Modelo de Tabelamento de Tempo Escolar

Alvaro Domingues de Freitas

August 22, 2025

1 Introdução

Este relatório apresenta a formulação matemática do problema de tabelamento escolar, considerando preferências de professores por disciplinas e horários. O modelo é formulado como um problema de Programação Linear Inteira (PLI). O código foi implementado em Python utilizando o VSCode e a biblioteca do solver GLPK.

2 Conjuntos e Parâmetros de Entrada

- P: conjunto de professores, indexado por p.
- T: conjunto de turmas, indexado por t.
- D: conjunto de disciplinas, indexado por d.
- H: conjunto de horários, indexado por h.
- $Pref D_{pd}$: preferência do professor p pela disciplina d. Também serve como indicador de habilitação.

$$0 \le PrefD_{pd} \le 1$$
, $\sum_{d \in D} PrefD_{pd} = 1 \quad \forall p \in P$

- $Pref H_{ph}$: preferência do professor p pelo horário h. Também serve como indicador de disponibilidade, onde $Pref H_{ph} = 0$ significa indisponibilidade absoluta.
- CHM_p : carga horária mínima semanal do professor p.
- CHA_p : carga horária máxima semanal do professor p.
- $Aulas_{td}$: número de aulas semanais que a turma t deve ter da disciplina d.

3 Variáveis de decisão

 $X_{ptdh} = \begin{cases} 1, & \text{se o professor } p \text{ leciona a disciplina } d \text{ para a turma } t \text{ no horário } h \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$

4 Função objetivo

Maximizar a satisfação combinada dos professores, considerando disciplinas e horários:

$$\max \sum_{p \in P} \sum_{t \in T} \sum_{d \in D} \sum_{h \in H} X_{ptdh} \cdot PrefD_{pd} \cdot PrefH_{ph}$$

5 Restrições

1. Um professor não pode dar duas aulas no mesmo horário:

$$\sum_{t \in T} \sum_{d \in D} X_{ptdh} \le 1 \quad \forall p \in P, \forall h \in H$$

2. Uma turma só pode ter uma aula por horário:

$$\sum_{p \in P} \sum_{d \in D} X_{ptdh} \le 1 \quad \forall t \in T, \forall h \in H$$

3. Habilitação e disponibilidade: Um professor só pode lecionar se for habilitado para a disciplina e estiver disponível no horário:

$$X_{ptdh} \le 1$$
 se $Pref D_{pd} > 0$ e $Pref H_{ph} > 0$,
 $X_{ntdh} = 0$ caso contrário

4. Carga horária por professor:

$$CHM_p \le \sum_{t \in T} \sum_{d \in D} \sum_{h \in H} X_{ptdh} \le CHA_p \quad \forall p \in P$$

5. Atendimento da demanda por turma e disciplina:

$$\sum_{p \in P} \sum_{h \in H} X_{ptdh} = Aulas_{td} \quad \forall t \in T, \forall d \in D$$

6 Saída esperada

Após a execução $(pythonsolve_timetable_glpk.py)$ o resultado será exportado para dois arquivos resultado.json e resultado.txt

7 Estudo de caso

O modelo foi testado utilizando o caso da Colégio Estadual Mariano Procópio(CEMP), localizado na cidade de Areal, no Rio de Janeiro.

7.1 Coleta de Dados

Os seguintes dados foram obtidos sem maior dificuldade:

- P: 26 Professores;
- T: 12 Turmas, 4 para cada ano do ensino médio;
- D: 12 Disciplinas obrigatórias;
- H: 6 Aulas de 7:10 a 12:30, de segunda a sexta

7.2 Dados insuficientes e complitude do dataset

Devido a uma série de fatores(disponibilidade, desinteresse), alguns dados não foram completamente extraídos como:

- Carga Horária de alguns professores
- Algumas lacunas em $PrefH_{ph}$

Para que os dados fossem o mais perto da realidade, com o auxílio da IA Generativa do Gemini, o data set foi completado usando dados seguindo todas as regras definidas anteriormente, permitindo uma análise segura do resultado e a garantia de funcionamento em um caso feito totalmente de dados reais, mesmo que esse dataset seja parcialmente sintético.