

# Estadística general

## Resumen de formulas

Ultima modificación: 24 de abril de 2004

**Promedio de la muestra:**  $\bar{x} = \frac{\sum P m_i \cdot f_i}{n}$  (n = tamaño muestra)

**Mediana (fractil 50):**  $Me = l_i + \frac{\left(\frac{n}{2} - F_a\right) \cdot i}{f_i}$

donde: **li**=límite inferior del intervalo mediano, **fi** = frecuencia absoluta del intervalo mediano, **i** = amplitud del intervalo mediano, **Fa** = frecuencia acumulada **anterior** al intervalo mediano.

Para obtener el intervalo mediano, hacemos n/2.

**Fractil:** es un valor de x que acumula cierto porcentaje (la mediana es el fractil 50).

$x_\alpha = l_i + \frac{\left(\frac{\alpha n}{100} - F_a\right) \cdot i}{f_i}$  alfa debe ser el porcentaje del fractil.

**Modo:** esta en el intervalo de mayor frecuencia.

$M_o = L_i + \frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2} \cdot i$  Donde  $\Delta_1 = fm - fa$   $\Delta_2 = fm - fp$  fa = frecuencia anterior, fp = frec. Posterior, fm = frecuencia

modal.

i = amplitud del intervalo modal, Li = límite inferior del intervalo modal.

### Dispersión de la muestra

$S^2 = \frac{\sum f_i \cdot (P m_i - \bar{x})^2}{n}$  esto es la **varianza**, para sacar la **dispersión**, sacar la raíz cuadrada.

La misma formula, reescrita:  $S^2 = \frac{1}{n} \cdot \left[ \sum P m_i \cdot f_i - n \cdot \bar{x}^2 \right]$

**Coefficiente de variación**  $CV = \frac{S}{\bar{x}} \cdot 100$

Definición clásica de Laplace:  $P(A) = \frac{\text{N casos favorables}}{\text{N casos posibles igualmente probables}}$

### Reglas de la probabilidad

- ♦ La probabilidad de la **unión** (ocurre A,B o ambos) de 2 sucesos:  $P(A) + P(B) - P(A \cap B)$   
 $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$   
Si los sucesos son excluyentes, el termino de resta NO va (vale 0)  
La unión significa A o B (XOR)
- ♦ Probabilidad **condicional**: la probabilidad de un suceso habiendo ocurrido otro previamente.  
Se escribe  $P(A/B)$   
Expresión general:  
 $P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$   
o  $P(A/B)$  significa "prob. De A dado B"  
 $P(B/A) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)}$
- ♦ Probabilidad de la intersección **("Y")** (o regla del **producto**)  
 $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B/A) = P(B) \cdot P(A/B)$

Si los sucesos son independientes:  $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$

### **Regla de la probabilidad total (regla de Bayes)**

Si, teniendo dos o mas sucesos excluyentes y exhaustivos, aparece un tercer suceso llamado "x", que tiene puntos en común con A y B:  $P(x) = P(A \cap x) + P(B \cap x) = P(A) \cdot P(x/A) + P(B) \cdot P(x/B)$

### **Probabilidad a posteriori o probabilidad de las causas**

Si sabemos que ocurrió x, que probabilidad hay que haya ocurrido a causa de A?

$$P(A/x) = \frac{P(A) \cdot P(x/A)}{P(x)} \quad \text{Cociente entre una probabilidad conjunta y la probabilidad total.}$$

$$P(B/x) = \frac{P(B) \cdot P(x/B)}{P(x)} \quad \text{Nota: Divisor: } P(x) = P(A) \cdot P(x/A) + P(B) \cdot P(x/B)$$

La suma es 1 (apriori y a posteriori)

### **Pasos a seguir para calcularlo**

A priori	Condicionales	Conjuntas	Posteriori
$P(A) + P(B) = 1$	$P(x/A)$ $P(x/B)$	$P(A) \cdot P(x/A) + P(B) \cdot P(x/B) = P(x)$  Atento, esto es lo que divide en donde dice P(X) (a la derecha de la tabla, "posteriori") Es decir, el P(x) es esto.	$P(A/x) = \frac{P(A \cap x)}{P(x)} +$  $P(B/x) = \frac{P(B \cap x)}{P(x)} = \text{cd } 1$

Nota: una unión es igual a una intersección con los eventos negados.

### **Variables discretas**

Es aquella variable que puede tomar generalmente **enteros**.

P(r) es una función que tiene por dominio una serie de resultados mutuamente excluyentes.

F(r) es la función de distribución izquierda (la probabilidad de que ocurra r es igual o menos  $\leq$ )

G(r) es la función de distribución derecha (la probabilidad de que ocurra r es igual o mas  $\geq$ )

$$F(r) = 1 - G(r+1)$$

$$G(r) = 1 - F(r-1)$$

$$P(r) = F(r) - F(r-1) = G(r) - G(r+1)$$

Media o esperanza matemática:  $u = E(r) = \sum r_i \cdot P(r_i)$

Varianza:  $V^2(r) = E(r_i - u)^2 = \sum r_i^2 P(r_i) - u^2$  o  $\sum (r_i - u)^2 P(r_i)$

Desvío:  $V(r) = \sqrt{V^2}$

### **Proceso de Bernoulli**

Una sucesión de n pruebas **independientes** entre si. La probabilidad de éxito en cada prueba es **constante**. Solo **dos** posibilidades, éxito o fracaso.

El proceso de Bernoulli puede generar una distribución binomial o de Pascal:

$0 \leq r \leq n$  Con r fijo, es **binomial**;  $n \geq r$  Con r fijo, es **Pascal**

### Binomial

$P_b(r/n, p) = k \cdot p^r \cdot (1-p)^{n-r}$  } probabilidad binomial.

Donde k es  $k = \binom{n}{r} = \frac{n!}{r! \cdot (n-r)!}$  = calculadora [nCr]

$F_b(r/n, p) = 1 - G_b(r+1/n, p)$  } F y G binomiales (función izquierda ( $\leq$ ) y derecha ( $\geq$ ))  
 $G_b(r/n, p) = 1 - F_b(r-1/n, p)$

Esperanza binomial:  $E_b(r) = n \cdot p$

Varianza binomial:  $V_b^2(r) = n \cdot p \cdot (1-p)$

Desvío binomial:  $V_b(r) = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)}$

Una distribución binomial donde :  $p < 0,5$  es asimétrica positiva;  $p = 0,5$  es simétrica;  $p > 0,5$  es asimétrica negativa.

### Probabilidad de Pascal

Probabilidad de necesitar n pruebas hasta obtener k éxitos con probabilidad p.

$$P_{pa}(n/r, p) = p(A y B) = \binom{n-1}{r-1} \cdot p^{r-1} \cdot (1-p)^{n-r} \cdot p = \binom{n-1}{r-1} \cdot p^r \cdot (1-p)^{n-r}$$

Probabilidades acumuladas y su equivalencia con la binomial (para buscar en la tabla)

$$Fpa(r/n, p) = Gb(r/n, p)$$

$$Gpa(n/r, p) = 1 - Fpa(n-1/r, p) = 1 - Gb(r/n-1, p) = Fb(r-1, n-1, p)$$

Para conseguir r éxitos, preciso  $n \geq r$  pruebas

$$E(n) = \frac{r}{p} \text{ esperanza matemática}$$

$$O^2(n) = \frac{n}{p} \cdot \left(\frac{1}{p} - 1\right)$$

### Variable hipergeométrica

En una variable hipergeométrica, la probabilidad de éxito no se mantiene constante (si lo fuera, es una variable binomial).

$$0; n - (N - R) \leq r \leq n; R$$

Donde N = población de la muestra, R = total de éxitos posibles, N-R = fracasos, n = numero de pruebas, r = éxitos en mi muestra.

$0; n - (N - R)$  Es el limite inferior, se toma el **máximo** (0 o  $n - (N - R)$ )

$n; R$  es el limite superior, se toma el **mínimo** (n o R)

$$P_h(r/n, N, R) = \frac{\binom{R}{r} \cdot \binom{N-R}{n-r}}{\binom{N}{n}}$$

Para las acumuladas, existe una tabla hipergeométrica.