

Trabajo Fin de Grado

Dinámicas en un modelo simple de acumulación de IA

Álvaro Mezquita Martínez

Curso 2023/2024

Grado en Economía

Tutor: Gonzalo Fernández de Cordoba Martos

Departamento: Teoría e Historia Económica

Declaración de originalidad y de visto bueno del tutor o tutora

Yo, Álvaro Mezquita Martínez, con DNI 77652980N, declaro:

Que este Trabajo Fin de Grado que presento para su evaluación y defensa es original, y que todas las fuentes utilizadas para su realización han sido debidamente citadas en el mismo.

Y que cuento con el visto bueno de mi tutor/a para solicitar la defensa en este llamamiento.

Málaga a 4 de julio de 2024

Firmado:

ÍNDICE

Título en inglés	1
Resumen	1
Palabras Clave	1
Introducción	2
Desarrollo	3
Marco teórico	3
Problema de la familia representativa	4
Problema de la empresa	6
Condiciones de primer orden	6
Estado estacionario	8
Los programas	9
Calibración y estática comparativa	15
Parámetros del programa	15
Calibración	16
Estatica Comparativa	20
Conclusiones	29
Referencias	34

Título en inglés

Dynamics in a simple model of AI accumulation.

Resumen

El objetivo de este trabajo es construir un modelo de equilibrio general computable que incluya las inteligencias artificiales (IA) como factor productivo en la economía. A partir de este modelo teórico se ha creado un programa que permite la computación de los estados estacionarios de las variables del modelo. Se ha calibrado el modelo por medio de un programa complementario al cual se le pueden dotar de los valores deseados para las variables. Se ha realizado ejercicios de estática comparativa donde se ven los efectos ante alteraciones en el valor de los parámetros. Este modelo determina que a mayores sean los incentivos para aumentar el nivel de las inteligencias artificiales, mayor será el bienestar del consumidor. Por otro lado, se determina que una mayor capacidad de las inteligencias artificiales de sustituir al trabajo implica un mayor detrimento de los salarios, además de bajar los niveles de consumo. Otra conclusión obtenida a partir de este modelo es el efecto positivo de la inmigración sobre la economía al aumentar la dotación de trabajo en los salarios.

Palabras clave

Economic Growth, General Equilibrium Model, Artificial Intelligence, Welfare, Stationary State.

1 INTRODUCCIÓN

El objetivo de este trabajo es construir un modelo de equilibrio general computable donde se incluya a las inteligencias artificiales (IA) como factor productivo dentro de la economía. Se busca para ello crear un programa, basado en el lenguaje MATLAB, que permita el cálculo de los estados estacionarios de las diferentes variables del sistema, permitiendo así analizar como varían estas ante cambios de los parámetros en un ejercicio de estática comparativa.

En los últimos años la industria de las inteligencias artificiales ha ido cobrando más y más importancia, como se indica en un informe acerca de las inteligencias artificiales (Ray et al., 2023). En este reporte se habla sobre como la cantidad de modelos presentados va en aumento cada año, además de mejorar su capacidad en múltiples tareas de carácter intelectual como puede ser la comprensión del lenguaje o de las matemáticas.

Estas características no deben ser ignoradas, pues tienen importantes repercusiones dentro de la economía. La capacidad de una máquina de poder sustituir o complementar el trabajo de un ser humano jugará un rol importante en la toma de decisiones de todos los agentes económicos.

Por lo tanto, el desarrollo de modelos económicos que incluyan a la inteligencia artificial podría ser crucial en el avance de nuestra disciplina, principalmente por las fuertes transformaciones que se han mencionado anteriormente.

Un artículo sobre el impacto de las inteligencias artificiales en el mercado de trabajo (Acemoglu and Restrepo, 2017) concluye que, ante la aparición de un factor productivo que sustituye a los trabajadores, definido como robots en su modelo, se produciría un aumento del desempleo y un decremento de los salarios.

Una visión más laxa sobre este campo en particular (Furman and Seamans, 2019) concluye que las inteligencias artificiales podrían afectar negativamente a los mercados laborales en el corto plazo, pero también que podría impulsar la productividad en el largo plazo aportando importantes beneficios sobre la economía.

El libro nombrado como *The Second Machine Age* (Brynjolfsson and McAfee, 2014) encuentra a las inteligencias artificiales como un salto hacia delante dentro de la economía, aportando una posición radicalmente optimista del asunto.

En esta disyuntiva no solo se habla de la sustituibilidad de las inteligencias artificiales a los seres humanos, también existe una potencial complementariedad con trabajadores como demuestra este artículo (Zhang et al., 2022).

Queda claro entonces que existe suficiente literatura para corroborar la clara disyuntiva sobre si las inteligencias artificiales son complementarias, sustitutivas o un grado medio con respecto del trabajo.

Otro planteamiento dentro de esta línea de investigación es un modelo de generaciones solapadas (Sachs and Kotlikoff, 2012) que estudia como las inteligencias artificiales sustituye a trabajadores jóvenes, pero invierte esta característica para ser complementaria con los trabajadores experimentados. Las conclusiones de este modelo se centran principalmente en el hecho de que las inteligencias artificiales harían más miserables a las generaciones más jóvenes, volviéndolas peores en cuanto a condiciones económicas se refiere a medida que van pasando de generación. También se explica como es posible dar lugar a una política que vuelva beneficiosa la aparición de este factor productivo a todas las generaciones.

Reflejar estas posibles realidades es lo que se busca dentro de este trabajo. El modelo tendrá en cuenta diferentes configuraciones de complementariedad entre el trabajo humano y el de las inteligencias artificiales. También se examinará la relación con otro factor productivo como lo es el capital.

El modelo se plantea como uno de equilibrio general dinámico porque así se podrá conseguir una perspectiva amplia de la macroeconomía, sin perder las ventajas de los modelos microfundamentados que nos permiten indagar a fondo sobre la toma de decisiones de los agentes.

2 DESARROLLO

Marco teórico

Este marco teórico está fuertemente inspirado por un modelo basado en crecimiento endógeno (Lu, 2021) en el cual se incluía tres sectores: El perteneciente a los bienes finales, el relativo a la formación de capital humano, basado en el modelo de crecimiento endógeno de capital humano (Lucas, 1988), y el referente a la creación de inteligencias artificiales, siendo este último sector la novedad del artículo al incluir un crecimiento endógeno de las inteligencias artificiales.

En el modelo del presente trabajo se han realizado diferentes cambios sobre el modelo anteriormente comentado: Para empezar se ha eliminado el sector de capital humano para facilitar los cálculos computacionales del programa, el sector de las inteligencias artificiales prescinde de su naturaleza endógena para reducir su dominio temporal, y el modelo pasa de estar basado en tiempo continuo a tiempo discreto, para volver más homogéneo el programa con el modelo. También hay que destacar la asunción de que el salario para el trabajo destinado hacia el mercado de bienes finales como el destinado al mercado de inteligencias artificiales es el mismo, permitiendo el libre movimiento del trabajo sin ser incentivado a destinar todo el trabajo en un mismo sector. Lo mismo ocurre para el capital el cual obtiene los mismo rendimientos en ambos mercados.

Esto dejaría un modelo de equilibrio general dinámico simple que permitiría una computación del programa más rápido, sin perder esas ventajas que obtenemos de los modelos microfundamentados y pudiendo analizar el impacto que tendrían las inteligencias artificiales.

El modelo

El modelo estará basado en un individuo representativo de la economía que maximice su utilidad por medio del consumo sujeto a varias restricciones, y una empresa representativa que busque maximizar los beneficios dada una tecnología.

Cuando se habla de un modelo de equilibrio general se debe tener en cuenta la ley de Walras (Walras, 1874). Esta ley nos dice que cuando $n - 1$ mercados están en equilibrio, el mercado n también lo estará, por lo tanto es imperativo normalizar uno de los precios del modelo, ya que una de las ecuaciones resultantes de las condiciones de primer orden será redundante. El nivel de precios del bien final será normalizada, es decir, $P = 1$.

Problema de la familia representativa

La familia tendrá una dotación dada de trabajo \bar{L} que representa la capacidad total de trabajo que puede aportar en la economía, siendo la elección escoger entre destinar el trabajo al sector de bienes finales, $L_{f,t}$, o al sector productivo de las inteligencias artificiales, $L_{a,t}$.

El sujeto también escoge el uso del capital preexistente del periodo t , K_t hacia los bienes finales, $K_{f,t}$, y las inteligencias artificiales, $K_{a,t}$. Se asume que el capital es propiedad de las familias quienes alquilan el factor a la empresa productiva.

Al igual que con el capital, se asume que las familias son propietarias de las inteligencias artificiales, y que estas son alquiladas por la empresa a cambio de una remuneración. El proceso de acumulación de inteligencias artificiales sigue la siguiente ecuación:

$$A_{t+1} = DL_{a,t}^{\phi} K_{a,t}^{\theta} + (1 - \delta_A) A_t$$

$$\phi, \theta \in (0, 1)$$

Como se puede observar el nivel de inteligencia artificial presente, A_t , se depreciará a una tasa constante δ_A , y la inteligencia artificial nueva se formará con una tecnología de producción Cobb-Douglas (Cobb and Douglas, 1928). Dicha tecnología tendrá como parámetros D , que representa la productividad total de todos los factores de la tecnología que produce inteligencias artificiales, ϕ , la elasticidad producto de $L_{a,t}$, y θ , la elasticidad producto de $K_{a,t}$. Para evitar economías de escala, se asume que $\phi + \theta = 1$

La restricción presupuestaria vendrá dada por la siguiente ecuación:

$$C_t + K_{t+1} - (1 - \delta_k) K_t \leq Y_t$$

Se puede observar en el lado izquierdo de la ecuación los usos dentro de la economía, básicamente consumo, C_t , e inversión, $K_{t+1} - (1 - \delta_k) K_t$. En el lado derecho encontramos los recursos totales de la economía expresados como la producción.

Esta producción se establece sobre la siguiente función de tecnología:

$$Y(K_{f,t}, L_{f,t}, A_t) = F K_{f,t}^{1-\alpha} \left[(1 - \sigma) L_{f,t}^{-\gamma} + \sigma A_t^{-\gamma} \right]^{-\frac{\alpha}{\gamma}}$$

$$\alpha \in (0, 1)$$

La función se trata de una combinación entre una función Cobb-Douglas y una función de elasticidad de sustitución constante, CES por sus siglas en inglés (Arrow et al., 1961). F simboliza la productividad total de los factores para la producción de bienes finales, α representa la elasticidad producto de la función CES, γ el grado de sustituibilidad entre $L_{f,t}$ y A_t , y σ el parámetro de proporción de A_t

La utilidad del consumidor será representada por una función de utilidad isoelástica (Merton, 1971) transformada en una función logarítmica al asumir que el parámetro de riesgo se iguala a 1. Esta utilidad será descontada temporalmente por β (Samuelson, 1937).

Se asume que tanto K_0 como A_0 vienen dadas como dotaciones, por tanto el problema de maximización del consumidor será:

$$\begin{aligned}
 & \max \sum_{t=1}^{\infty} \beta^{t-1} \log C_t \\
 & \text{s.a} \\
 & C_t + K_{t+1} - (1 - \delta_k)K_t \leq FK_{f,t}^{1-\alpha} \left[(1 - \sigma)L_{f,t}^{-\gamma} + \sigma A_t^{-\gamma} \right]^{-\frac{\alpha}{\gamma}} \\
 & A_{t+1} \leq DL_{at}^{\phi} K_{at}^{\theta} + (1 - \delta_A)A_t \\
 & K_{at} + K_{ft} \leq K_t \\
 & L_{at} + L_{ft} \leq \bar{L} \\
 & 0 < \beta < 1 \\
 & A_0, K_0 \text{ dados}
 \end{aligned}$$

Problema de la empresa

El problema de la empresa será uno de maximización de beneficios para cada periodo t . La función de beneficios de la empresa representativa seguirá la siguiente estructura:

$$\Pi_t = Y_t(K_{f,t}, L_{f,t}, A_t) - w_t L_{ft} - r_t^k K_{ft} - r_t^A A_t$$

Donde $Y_t = FK_{f,t}^{1-\alpha} \left[(1 - \sigma)L_{f,t}^{-\gamma} + \sigma A_t^{-\gamma} \right]^{-\frac{\alpha}{\gamma}}$. En cuanto a los costes w_t representaría el salario por el trabajo, r_t^k las rentas del capital y r_t^A las rentas de las inteligencias artificiales.

Condiciones de primer orden

Para el problema del consumidor se obtiene la siguiente función auxiliar de Lagrange:

$$\begin{aligned}
 L(\Omega) = \sum_{t=1}^{\infty} \beta^{t-1} \left[\log C_t + \lambda_t [FK_{f,t}^{1-\alpha} \left[(1 - \sigma)L_{f,t}^{-\gamma} + \sigma A_t^{-\gamma} \right]^{-\frac{\alpha}{\gamma}} - C_t - K_{t+1} + (1 - \delta_k)K_t] \right. \\
 \left. + \mu_t [DL_{at}^{\phi} K_{at}^{\theta} + (1 - \delta_A)A_t - A_{t+1}] \right. \\
 \left. + \kappa_t [K_t - K_{ft} - K_{at}] \right. \\
 \left. + \psi_t [\bar{L} - L_{ft} - L_{at}] \right]
 \end{aligned}$$

Donde λ_t , μ_t , κ_t y ψ_t son los multiplicadores de Lagrange que acompañan a las restricciones del problemas de individuo representativo.

Sus condiciones de primer orden serán por consecuente:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial L(\Omega)}{\partial C_t} &= \frac{1}{C_t} - \lambda_t = 0 \\
\frac{\partial L(\Omega)}{\partial K_t} &= -\lambda_{t-1} + \beta(\kappa_t + \lambda_t(1 - \delta_k)) = 0 \\
\frac{\partial L(\Omega)}{\partial K_{at}} &= -\kappa_t + \mu_t \theta D L_{at}^\phi K_{at}^{\theta-1} = 0 \\
\frac{\partial L(\Omega)}{\partial K_{ft}} &= \lambda_t [(1 - \alpha) F K_{ft}^{-\alpha} [(1 - \sigma) L_{ft}^{-\gamma} + \sigma A_t^{-\gamma}]^{-\frac{\alpha}{\gamma}}] - \kappa_t = 0 \\
\frac{\partial L(\Omega)}{\partial L_{at}} &= -\psi_t + \mu_t \phi D K_{at}^\theta L_{at}^{\phi-1} = 0 \\
\frac{\partial L(\Omega)}{\partial L_{ft}} &= \lambda_t [F K_{ft}^{1-\alpha} \left(-\frac{\alpha}{\gamma}\right) [(1 - \sigma) L_{ft}^{-\gamma} + \sigma A_t^{-\gamma}]^{-\frac{\alpha}{\gamma}-1} (1 - \sigma)(-\gamma) L_{ft}^{-\gamma-1}] - \psi_t = 0 \\
\frac{\partial L(\Omega)}{\partial A_t} &= \beta \mu_t (1 - \delta_A) - \mu_{t-1} \\
&\quad + \beta \lambda_t (F K_{ft}^{1-\alpha} \left(-\frac{\alpha}{\gamma}\right) [(1 - \sigma) L_{ft}^{-\gamma} + \sigma A_t^{-\gamma}]^{-\frac{\alpha}{\gamma}-1} (-\gamma) \sigma A_t^{-\gamma-1}) = 0 \\
\frac{\partial L(\Omega)}{\partial \mu_t} &= D L_{at}^\phi K_{at}^\theta + (1 - \delta_A) A_t - A_{t+1} = 0 \\
\frac{\partial L(\Omega)}{\partial \kappa_t} &= K_t - K_{ft} - K_{at} = 0 \\
\frac{\partial L(\Omega)}{\partial \psi_t} &= \bar{L} - L_{ft} - L_{at} = 0 \\
\frac{\partial L(\Omega)}{\partial \lambda_t} &= F K_{ft}^{1-\alpha} [(1 - \sigma) L_{ft}^{-\gamma} + \sigma A_t^{-\gamma}]^{-\frac{\alpha}{\gamma}} - C_t - K_t + (1 - \delta_k) K_{t-1} = 0
\end{aligned}$$

Las condiciones de primer orden para la función de beneficios serán:

$$\begin{aligned}
Q_t &= (1 - \sigma) L_{ft}^{-\gamma} + \sigma A_t^{-\gamma} \\
\frac{\partial \Pi}{\partial K_{ft}} &= (1 - \alpha) F K_{ft}^{-\alpha} Q_t^{-\frac{\alpha}{\gamma}} - r_t^k = 0 \\
\frac{\partial \Pi}{\partial L_{ft}} &= \alpha F K_{ft}^{1-\alpha} Q_t^{-\frac{\alpha}{\gamma}-1} (1 - \sigma) L_{ft}^{-\gamma-1} - w_t = 0 \\
\frac{\partial \Pi}{\partial A_t} &= \alpha F K_{ft}^{1-\alpha} Q_t^{-\frac{\alpha}{\gamma}-1} \sigma A_t^{-\gamma-1} - r_t^A = 0
\end{aligned}$$

Estado estacionario

Conociendo las condiciones de primer orden que maximizan ambos problemas, podemos obtener los estados estacionarios de las variables. Estos valores se obtienen cuando $t \rightarrow \infty$, y representan el nivel de las variables en el largo plazo.

Para el problema de consumidor obtenemos que en el estado estacionario:

$$\frac{1}{C} - \lambda = 0 \quad (1)$$

$$-\lambda + \beta(\kappa + \lambda(1 - \delta_k)) = 0 \quad (2)$$

$$-\kappa + \mu\theta DL_a^\phi K_a^{\theta-1} = 0 \quad (3)$$

$$\lambda(1 - \alpha)FK_f^{-\alpha}Q_t^{-\frac{\alpha}{\gamma}} - \kappa = 0 \quad (4)$$

$$-\psi + \mu\phi DK_a^\theta L_a^{\phi-1} = 0 \quad (5)$$

$$\lambda FK_f^{1-\alpha}\alpha Q^{-\frac{\alpha}{\gamma}-1}(1 - \sigma)L_f^{-\gamma-1} - \psi = 0 \quad (6)$$

$$\beta\mu(1 - \delta_A) - \mu + \beta\lambda FK_f^{1-\alpha}\alpha Q^{-\frac{\alpha}{\gamma}-1}\sigma A^{-\gamma-1} = 0 \quad (7)$$

$$DL_a^\phi K_a^\theta - \delta_A A = 0 \quad (8)$$

$$K - K_f - K_a = 0 \quad (9)$$

$$\bar{L} - L_f - L_a = 0 \quad (10)$$

$$FK_f^{1-\alpha} \left[(1 - \sigma)L_f^{-\gamma} + \sigma A^{-\gamma} \right]^{-\frac{\alpha}{\gamma}} - C - K + (1 - \delta_k)K = 0 \quad (11)$$

Mientras que del problema de la empresa conseguimos:

$$(1 - \sigma)L_f^{-\gamma} + \sigma A^{-\gamma} - Q = 0 \quad (12)$$

$$(1 - \alpha)FK_f^{-\alpha}Q^{-\frac{\alpha}{\gamma}} - r^k = 0 \quad (13)$$

$$\alpha(1 - \sigma)FK_f^{1-\alpha}Q^{-\frac{\alpha}{\gamma}-1}L_f^{-\gamma-1} - w = 0 \quad (14)$$

$$\alpha\sigma FK_f^{1-\alpha}Q^{-\frac{\alpha}{\gamma}-1}A^{-\gamma-1} - r^A = 0 \quad (15)$$

El numero de ecuaciones que tenemos es de 15, mientras que el numero de incóg-

nitás

$$\{C, \lambda, \kappa, r^k, \mu, L_a, K_a, \psi, r^A, A, L_f, K, K_f, w, Q\}$$

también son 15. Por lo tanto, tenemos un sistema de ecuaciones completo y que puede resolverse.

Para el cálculo de las variables en estado estacionario se optará por utilizar el algoritmo de Newton-Ramphson, más concretamente su variación del método de la secante. Este algoritmo permite encontrar las raíces de las funciones sin necesidad de un desarrollo analítico, lo cual es especialmente útil cuando las funciones son significativamente no lineales como es el caso del modelo que se ha elaborado

Se asume que se conoce el valor de K_a , L_a y K_f . Estas variables actuarán como semilla, lo que hará funcionar el algoritmo de Newton-Ramphson. Este sistema de ecuaciones necesariamente tiene que devolver tres ecuaciones que no necesitan resolverse. y es así porque ya se conocen el valor de todas las variables de esas ecuaciones. Estas sobras son las que se utilizarán para comprobar el sistema al buscar sus raíces como función.

La siguiente tabla mostrará el orden en el que se obtienen las variables y de qué ecuaciones:

Conocido	Ecuación	Desconocido
$\{K_a, L_a, K_f, L_f\}$	by (10)	$\{\psi, \mu, \kappa, \lambda, C, K, r^A, w, r^k, Q, A\}$
$\{K_a, L_a, K_f, L_f, A\}$	by (8)	$\{\psi, \mu, \kappa, \lambda, C, K, r^A, w, r^k, Q\}$
$\{K_a, L_a, K_f, L_f, A, Q\}$	by (12)	$\{\psi, \mu, \kappa, \lambda, C, K, r^A, w, r^k\}$
$\{K_a, L_a, K_f, L_f, A, Q, r^k\}$	by (13)	$\{\psi, \mu, \kappa, \lambda, C, K, r^A, w\}$
$\{K_a, L_a, K_f, L_f, A, Q, r^k, w\}$	by (14)	$\{\psi, \mu, \kappa, \lambda, C, K, r^A\}$
$\{K_a, L_a, K_f, L_f, A, Q, r^k, w, r^A\}$	by (15)	$\{\psi, \mu, \kappa, \lambda, C, K\}$
$\{K_a, L_a, K_f, L_f, A, Q, r^k, w, r^A, K\}$	by (9)	$\{\psi, \mu, \kappa, \lambda, C\}$
$\{K_a, L_a, K_f, L_f, A, Q, r^k, w, r^A, K, C\}$	by (11)	$\{\psi, \mu, \kappa, \lambda\}$
$\{K_a, L_a, K_f, L_f, A, Q, r^k, w, r^A, K, C, \lambda\}$	by (1)	$\{\psi, \mu, \kappa\}$
$\{K_a, L_a, K_f, L_f, A, Q, r^k, w, r^A, K, C, \lambda, \kappa\}$	by (2)	$\{\psi, \mu\}$
$\{K_a, L_a, K_f, L_f, A, Q, r^k, w, r^A, K, C, \lambda, \kappa, \mu\}$	by (3)	$\{\psi\}$
$\{K_a, L_a, K_f, L_f, A, Q, r^k, w, r^A, K, C, \lambda, \kappa, \mu, \psi\}$	by (5)	$\{\}$

Cuadro 2.1: Orden en el despeje de las variables

Las ecuaciones (4), (6) y (7) no se utilizaron, por lo que actuarán como ecuaciones a comprobar por el algoritmo de Newton-Ramphson.

Los programas

En este epígrafe se explicará los programas que computarán el cálculo de los estados estacionarios del modelo presentado.

Como se ha mencionado anteriormente, estos programas estarán basados en lenguaje MATLAB, por lo que se podrán ejecutar tanto en entorno del propio MATLAB (MathWorks, 2022) como en GNU Octave (The Octave Community, 2023)

El primero de ellos, `main_v3.m`, será el principal programa desde el cual se ejecutarán el resto, además de especificar los parámetros y la semilla del programa. También calcula el resto de las variables tras determinar K_a , L_f y K_f siguiendo el mismo orden de la tabla 2.1. Su código es el siguiente:

```
%{
NAME
    main_v3.m Computes an steady state equilibrium for an
    artificial economy that produces and uses AI
SYNOPSIS
    Execute at the octave prompt as >> main_v3,
    or python model0 at the Linux terminal
AUTHOR
    Gonzalo F. de Cordoba & Alvaro Mezquita
LICENSE
    Copyright © 2024 License GPLv3+: GNU GPL version 3 or
    ↪ later
    <http://gnu.org/licenses/gpl.html>.
    This is free software: you are free to change and
    ↪ redistribute it
    There is NO WARRANTY, to the extent permitted by law.
DESCRIPTION
    Has two dependencies: ss_v5.m where the set of conditions
    ↪ are
    placed and secant.m together with the imported libraries

    This program solves the steady state of the following
    ↪ economy:

    A representative consumer maximizes discounted utility
    ↪ with a set of
    constraints over output and the amount of AI that can get
    ↪ out of the
```

existing AI and a sacrifice of capital and labor
 \rightarrow augmening AI.

```
Max beta^{t-1} log C{t}
s. t.   C_{t} + K_{t+1} - (1-\delta_{k})K_{t} =
 $\rightarrow$  FK_{f,t}^{1-\alpha}
left[(1-\sigma)L_{f,t}^{-\gamma} + \sigma A_{t}^{-\gamma}
\right]^{-\frac{\alpha}{\gamma}} = A_{t+1}
DL_{at}^{\phi}K_{at}^{\theta} + (1-\delta_A)A_{t}
K_{at} + K_{ft} = K_{t}
L_{at} + L_{ft} = \bar{L}
A_{0}, K_{0} given
```

A profit maximizing firm

```
Max Y_{t}(K_{f,t}, L_{f, t}, A_{t}) - w_{t}L_{ft} -
 $\rightarrow$  r_{t}^k K_{ft}
- r_{t}^A A_{t}
```

Operates a technology

```
Y_{t} = FK_{f,t}^{1-\alpha} \left[(1-\sigma)L_{f,t}^{-\gamma} +
 $\rightarrow$  +
\sigma A_{t}^{-\gamma} \right]^{-\frac{\alpha}{\gamma}}
```

```
%}
```

```
clear all
```

```
% Definicion de parametros
```

```
beta = 0.99;
```

```
delta_a = 0.05;
```

```
delta_k = 0.01;
```

```
D = 1;
```

```
phi = 0.75;
```

```

theta = 1-phi;
F = 1;
alpha = 0.80;
gamma = 0.5;
sigma = 0.5;
Lbar = 1;

% Definicion de parametros del programa
maxit = 1000;
crit = 1e-5;

% Calculo del estado estacionario
param = [beta delta_a delta_k D phi theta F alpha gamma sigma
↪ Lbar];
ss_0=[10 0.5 10]';

sol_ss= secant("ss_v5", ss_0, param, crit, maxit);

Ka = sol_ss(1);
La = sol_ss(2);
Kf = sol_ss(3);

Lf = Lbar-La ;
A = D*La^phi*Ka^theta/delta_a;
Q = (1-sigma)*Lf^(-gamma)+sigma*A^(-gamma);
Rk = F*(1-alpha)*Kf^(-alpha)*Q^(-alpha/gamma);
W =
↪ F*alpha*(1-sigma)*Kf^(1-alpha)*Q^(-alpha/gamma-1)*Lf^(-gamma-1);
Ra =
↪ F*alpha*sigma*Kf^(1-alpha)*Q^(-alpha/gamma-1)*A^(-gamma-1);
K = Ka+Kf;
C =
↪ F*Kf^(1-alpha)*((1-sigma)*Lf^(-gamma)+sigma*A^(-gamma))^(-alpha/gamma)
↪ ...
- delta_k*K;
Y =
↪ F*Kf^(1-alpha)*((1-sigma)*Lf^(-gamma)+sigma*A^(-gamma))^(-alpha/gamma);

```

```
lambda = 1/C;
kappa = lambda/beta-lambda*(1-delta_k);
mu = kappa/(theta*D*La^phi*Ka^(theta-1));
psi = mu*phi*D*Ka^theta*La^(phi-1);
```

La siguiente función (Urrutia, 1998) ejecutará el algoritmo de Newton-Ramphson por medio del método secante. Esta variante nos permite obtener las raíces sin necesidad de calcular las derivadas de cada ecuación, como sería el caso del método clásico:

```
function x=secant(func,x0,param,crit,maxit)
%secant.m Program to solve a system of simultaneous equations
%x=secant(func,x0,param,crit,maxit) uses the method of secants
↪ to solve
%the following system:
%      f1(z1,z2,...,zn)=0
%      f2(z1,z2,...,zn)=0
%      :                      (*)
%      :
%      fn(z1,z2,...,zn)=0
%where x=[z1,z2,...,zn] is the vector that solves (*).
%To use this function, we need to specify 'func' which is a
↪ 'string'
%with the name of the m.file that contains the function f and
↪ its Jacobian J.
%If necessary, use the vector 'param' to include additional
↪ parameters of that function.
%The arguments x0,crit and maxit are the initial values for x,
↪ the convergence criterion and the
%maximum number of iterations respectively
%Program by Carlos Urrutia
del=diag(max(abs(x0)*1e-4,1e-8));
n=length(x0);
for i=1:maxit
    f=feval(func,x0,param);
    for j=1:n
        J(:,j)=(f-feval(func,x0-del(:,j),param))/del(j,j);
    end
```



```

x=x0-inv(J)*f;
if norm(x-x0, 'fro')<crit
    break
end
x0=x;
end
if i >=maxit
    sprintf('warning: max number of g% iterations attained',
        ↪ maxit)
end

```

Y por último el programa que contendrá las funciones de las condiciones de primer orden de las ecuaciones en estado estacionario. Primero se cargarán los parámetros que el programa necesita, después irá despejando las variables según el orden mostrado en la tabla 2.1, y finalmente buscará las raíces de las ecuaciones (4), (6) y (7):

```

function f = ss_v5(z, p)
% Definicion de parametros
beta = p(1);
delta_a = p(2);
delta_k = p(3);
D = p(4);
phi = p(5);
theta = p(6);
F = p(7);
alpha = p(8);
gamma = p(9);
sigma = p(10);
Lbar = p(11);

% Asumo que conozco K_a L_a y Kf.
Ka = z(1) ;
La = z(2);
Kf = z(3);

Lf = Lbar-La ;
A = D*La^phi*Ka^theta/delta_a;
Q = (1-sigma)*Lf^(-gamma)+sigma*A^(-gamma);

```

```

Rk = F*(1-alpha)*Kf^(-alpha)*Q^(-alpha/gamma);
W =
    ↪ F*alpha*(1-sigma)*Kf^(1-alpha)*Q^(-alpha/gamma-1)*Lf^(-gamma-1);
Ra =
    ↪ F*alpha*sigma*Kf^(1-alpha)*Q^(-alpha/gamma-1)*A^(-gamma-1);
K = Ka+Kf;
C =
    ↪ F*Kf^(1-alpha)*((1-sigma)*Lf^(-gamma)+sigma*A^(-gamma))^(-alpha/gamma)
    ↪ - delta_k*K;
lambda = 1/C;
kappa = lambda/beta-lambda*(1-delta_k);
mu = kappa/(theta*D*La^phi*Ka^(theta-1));
psi = mu*phi*D*Ka^theta*La^(phi-1);

f(1) = lambda*(1-alpha)*F*Kf^(-alpha)*Q^(-alpha/gamma)-kappa;
f(2) = lambda*alpha*(1-sigma)*F*Kf^(1-alpha)*Q^(-alpha/gamma-1)
    ↪ *Lf^(-gamma-1)-psi;
f(3) =
    ↪ alpha*sigma*F*Kf^(1-alpha)*Q^(-alpha/gamma-1)*A^(-gamma-1)-
    ↪ mu/beta+mu*(1-delta_a);
f = f';

```

Con estos tres programas se podrá calcular el estado estacionario de la variables del modelo planteado. Tan solo sería necesario cargar estos programas y ejecutar `main_v3.m`.

Calibración y estática comparativa

Parámetros del programa

A continuación se mostrarán los valores del programa base sobre los cuales se harán ejercicios de estática comparativa:

β	δ_a	δ_k	D	ϕ	θ	F	α	γ	σ	\bar{L}
0.99	0.05	0.01	1	0.75	0.25	1	0.8	0.5	0.5	1

Cuadro 2.2: Valores de los parámetros en el programa

Una característica sobre la cual hay que hacer énfasis es que $\delta_k < \delta_a$, y esto debe ser así porque las inteligencias artificiales requieren de un desarrollo e investigación superior al capital para que las empresas puedan sostener su competitividad, por lo

tanto su depreciación ha de ser mayor.

Por otra parte, \bar{L} puede ser interpretado de varias maneras dependiendo del análisis que se desea hacer, ya sea considerarlo, por ejemplo, como el número total de horas a trabajar o el total de la población activa.

Calibración

Para comprobar el verdadero control sobre el programa, se procederá a calibrar el modelo con una serie de valores que se deseen obtener.

Se asumirá el valor de $D, \phi, \sigma, \bar{L}, A, Y, C, K, K_a, K_f$ y L_a , mientras que el resto de variables y parámetros se podrán obtener de las ya establecidas. Se asumirá que $K = 3,5 Y$, $K_a = \frac{1}{4} K$ y $K_f = \frac{3}{4} K$.

La siguiente tabla 2.3 mostrará una serie de valores con los cuales se dotarán las variables asumidas:

D	ϕ	σ	\bar{L}	A	Y	C	L_a	K	K_a	K_f
1	0.75	0.5	100	110	100	75	25	350	87.5	262.5

Cuadro 2.3: Valores del supuesto

Sabiendo esto se puede obtener analíticamente $\theta = 1 - \phi = 0,25$, $L_f = \bar{L} - L_a = 75$, y $\delta_a = \frac{34,195}{110}$ que la obtenemos de la ecuación 8. A partir de aquí se requiere conocer α y γ , pero estos parámetros no se han supuesto previamente ya que se pueden calcular para obtener los valores objetivos.

El problema es que estos parámetros son difíciles de obtener analíticamente por las características no lineales del modelo. Para resolverlo se volverá a llamar al algoritmo de Newton-Ramphson en un programa que nos permitirá conocer sus valores y del resto para los cuales se cumple los valores supuestos en la tabla 2.3.

Primero obtendremos F despejándolo de la función de producción, luego δ_k lo despejaremos de la ecuación de demanda agregada, $Y = C + \delta_k K$, y β de la ecuación 4.

Se utilizará la ecuación 6 y 7 para comprobar el valor de α y γ

El programa principal, `calibration.m`, desde donde se llamará al programa secante anteriormente presentado será:

```
clear all

D = 1;
phi = 0.75;
theta = 1-phi;
sigma = 0.5;
Lbar = 100;
A= 110;
Y=100;
C=75;
La=25;

% Definicion de parametros del programa
maxit = 1000;
crit = 1e-5;
seed=[0.35 0.5]';
param=[D phi theta sigma Lbar A Y C La];
sol=secant("aux_calibration", seed, param, crit, maxit)

alpha=sol(1)
gamma=sol(2)

K=3.5*Y;
Ka=K/4;
Kf= K*3/4;
Lf = Lbar-La ;
delta_a=(D*La^phi*Ka^theta)/A;
F=Y/(Kf^(1-alpha)*((1-sigma)*Lf^(-gamma)
↪ +sigma*A^(-gamma))^(-alpha/gamma));
K=Ka+Kf;
delta_k= (Y-C)/K;
lambda = 1/C;
Q = (1-sigma)*Lf^(-gamma)+sigma*A^(-gamma);
```

```
beta=lambda/(lambda*(1-alpha)*F*Kf^(-alpha)*Q^(-alpha/gamma)
↳ +lambda*(1-delta_k));
```

El *script* auxiliar, `aux_calibration.m`, será la parte del programa que contenga las funciones que permitan comprobar el valor de α y γ :

```
function f = aux_calibration (z, p)
%param=[D phi theta sigma Lbar A Y C La]
D=p(1) ;
phi=p(2) ;
theta=p(3);
sigma=p(4);
Lbar=p(5);
A=p(6);
Y=p(7);
C=p(8);
La=p(9);

alpha=z(1);
gamma=z(2);

K=3.5*Y;
Ka=K/4;
Kf= K*3/4;

Lf = Lbar-La ;
delta_a=(D*La^phi*Ka^theta)/A;
F=Y/(Kf^(1-alpha)*((1-sigma)*Lf^(-gamma)+sigma*A^(-gamma))^(-alpha/gamma));
delta_k= (Y-C)/K;
lambda = 1/C;
Q = (1-sigma)*Lf^(-gamma)+sigma*A^(-gamma);

%f(1) = lambda*(1-alpha)*F*Kf^(-alpha)*Q^(-alpha/gamma)
↳ -lambda/beta+lambda*(1-delta_k));
beta=lambda/(lambda*(1-alpha)*F*Kf^(-alpha)*Q^(-alpha/gamma)
↳ +lambda*(1-delta_k));
kappa = lambda/beta-lambda*(1-delta_k);
mu = kappa/(theta*D*La^phi*Ka^(theta-1));
```

```
psi = mu*phi*D*Ka^theta*La^(phi-1);
```

```
f(1) =
```

```
↪ lambda*alpha*(1-sigma)*F*Kf^(1-alpha)*Q^(-alpha/gamma-1)*Lf^(-gamma-1)
```

```
↪ -psi;
```

```
f(2) =
```

```
↪ alpha*sigma*F*Kf^(1-alpha)*Q^(-alpha/gamma-1)*A^(-gamma-1)
```

```
↪ -mu/beta+mu*(1-delta_a);
```

```
f=f';
```

```
endfunction
```

A continuación se mostrará una tabla con los resultados esperados y los obtenidos por un programa modificado de `main_v3.m`, donde se han incluido los parámetros calculados:

Variable	Target	Resultados Obtenidos
Y	100	99.997
C	75	74.991
I	25	25.005
K	350	350.07
δ_k	0.071429	0.071429
L_a	25	25.001
L_f	25	74.999
K_a	87.5	87.526
K_f	262.5	262.55
A	110	110
α	0.7512	0.7512
σ	0.5	0.5
γ	13.201	13.201
F	0.9388	0.9388
D	1	1
ϕ	0.75	0.75
θ	0.25	0.25
δ_a	0.3109	0.3109
β	0.9772	0.9772
\bar{L}	100	100

Cuadro 2.4: Tabla de comparación entre variables esperadas y obtenidas

Se obtienen resultados muy similares, por lo tanto se puede afirmar que, con el programa descrito para la calibración, se puede ajustar el modelo a situaciones con diferentes valores para las variables.

Estática Comparativa

En este subepígrafe se centrará en estudiar los efectos que tienen lugar en la economía simulada a largo plazo ante cambios de los parámetros. Se modificarán los valores de un parámetro manteniendo el resto tal y como se muestra en el cuadro 2.2.

A continuación se enseñarán una serie de gráficas que muestran dichos efectos:

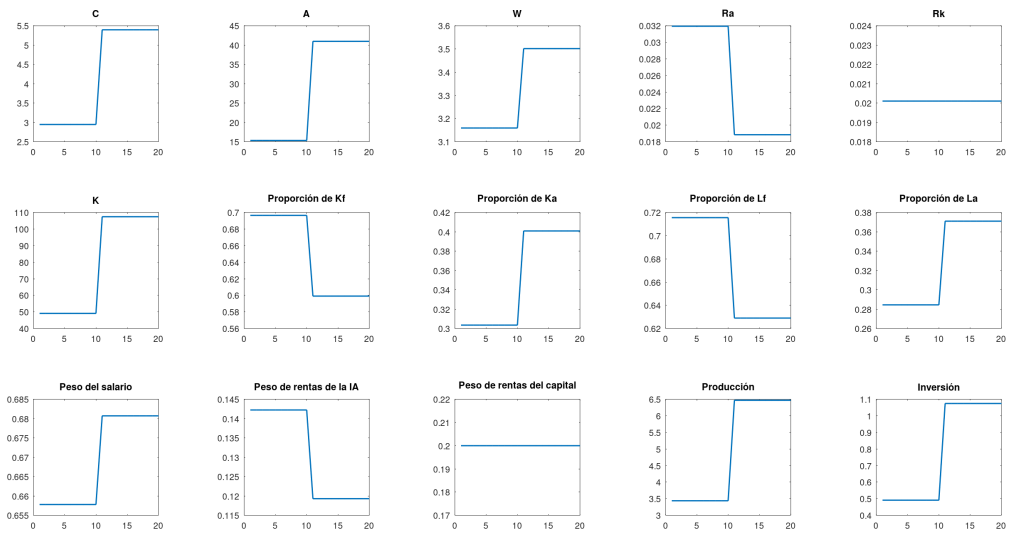


Figura 2.1: Estado estacionario de las variables cuando $\bar{L} = 1$ y $\bar{L} = 2$

En esta primera figura 2.1 se asumirá un aumento en la dotación total de trabajo. Podría interpretarse como la entrada de inmigrantes dentro de la economía, aunque puede cambiar dependiendo del análisis que se desee hacer.

Se puede observar como el aumento de la dotación de trabajo va acompañado por un aumento en los niveles de A y K . Al igual que la inversión, el consumo aumenta, lo que da lugar a una mayor producción dentro de la economía.

En cuanto a la proporción de K_f y K_a se observa un mayor proporción de capital destinado al sector de las inteligencias artificiales en detrimento del mercado de bienes finales. Lo mismo ocurre con el trabajo, el cual es más destinado al sector de las inteligencias artificiales

El salario experimenta un aumento a pesar de haber crecido la dotación de trabajo. A priori esto parece contradecir nociones básicas de la economía, sin embargo al fijarse en la variable A , la cual representaba el nivel de inteligencias artificiales, se puede percatar de que la nueva población activa en vez de ser destinada al mercado de bienes finales es dirigida hacia el sector de inteligencias artificiales, generando un mayor nivel de estas y por tanto aumentando la productividad del trabajo, ya que se asume cierto grado de complementariedad entre ambas ($\gamma = 0,5$).

Las rentas de las inteligencias artificiales empeoran, debido a un mayor nivel de inteligencias artificiales que merma su productividad. También pierde peso frente al salario en la renta nacional, mientras que el capital mantiene su peso estático.

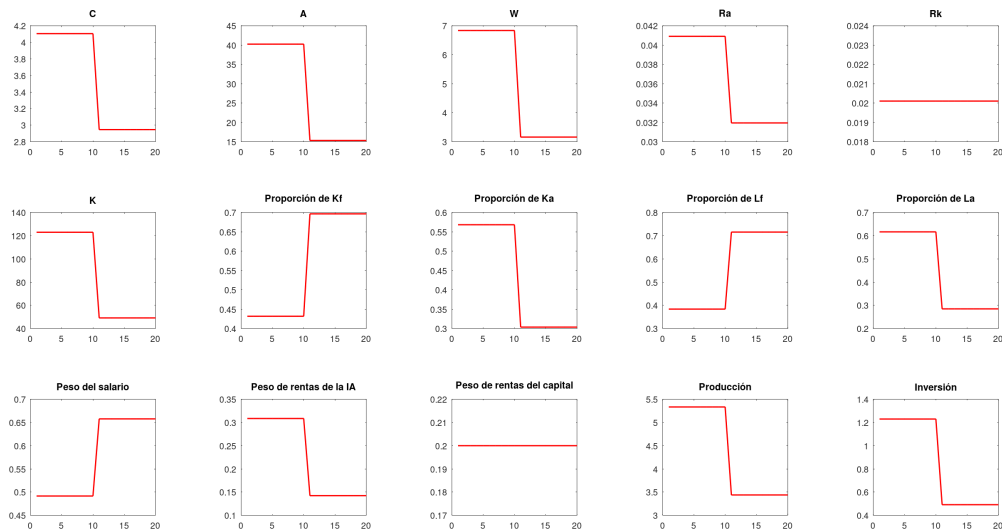


Figura 2.2: Estado estacionario de las variables cuando $\gamma = 0,1$ y $\gamma = 0,5$

La figura 2.2 muestra las diferentes variaciones que experimenta la economía ante un cambio en γ , el cual era el parámetro que determinaba el grado de sustituibilidad entre L_f y A .

Tanto los niveles de capital como de inteligencias artificiales bajan a medida que estas solapan más al trabajo.

Los niveles de consumo, por otra parte, también empeoran junto con la inversión, por lo tanto la producción en el largo plazo será menor a medida que aumente el grado de sustituibilidad.

La proporción destinada al mercado del bien intermedio, tanto por parte del trabajo como del capital, se ve achicada. Una explicación a este fenómeno es que, a medida que la inteligencia artificial sustituya más al trabajador, este último tendrá menos incentivos a crear inteligencias artificiales que disminuyan sus salarios.

Tanto el salario como las rentas de las inteligencias artificiales disminuyen, aunque las rentas del capital se mantienen estáticas. Esta situación se puede explicar como causa del problema de maximización de beneficios de la empresa representativa, la cual tendrá un mayor poder de negociación al ser sus factores productivos L_f y A más sustituibles.

El peso del salario sobre la renta nacional aumenta frente al peso de las rentas de las inteligencias artificiales. Esto se debe al menor nivel de inteligencias artificiales y rendimientos de ellas.

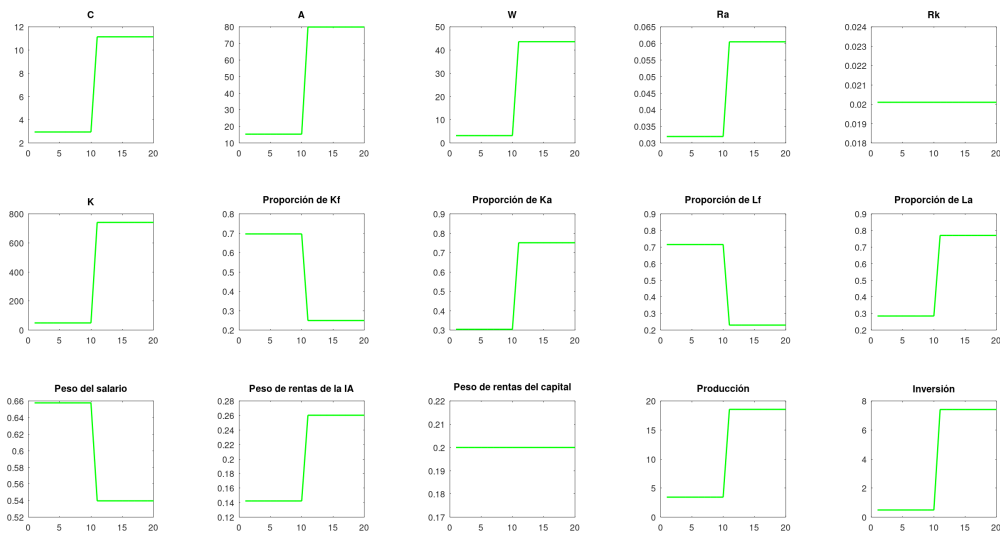


Figura 2.3: Estado estacionario de las variables cuando $\sigma = 0,5$ y $\sigma = 0,9$

La figura 2.3 nos muestra las modificaciones de la economía cuando el parámetro de proporción entre L_f y A , σ , cambia.

Se aprecia un aumento en los niveles de capital e inteligencias artificiales a media que estas tienen una mayor proporción.

El consumo y la inversión aumentan, por lo cual se requiere de una mayor producción que sostenga la demanda agregada.

A medida que aumenta σ , los factores productivos de la economía, K y \bar{L} , se irán destinando proporcionalmente más hacia el sector del bien intermedio en vez del mercado de bienes finales.

Tanto los salarios como las rentas de las inteligencias artificiales aumentan. En cuanto a su peso relativo, las rentas de las inteligencias artificiales aumentan a costa del peso del salario.

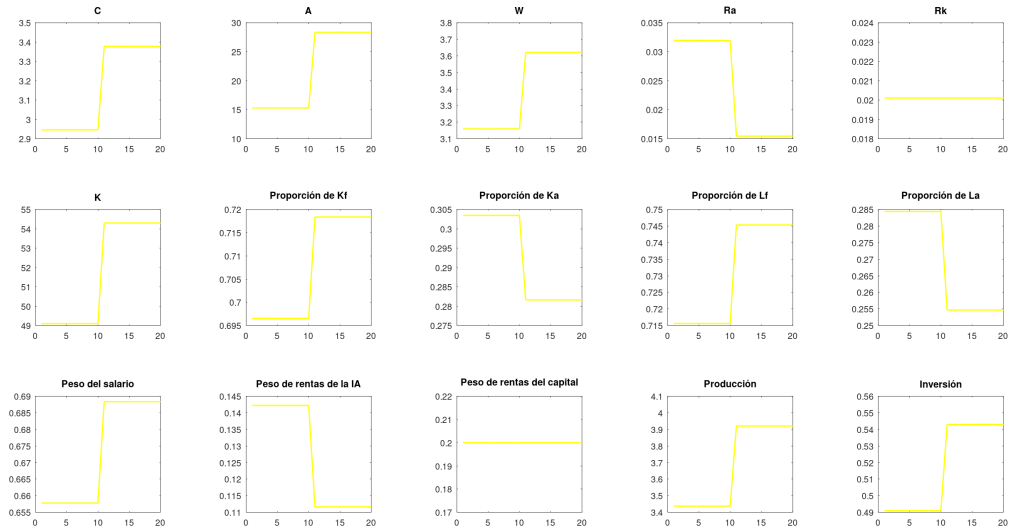


Figura 2.4: Estado estacionario de las variables cuando $D = 1$ y $D = 2$

Las gráficas de la figura 2.4 muestran las consecuencias económicas de aumentar la productividad en la tecnología que produce A , es decir, inteligencias artificiales.

Se registra un aumento en los niveles de inteligencias artificiales y del capital total al aumentar el parámetro D .

Tanto el consumo como la inversión también se incrementan, lo que acrecienta, por definición, la producción.

La proporción de L_f y K_f aumentan frente a L_a y K_a . La justificación de este fenómeno es que el individuo ya no necesita invertir tantos recursos para generar el mismo nivel de inteligencias artificiales a medida que aumenta la productividad.

El salario aumenta mientras que las rentas de las inteligencias artificiales disminuyen. El motivo es el aumento del nivel de inteligencias artificiales

El porción de los salarios sobre la renta nacional aumenta en detrimento de las rentas de las inteligencias artificiales.

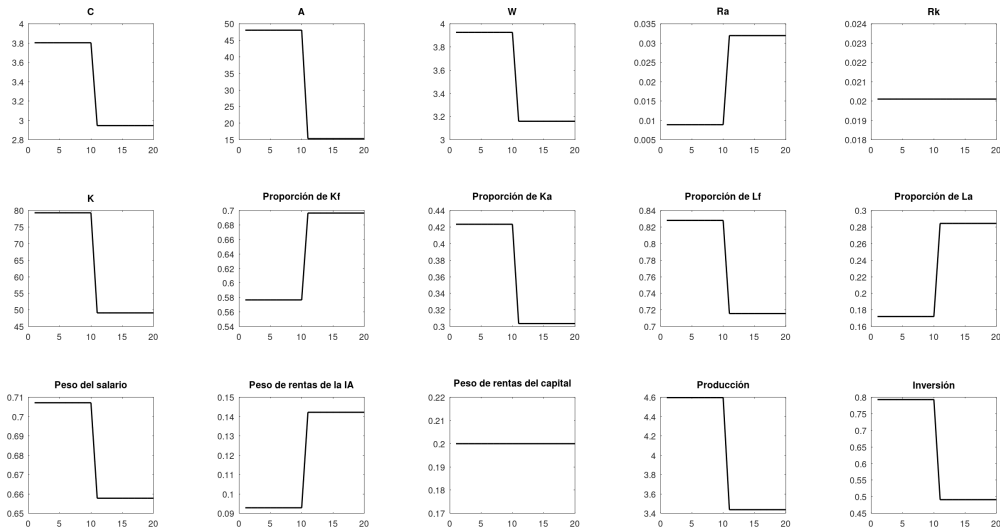


Figura 2.5: Estado estacionario de las variables cuando $\phi = 0,5$ y $\phi = 0,75$

En esta figura 2.5 se muestra la alternación de la elasticidad de L_a en la función de producción de la inteligencias artificiales, ϕ .

Los niveles tanto de K como de A bajan. El menor aporte de K_a a la tecnología, al aumentar ϕ , degenera en un detrimento del capital total necesario dentro de la economía.

El consumo empeora, lo que junto a una menor inversión provoca un aminoramiento del nivel de producción.

La proporción de trabajo destinado a producir inteligencias artificiales aumenta, al contrario que el capital el cual aumenta su peso hacia el mercado de bienes finales. De nuevo, esto se explica por una menor necesidad del capital para producir inteligencias artificiales.

El salario disminuye por las bajadas en el capital y las inteligencias artificiales, que afectan negativamente a su productividad. Por otro lado la rentas de las inteligencias artificiales se ven beneficiadas por este retroceso de la inteligencias artificiales.

En cuanto a la importancia de las retribuciones a los factores productivos en la renta nacional, se observa un perdida por parte del trabajo que es recogido por las rentas de las inteligencias artificiales.

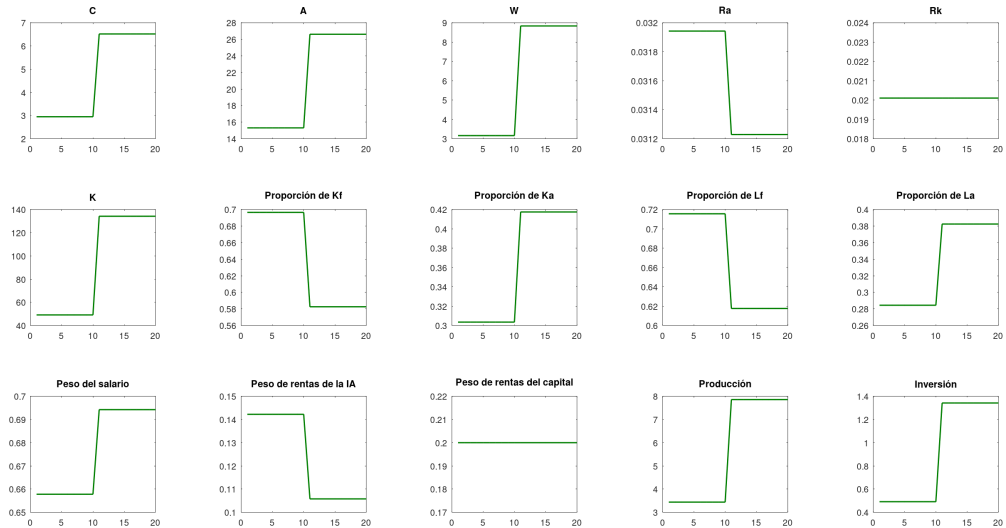


Figura 2.6: Estado estacionario de las variables cuando $F = 1$ y $F = 2$

En esta figura 2.6 se puede ver la dinámica a largo plazo de las variables ante cambios en F , que es la productividad total de los factores para la tecnología que produce bienes finales.

Los niveles tanto de K como de A aumentan con la subida de la productividad. Esto implica un aumento de la inversión que podría justificarse con una mayor capacidad de ahorro del individuo representativo. La misma lógica aplica al consumo, el cual aumenta por una mayor capacidad de consumo.

Hay una menor necesidad de emplear los recursos productivos en el mercado de bienes finales para mantener el nivel de producción. Por tanto el capital y el trabajo se destinarán relativamente más al sector de las inteligencias artificiales.

Los salarios del trabajador aumentan mientras que las rentas de las inteligencias artificiales disminuyen. El fundamento para esto es que al destinar más recursos a producir más A , la productividad del trabajo aumenta. Sus proporciones dentro de la renta nacional sigue la misma senda.

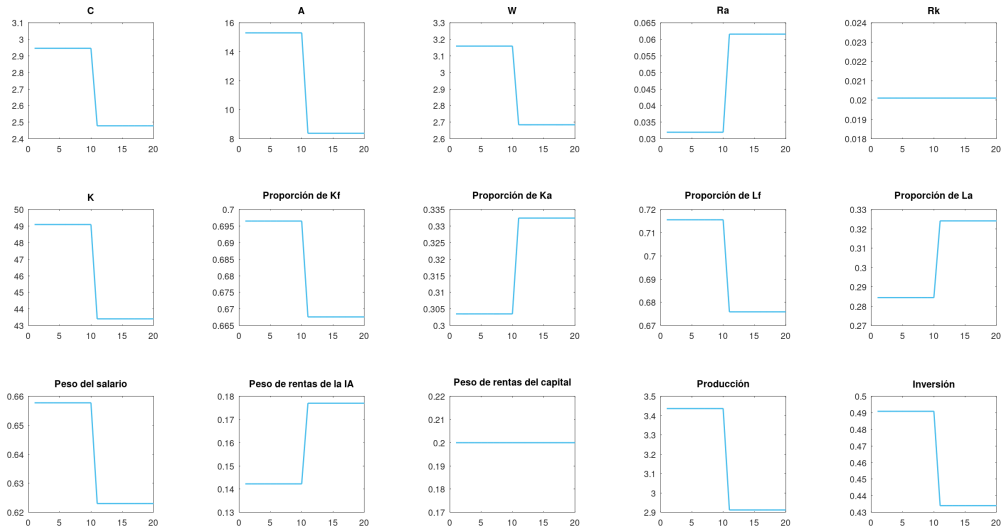


Figura 2.7: Estado estacionario de las variables cuando $\delta_a = 0,05$ y $\delta_a = 0,1$

Esta figura 2.7 muestra los efectos económicos a largo plazo ante un aumento de la depreciación de A .

Se puede observar como tanto el capital como el nivel de inteligencias artificiales disminuyen a medida que aumenta el deterioro de estas.

Además de la inversión, el consumo también decrece. No es extraño encontrar que la producción decrezca.

Tanto el capital como el trabajo se van a destinar más en proporción hacia las inteligencias artificiales que hacia los bienes finales. Esto es debido a que para mantener en el largo plazo el nivel de A se necesita construir más inteligencias artificiales, dado que un mayor deterioramiento dejará obsoleta una mayor parte del stock de inteligencias artificiales anterior.

A diferencia de las rentas del capital, el salario bajará debido a un menor nivel de A que disminuirá su productividad. La rentas de las inteligencias artificiales aumentarán su importancia en la renta nacional frente a los salarios que perderán fuerza.

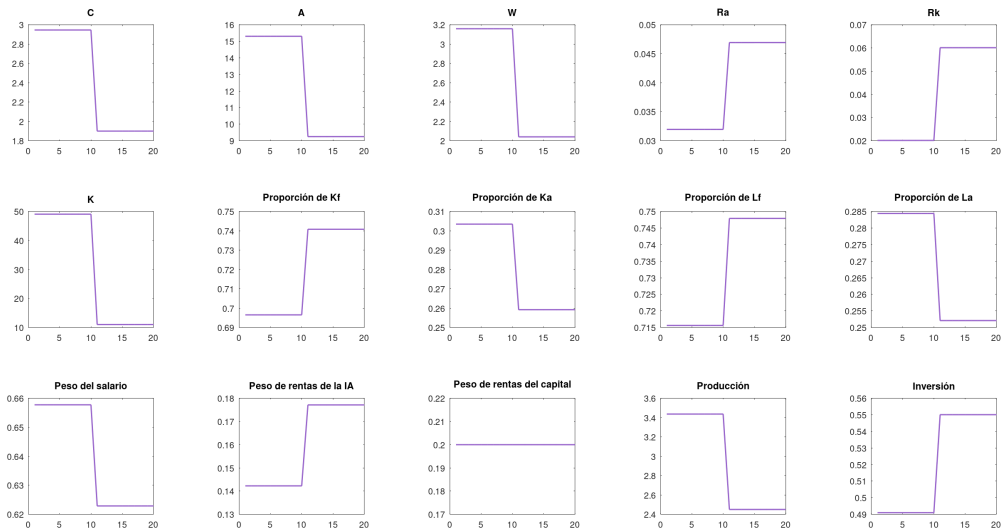


Figura 2.8: Estado estacionario de las variables cuando $\delta_k = 0,01$ y $\delta_k = 0,05$

Al igual que en la anterior serie de gráficas, la figura 2.7, aquí se verá el impacto que tiene el aumento de la tasa de depreciación a partir de la figura 2.8, solo que esta vez será la depreciación del capital.

Al igual que en la figura 2.7, se observa bajadas en los niveles de K y A . Esto se debe a una mayor dificultad por mantener un nivel más alto de K en el estado estacionario.

El consumo se ve mermado pero la inversión aumenta. Sin embargo, el efecto de la bajada del consumo es mayor por lo que da lugar a una menor producción.

De nuevo ocurre lo mismo que en el caso anterior: Los salarios decrecen y las rentas de las inteligencias artificiales crecen. La diferencia es que aquí sí se modifica la renta del capital, y la lógica detrás de esto es que aumenta el coste de reposición del stock de capital, por lo que se mantendrá a un nivel más bajo que mejora su productividad.

A pesar de ello, el peso de las rentas del capital se mantienen estáticas, mientras que el de los salarios disminuye y el de las inteligencias artificiales aumenta.

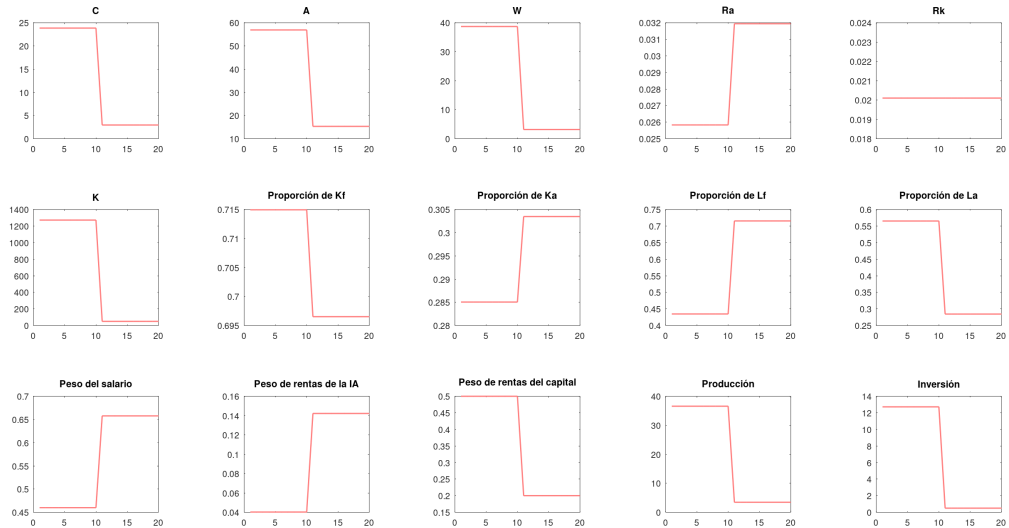


Figura 2.9: Estado estacionario de las variables cuando $\alpha = 0,5$ y $\alpha = 0,8$

La figura 2.9 muestra el shock a largo plazo de las variables ante un cambio en α , el cual es el parámetro que determina las economías de escala al aumentar L_f o A .

Los niveles tanto de A como de K decaen a medida que el valor de α aumenta. K bajará para mantener la productividad estática y que no disminuya el rendimiento del capital.

El consumo y la inversión se reducen, lo que degenera en una menor producción a largo plazo.

Al haber un menor nivel de K y A , el salario será menor, al contrario las rentas de las inteligencias artificiales las cuales aumentan.

El peso tanto de los salarios como de las rentas de las inteligencias artificiales aumentan, contrariamente a lo que ocurre con las rentas del capital que, a diferencia de los casos anteriormente expuestos, se deteriora su posición. Este suceso es natural ya que el parámetro α , dentro del contexto de una Cobb-Douglas, representa el peso que tendrán los salarios y las rentas de las inteligencias artificiales sobre la producción o renta nacional, dicho de otro modo, $1 - \alpha$ será el valor del peso en la economía de las rentas del capital.

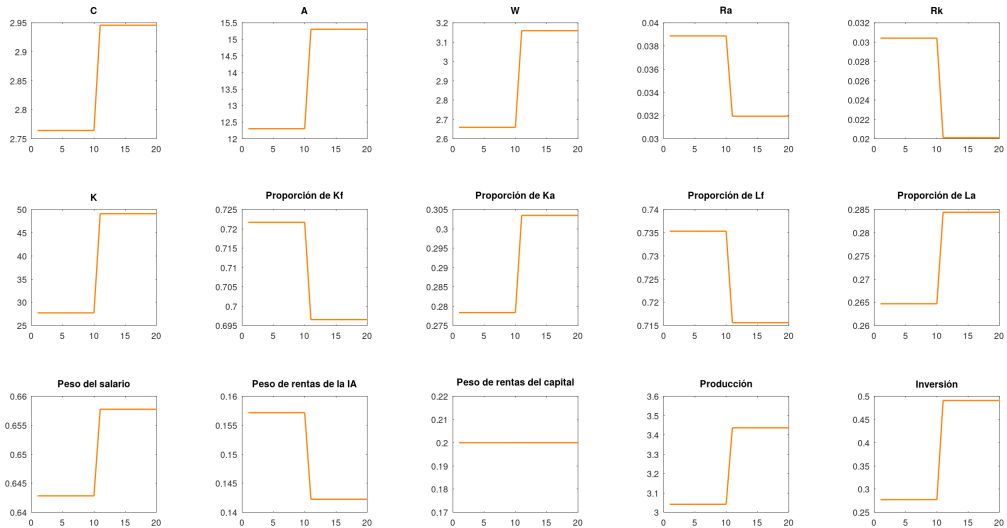


Figura 2.10: Estado estacionario de las variables cuando $\beta = 0,98$ y $\beta = 0,99$

Por último se verán las consecuencias de variar el parámetro β , que es la tasa por la cual el consumidor descuenta cada periodo de tiempo t , en la figura 2.10.

Los niveles del capital total y de las inteligencias artificiales aumentan conforme lo hace β . Esto es lógico ya que el consumidor tenderá a ahorrar más, y ese ahorro se transformará en inversión y después en capital, por lo cual le permitirá obtener un mayor consumo en el largo plazo. Se puede comprobar que efectivamente tanto el consumo como la inversión aumentan.

El aumento de A y K dan lugar a subidas de los salarios, pero con decrementos en las rentas de las inteligencias artificiales y del capital. Aunque las rentas del capital, R_k , no reacciona a la mayoría de cambios en los parámetros, sí se trata de una variable intrínsecamente sensible a β al variar esta la decisión de ahorro.

Los salarios aumentan su peso en la economía frente a las rentas de las inteligencias artificiales se reducen. En cambio, el peso de las rentas del capital se mantiene estático.

3 CONCLUSIONES

En este trabajo se ha creado un modelo teórico de equilibrio general que incluye a las inteligencias artificiales como factor productivo junto al trabajo y al capital.

Tras ello se han obtenido el estado estacionario de las variables por medio de un programa que incluye el algoritmo de Newton-Ramphson, basado en el lenguaje MATLAB.

Una vez construido el programa se han calibrado los parámetros del modelo para posteriores experimentos de estática comparativa.

El primero de los experimentos ha sido sobre la dotación de trabajo, \bar{L} , sobre la cual hemos asumido un aumento debido a la inmigración. El resultado ha sido un efecto positivo sobre la producción total en el largo plazo, siendo esta ampliación consecuencia de un aumento del consumo y la inversión, o visto desde otra perspectiva, una consecuencia del aumento de los salarios. El modelo por tanto determina que, ante la existencia de un sector productivo de inteligencias artificiales, la inmigración resulta positiva.

El segundo de los experimentos se ha efectuado sobre el grado de sustituibilidad entre el trabajo y las inteligencias artificiales, γ . Se observa una bajada del consumo y de la inversión, así como de los salarios y las rentas de las inteligencias artificiales. Se concluye a partir de los resultados del modelo que a mayor sea el grado de sustituibilidad peor será la condición económica, o al revés si se examina el grado de complementariedad.

El tercero en esta serie de experimentos se ha ejercido sobre el parámetro de proporción entre trabajo e inteligencias artificiales, σ . En el largo plazo crece el nivel de producción, igual que el consumo y la inversión. También se observa mayores esfuerzos dirigidos a la industria de las inteligencias artificiales, tanto en términos de capital como de trabajo.

El cuarto de los experimentos se ha practicado sobre la productividad de todos los factores de la tecnología que produce inteligencias artificiales, D . Al contrario que en el anterior experimento, este aumento en la productividad permite destinar más recursos al mercado de bienes finales, tanto capital como trabajo, sin sacrificar el nivel de inteligencias artificiales.

En el quinto experimento se ha alterado la elasticidad producto del trabajo en la tecnología que produce inteligencias artificiales. La menor necesidad de capitalización de la economía genera un menor stock de capital a largo plazo, lo que disminuye el nivel de inteligencias artificiales y empeora la productividad del trabajo, en consecuencia bajando los salarios.

Se ha manipulado el valor de la productividad total de los factores para la tecnolo-

gía que produce bienes finales, conformándose como el sexto de estos ejercicios. El resultado ha sido una mayor capacidad de destinar recursos hacia el sector de las inteligencias artificiales. Estos esfuerzos da lugar a un mayor nivel de inteligencias artificiales que mejoran la productividad del trabajador y, por ende, el salario.

Para el séptimo experimento se han modificado los valores de deterioramiento de las inteligencias artificiales. Un mayor desgaste de este factor productivo lleva a una mayor necesidad recursos invertidos en ella para mantener un nivel en el largo plazo, lo que empeora el nivel de capital total, de inteligencias artificiales y de los salarios en consecuencia.

Al octavo experimento se ha cambiado el valor de la tasa de deterioro del capital. Se comprueban los mismo efectos que en anterior ejercicio a excepción de dos elemento importantes: El primero es que la inversión crece por su necesidad de mantener el stock de capital, y la segunda es que la renta del capital sí varía, positivamente, ante este parámetro.

El noveno ejercicio lleva a modificaciones en el parámetro que indica el peso relativo del trabajo y la inteligencia artificial dentro de la economía. Al tener una menor aportación, el capital disminuirá para mantener la misma rentabilidad o productividad. Este menor nivel de capital lleva a menores niveles de inteligencias artificiales y, por consiguiente, peores salarios para el trabajo.

Finalmente, el último de los experimentos ha transformado la tasa de descuento intertemporal. El aumento de este parámetro implica un mayor ahorro por parte del sujeto representativo, lo que aumenta la inversión y el stock de capital. Esto disminuye la rentabilidad del capital, aunque aumentan otras variables como el consumo o el salario.

Como se mencionó anteriormente, el mercado de trabajo es un punto caliente dentro de la discusión acerca de las inteligencias artificiales. Este modelo encuentra que, a mayor sea el nivel de inteligencias artificiales, mayores serán los salarios que obtenga el trabajador. Esto no necesariamente contraría la literatura mencionada previamente, la cual habla sobre los efectos negativos de las inteligencias artificiales en este mercado, porque los efectos dependen del grado de sustituibilidad asumido. Dicho grado de sustituibilidad empeora la condiciones del trabajador a medida que se vuelve mayor, por lo tanto en cierta manera apoya la visión de los artículos citados.

En consonancia con lo anterior, la productividad del trabajador a largo plazo aumenta con la entrada de las inteligencias artificiales, apoyando esta idea presentada por los artículos mencionados anteriormente.

Un resultado que podría ser interesante es el efecto positivo de la inmigración sobre la economía. Se observa no solo como no disminuye el salario del trabajador, contrario a la intuición tradicional donde la inclusión de más trabajo implicaría una menor productividad, sino que la aumenta gracias a la capacidad de destinar más recursos a crear o mejorar más inteligencias artificiales, lo que permite una mayor productividad. Esto podría alinear el modelo con artículos que muestran evidencia empírica a favor de que, en el largo plazo, la inmigración mejora los salarios (Ottaviano and Peri, 2012)

Desde el punto de vista del bienestar del consumidor, la economía será mejor a mayores incentivos haya para capitalizarla, ya que esto aumenta también el nivel de inteligencias artificiales dando lugar a una economía con más recursos. En el largo plazo, por tanto, es beneficioso que aumenten valores como la dotación de trabajo o las productividades totales de los factores, frente a otros parámetros como la sustituibilidad del trabajo o las tasas de depreciación que disminuyen la capacidad del consumidor en el largo plazo.

Este trabajo ha mostrado un modelo con dos sectores, no ha tenido en cuenta el capital humano ni la heterogeneidad de retribuciones que hay entre ambos sectores. Esta línea de investigación puede ser continuada incluyendo estos dos factores.

También podría estudiarse el proceso de transición de las variables en el periodo 0 hacia el estado estacionario, lo que podría confirmar las afirmaciones sobre como la entrada de las inteligencias artificiales tienen efectos negativos en el corto plazo.

Referencias

- Acemoglu, D. and Restrepo, P. (2017). Robots and Jobs: Evidence from US Labor Markets. Technical report.
- Arrow, K. J., Chenery, H. B., Minhas, B. S., and Solow, R. M. (1961). Capital-Labor Substitution and Economic Efficiency. *The Review of Economics and Statistics*, 43(3):225–250. Publisher: The MIT Press.
- Brynjolfsson, E. and McAfee, A. (2014). *The second machine age: Work, progress, and prosperity in a time of brilliant technologies*. The second machine age: Work, progress, and prosperity in a time of brilliant technologies. W W Norton & Co, New York, NY, US. Pages: 306.
- Cobb, C. W. and Douglas, P. H. (1928). A Theory of Production. *The American Economic Review*, 18(1):139–165. Publisher: American Economic Association.
- Furman, J. and Seamans, R. (2019). Ai and the economy. *Innovation Policy and the Economy*, 19:161–191.
- Lu, C.-H. (2021). The impact of artificial intelligence on economic growth and welfare. *Journal of Macroeconomics*, 69:103342.
- Lucas, R. E. (1988). On the mechanics of economic development. *Journal of Monetary Economics*, 22(1):3–42.
- MathWorks (2022). MATLAB version: 9.13.0 (R2022b).
- Merton, R. (1971). Optimum consumption and portfolio rules in a continuous-time model. *Journal of Economic Theory*, 3(4):373–413.
- Ottaviano, G. I. and Peri, G. (2012). Rethinking the effect of immigration on wages. *Journal of the European economic association*, 10(1):152–197.
- Ray, G., Zhou, R., and et al. (2023). Ai index report 2023.
- Sachs, J. and Kotlikoff, L. (2012). Smart machines and Long-Term misery. Technical report, National Bureau of Economic Research, Cambridge, MA.
- Samuelson, P. A. (1937). A note on measurement of utility. *The Review of Economic Studies*, 4(2):155–161.

The Octave Community (2023). GNU Octave.

Urrutia, C. (1998). Métodos numéricos para resolver modelos macroeconómicos dinámicos.
Publisher: Citeseer.

Walras, L. (1874). *Elements of Pure Economics*.

Zhang, Q., Lee, M. L., and Carter, S. (2022). You Complete Me: Human-AI Teams and Complementary Expertise. In *Proceedings of the 2022 CHI Conference on Human Factors in Computing Systems*, CHI '22, New York, NY, USA. Association for Computing Machinery.
event-place: New Orleans, LA, USA.