorname{sen} x}{1 + x^3}$

j) $f(x) = \dfrac{2 - \operatorname{sen} x}{2 - \cos x}$

k) $f(x) = x \ln x$

l) $f(x) = \dfrac{x^2 + 3x}{x^4 + x^2}$

m) $f(x) = (\operatorname{sen} x + \cos x)\sqrt{2}$

n) $f(x) = \dfrac{\operatorname{sen} x \cos x}{2}$

ñ) $f(x) = \operatorname{tg} x \ln x$

o) $f(x) = e^x \operatorname{sen} x - e^5$

p) $f(x) = 2^x \operatorname{tg} x$

q) $f(x) = (x+1)e^x$

r) $f(x) = \dfrac{2x + \ln x}{3}$

s) $f(x) = \dfrac{6 \ln x}{x}$

18. Calcular mediante tablas de derivadas, las funciones derivadas de

a) $f(x) = \operatorname{sen} x + x^{13}$

b) $f(x) = \cos x + \dfrac{\operatorname{sen} x}{2^x}$

c) $f(x) = 2 + \dfrac{\ln x}{x^2}$

d) $f(x) = \left(2 + \sqrt{x}\right) \cdot x^3 + \dfrac{1}{\sqrt[3]{x}}$

e) $f(x) = \dfrac{3 + x}{3 + x^3}$

f) $f(x) = \dfrac{x^2}{x + \sqrt[3]{x}}$

g) $f(x) = \dfrac{2x}{x^5 + 6x^3 + 2}$

h) $f(x) = \left(\sqrt{x} + x\right)\left(x^2 + 3x - 2\right)$

i) $f(x) = \dfrac{\sqrt{x} - 3\sqrt[4]{x}}{x}$

j) $f(x) = \dfrac{x^5 + \operatorname{sen} x}{\sqrt{x}}$

k) $f(x) = \dfrac{2^x \operatorname{tg} x}{x^2}$

l) $f(x) = \dfrac{2 - \sqrt{x}}{2 + \sqrt{x}}$

m) $f(x) = \dfrac{3}{x^2} \ln x$

n) $f(x) = \dfrac{x \cdot 2^x}{\sqrt{x} + \cos x}$

o) $f(x) = \dfrac{x\left(\ln x + \pi\right)}{\sqrt{2} - \cos x}$

19. Dadas las siguientes funciones, hallar los dominios de *f*, *g*, para que sea posible $f \circ g$, $g \circ f$.

a) $f : D_f \to \Re$; $f(x) = \log x$
$g : D_g \to \Re$; $g(x) = 2x - 3$

b) $f : D_f \to \Re$; $f(x) = \sqrt{-x}$
$g : D_g \to \Re$; $g(x) = x - 5$

c) $f : D_f \to \Re$; $f(x) = \log x$
$g : D_g \to \Re$; $g(x) = 10^x$

d) $f : D_f \to \Re$; $f(x) = \dfrac{2}{-x+3}$
$g : D_g \to \Re$; $g(x) = \ln x$

e) $f : D_f \to \Re$; $f(x) = |x|$
$g : D_g \to \Re$; $g(x) = 2 + \sqrt{x}$

20. Hallar $f'(x)$ en cada uno de los siguientes casos:

a) a) $f(x) = (x+1)^2$

b) $f(x) = 4\,\text{sen}^2 x$

b) $f(x) = (3x + x^4)^3$

c) $f(x) = \text{sen}\, 2x$

d) $f(x) = \cos^3 x$

e) $f(x) = \dfrac{a}{\sqrt{a - x^2}}$

f) $f(x) = \ln\sqrt{4 - x^2}$

g) $f(x) = e^{x^2+2}$

h) $f(x) = e^{3x}\,\text{sen}(2x)$

i) $f(x) = a^x$

j) $f(x) = \text{arcsen}\, x$

k) $f(x) = \text{arcsen}(2x)$

m) $f(x) = 1 + \arccos x$

n) $f(x) = \text{arctg}(2x+1)$

ñ) $f(x) = (\cos x)^{10}$

o) $f(x) = \ln(x^2)$

p) $f(x) = \ln^2 x$

q) $f(x) = \ln\left(\dfrac{1}{x}\right)$

r) $f(x) = \sqrt{\dfrac{1+x}{1-x}}$

s) $f(x) = \dfrac{\text{sen}\, x}{1 + \text{tg}^2 x}$

t) $f(x) = \text{sen}\, x - \dfrac{1}{3}\text{sen}^2 x$

u) $f(x) = \left(x^3 - \dfrac{7}{x}\right)^{-2}$

v) $f(x) = [\cos(\ln(x^2+3))]^3$

w) $f(x) = \ln\sqrt{\dfrac{1}{x}}$

21. Hallar las funciones derivadas de:

a) $y = \operatorname{sen} 2x$

b) $y = \sqrt[3]{\cos x}$

c) $y = 3^{\cos x}$

d) $y = 2^{x \cos x}$

e) $y = \sqrt[3]{\operatorname{sen}(\ln x)}$

f) $y = 2^{\cot g\, x}$

g) $y = \ln\left(\sqrt[3]{x} - x^3\right)$

h) $y = \sqrt{\ln \frac{1}{x}}$

i) $y = \sqrt[3]{\cos \sqrt{x}}$

j) $y = \cos\left(x - \cos x\right)$

k) $y = \ln\left(x^2 \cdot \cot g 3x\right)$

l) $y = \cos\left(\operatorname{sen} \frac{x}{3}\right)$

m) $y = \sqrt[3]{x^2\, sen 3x} + 2^{\pi}$

n) $y = \ln 2 \cot g^2\left(\frac{1}{x}\right)$

ñ) $y = \ln(senx^3) + \cos \sqrt[3]{\ln 2x}$

o) $y = \left[tg\left(2x^2 - 2x\right)\right]^{1/2} + \cos^3\left(\ln \frac{x}{2}\right)$

p) $y = \sqrt[3]{\ln \frac{1}{\cos x}} + 2^{-x}\sqrt{\ln 3}$

q) $y = \frac{1}{\ln(\cos^2 3x)} + e^{-\sqrt[3]{x}}\sqrt{sen\left(x^5 - 2x\right)}$

r) $y = \sqrt[3]{\cot g^2\left(sen 2x\right) + e^{\cos 3x}}$

22. Sabemos que (3; 4) es un punto de la gráfica de una función f, para el cual la pendiente de la recta tangente vale 3. Además (3; -5) es un punto de la gráfica de una función g, en donde la pendiente de la recta tangente vale –2. Hallar:

a) la pendiente de la recta tangente a la gráfica de $f + g$ en el punto P_0 de la misma, de abscisa 3

b) $h'(3)$ siendo $h(x) = 5f(x) - 2g(x)$

c) la pendiente de la recta tangente a la gráfica de $f\,.\,g$ en el punto P_0 de la misma, de abscisa 3

d) $l'(3)$ siendo $l(x)=\dfrac{f(x)}{g(x)}$

23. Determinar las ecuaciones explícitas de las rectas tangentes a las curvas dadas por las siguientes funciones en los puntos cuyas abscisas se indican:

a) $f(x)=x^5-3x^2+x-1$ en $i)\ x_1=1$ $\quad ii)\ x_2=0$

b) $f(x)=e^{-x}$ en $i)\ x_1=0$ $\quad ii)\ x_2=-1$

c) $f(x)=\cos x$ en $i)\ x_1=0$ $\quad ii)\ x_2=\dfrac{\pi}{2}$

24. Determinar si las siguientes funciones son derivables en a

a) $f(x)=\begin{cases} x^2 & si \quad x\le 1 \\ \sqrt{x} & si \quad x>1 \end{cases}$ $\qquad a=1$

b) $f(x)=\begin{cases} x^2 & si \quad x\le 0 \\ x & si \quad 0<x\le 1 \\ \dfrac{x^2+1}{2} & si \quad x>1 \end{cases}$ $\qquad a=0,\ a=1$

c) $f(x)=\begin{cases} 2x+1 & si \quad x<2 \\ 2x^2-3 & si \quad x\ge 2 \end{cases}$ $\qquad a=2$

25. Hallar los puntos del gráfico de f donde la recta tangente es horizontal

a) $f(x)=x^2-3x+2$

b) $f(x)=\dfrac{x}{9-x}$

26. Derivar las siguientes funciones:

a) $f(x)=x^x$

b) $f(x)=sen\left(x^{\cos x}\right)$

c) $f(x)=(\ln x)^x$

d) $f(x)=(x+1)^{2/x}$

e) $f(x)=x^{\ln x}$

27. Hallar la función derivada de

a) $y=\left(x+senx\right)^{\frac{1}{x}}$

b) $y=2^{x}\ \left(senx\right)^{x}$

c) $y=\sqrt[3]{x}\ senx^{x^{2}}$

d) $y=\dfrac{\ln x}{e^{x}}-\left(2+x\right)^{\sqrt[3]{x}}$

e) $y=\left[\left(\ln x\right)^{senx}\right]^{3}$

f) $y=sen\left(x+3^{x}\right)^{x}$

28. Obtener la ecuación explícita de la recta tangente a la gráfica de las siguientes funciones en los puntos de tangencia cuyas abscisas se indican:

i) $f(x)=e^{\left[\frac{1}{(x-2)^{x}}\right]}$ en $x_0=3$

ii) $f(x)=\left[\dfrac{2}{x+4}\right]^{\frac{x+8}{3}}$ en $x_0=-2$

iii) $f(x)=\ln\left(\sqrt{x^{2}-3}\right)^{x-1}$ en $x_0=2$

29. Determinar si la gráfica de cada una de las funciones dadas tiene alguna tangente vertical. En caso de que exista, hallarla

i) $f(x)=\left(2x-8\right)^{2/3}$

ii) $f(x)=x^{-1/3}+1$

iii) $f(x)=\dfrac{1}{x^{1/3}+1}$

iv) $f(x)=4x^{2}+6x^{1/3}$

v) $f(x)=\left(x^{2}+9\right)^{1/3}$

vi) $f(x)=\left(x+2\right)^{1/3}$

30. Hallar y'', si:

a) $y=\ln x$ b) $y=\operatorname{sen}^{3}x$ c) $y=\sqrt{x+3}$

31. Hallar las funciones derivada primera, segunda y tercera de las siguientes funciones:

i) $f(x) = x^5 + 6x^4 + 3x$

ii) $f(x) = 2^x$

iii) $f(x) = x \cdot \ln x$

iv) $f(x) = \dfrac{1}{x}$

v) $f(x) = \cos x$

32. Hallar la expresión de la función derivada n-ésima de las siguientes funciones:

i) $f(x) = e^x$

ii) $f(x) = 2^x$

iii) $f(x) = \ln x$

iv) $f(x) = \dfrac{1}{x}$

v) $f(x) = x^n$