INTRODUCCION

El principio de Inducción Matemática es un método que se utiliza para demostrar propiedades, formulas, validarlas y probar que son verdaderas.

Es un método simple que consta de tres pasos fundamentales en los cuales se debe demostrar la propiedad reemplazando su incógnita por 1, luego por k y finalmente por k+1.

Los pasos para desarrollar la Inducción Matemática se detallan en el contenido del presente trabajo de investigación.

INDUCCION MATEMATICA

Sea P(n) una proposición que depende de la variable n, con n perteneciente a los Naturales. Si:

i. *1 satisface a P y,*
ii. *k pertenece a los Naturales, k satisface P! (k+1) satisface P,*

entonces todos los números naturales satisfacen P.

Usaremos el Axioma de Inducción Matemática para demostrar la validez, en los Números Naturales, de ciertas proposiciones P que depende de una variable n, con n perteneciente a los Naturales.

Procederemos de la siguiente manera:

i. *Verificaremos la proposición para el numero 1.*
ii. *Supondremos que la proposición es verdadera para un numero natural cualquiera k. (Hipótesis de inducción).*
iii. *Demostraremos la proposición para el numero natural (k+1).*

Así, gracias al axioma de inducción Matemática, podemos concluir que la proposición la satisfacen todos los números naturales.

Ejemplo 1:

Demostraremos que:

1+2+3+............+n = n(n+1), " n perteneciente a los naturales (*)

2

i. *1= 1(1+1). Por lo tanto 1 satisface la proposición (*)*

2

ii. *Supongamos valida la proposición (*) para k perteneciente a los Naturales, es decir supongamos que:*

1+2+3+.........+k = k(k+1). (Hipótesis de inducción).

2

iii. *Demostremos que k − 1 también satisface la proposición (*), es decir, demostremos que:*

$1+2+3+.........+k+(k+1) = \underline{(k+1)(k+2)}.$

2

Demostración:

$(1+2+3+.......+k)+(k+1) = \underline{k(k+1)} + (k+1)$

2

$= \underline{k(k+1)+2(k+1)}$

2

$= \underline{(k+1)(k+2)}$

2

Luego la proposición (*) es verdadera "n perteneciente a los naturales.

En resumen, primero demuestras reemplazando el n por un 1, luego demuestras reemplazando el n por un k y finalmente lo demuestras reemplazando el n por (k+1)

Ejemplo 2:

Demuestre usando Inducción Matemática que:

n

" $i^3 = \underline{n^2\ (n+1)^2}$

i=1 4

1° *Usando n = 1*

1

" $i^3 = \underline{1^2\ (1+1)^2}$

i =1 4

1

" $1 = \underline{1(4)}$

i =1 4

1

$" 1 = \underline{4} = 1$

$i=1\ 4$

2° *Supongamos valido para n = k*

k

$" i^3 = \underline{k^2\ (k+1)^2}$

$i=1\ 4$

3° *Por demostrar valido para n = k+1*

$k+1$

$" i^3 = \underline{(k+1)^2\ (k+1)^2}$ *se reemplaza termino igual al de arriba*

$i=1\ 4$

$= \underline{(k+1)^2\ (k+2)^2}$ esto se debe demostrar

4

k+1 k

$" i^3 = " i^3 + (k+1)^3$

$i=1\ i=1$

$= \underline{k^2\ (k+1)^2}\ + (k+1)^3 = \underline{k^2\ (k+1)^2}\ + (k+1)^3 = (k+1)^2\ (\ \underline{k^2} + (k+1)$

$4\ 4\ 4$

$= (k+1)^2(\ \underline{k^2\ +4(k+1}) = \underline{(k+1)^2}\ (k^2\ +4k+4)$

- 4

$= \underline{(k+1)^2\ (k+2)^2}$

4

Ejemplo 3:

Demuestre usando inducción que:

2 + 4+ 6 + 8+..........+ 2n = n(n+1)

n

- $2\ i = n(n+1)$

i =1

a. *n=1*

1

*" 2*1 = 1(1+1)*

i =1

- *= 1*2*
- *= 2*

b. *Suponer valido para n = k*

k

" 2i = k(k+1) Esto es la hipótesis

i =1

c. *Demostrar para n = k+1*

K+1

" 2i = (k+1)(k+2)

i =1

k+1 k

" 2i = " 2i + 2(k+1)

i =1 i =1

= k(k+1) + 2(k+1)

= (k+1)(k+2)

BIBLIOGRAFIA

- *ALGEBRA , guía de trabajo de la Universidad Central de Chile*

Isabel Arratia z.

- *Cuaderno de Algebra I*

Universidad de Ciencias de la Informática