TP 3.3 SIMULACION DE UN SISTEMA DE INVENTARIO Y UN MODELO M/M/1

Julian Villoria
Ingeniería en Sistemas de Información
Universidad Tecnológica Nacional de Rosario
Zeballos, 1341
juliiianvilloria99@gmail.com

Matías Bais
Ingeniería en Sistemas de Información
Universidad Tecnológica Nacional de Rosario
Zeballos, 1341
matiasbais1998@gmail.com

Dana Jimenez
Ingeniería en Sistemas de Información
Universidad Tecnológica Nacional de Rosario
Zeballos, 1341
rc.danamarina@gmail.com

Alvaro Marina
Ingeniería en Sistemas de Información
Universidad Tecnológica Nacional de Rosario
Zeballos, 1341
alvarommarina14@hotmail.com

5 de junio de 2021

Abstract

En el siguiente informe se realizará el estudio de simulaciones de colas de tipo m/m/1 y controles de inventario, la comparación con el modelo analítico de m/m/1 y los beneficios que derivan de realizar los cálculos por medio de una simulación.

1. Introducción

Para abordar el estudio se iniciará desarrollando el modelo teórico analítico y luego de simulación utilizado para m/m/1 y control de inventario, para después realizar el código correspondiente a cada uno y poder comparar los resultados de distintas fuentes y formas de simular pudiendo variar los parámetros para sacar conclusiones de cada modelo y método de cálculo.

2. Marco teórico de Teoría de colas (Modelo analítico M/M/c)

La teoría de cola de espera es la fundamentación matemática para la mayor cantidad de modelos analíticos de sistemas de computación. Las relaciones establecidas por la teoría de cola son relaciones entre cantidades abstractas que no pueden ser observadas directamente. Para hallar las soluciones a estas relaciones se las simplifica.
Los elementos que integran un sistema de cola:
Usuarios: es una entidad que desea algún tipo de servicio de un conjunto de servicios que ofrece el sistema. Estos servicios pueden ser: establecer una determinada comunicación (sistema telefónico), procesar una pregunta, atender algún pedido de entrada/salida. Si al ingresar un usuario al sistema todos los servidores están ocupados, aquel tendrá que formar una cola a la espera de la disponibilidad de alguno de ellos que pueda atenderlo.
Se usa t(Q) para representar el tiempo que un usuario arbitrario necesita estar en la cola a la espera de un servidor disponible (tiempo de espera). Y t(s) tiempo requerido para que el servidor provea el servicio (tiempo de atención o de servicio). Finalmente se tiene t(w) que es el tiempo total en el sistema de cola, obviamente t(w) será:

$$t(w) = t(q) + t(s) \tag{1}$$

2.1. Fuentes

Es el conjunto de usuarios que pueden solicitar el servicio del sistema, puede ser una fuente finita o infinita. Si se tuviera un sistema de fuente finita la longitud de la cola estaría determinada por el número de usuarios en el sistema, ya que estos afectan la frecuencia de arribo a ella. En cambio, en un sistema con fuente infinita, la cola es ilimitada, por lo tanto la frecuencia de arribos no esta afectada por el número de usuarios presentes en el sistema. Si la fuente fuese limitada pero con gran número de usuarios potenciales se supone una población infinita con el objeto de simplificar la tarea matemática.

2.2. Proceso de arribo

se supone que los usuarios entran en el sistema en los tiempos: $t_0 < t_1 < t_2 < .... < t_n$. Las variables aleatorias $\tau_k = t_k - t_{k-1}$, (donde $k \geq 1$) se llaman intervalos entre arribos.
Se supone que la τ_k forma una secuencia de variables aleatorias distribuidas independiente e idénticamente, y se usa el símbolo τ para un intervalo arbitrario entre arribos.
El patrón más común de arribos en la terminología de la teoría de cola es el patrón de arribo aleatorio o proceso de arribo de Poisson. Esto significa que la distribución de intervalos entre arribos es exponencial, esto es:

$$Para\, \tau,\ P[\tau \leq t] = 1 - e^{-\lambda t} \tag{2}$$

Para cada intervalo entre arribos, y la probabilidad de n arribos en algún intervalo de tiempo t es:

$$\frac{\exp^{-\lambda t}(\lambda t)^n}{n!} \tag{3}$$

Donde n = 0, 1, 2, ... Aquí λ es la frecuencia promedio de arribos, y el número de arribos por unidad de tiempo tiene una distribución de Poisson.

2.3. Capacidad máxima del sistema de cola

en algunos sistemas de cola la capacidad de la cola se supone infinita. Esto es cualquier arribo de un usuario se permite. Otros sistemas, llamados sistemas de perdida tienen una capacidad de linea de ampers igual cero. En ellos si un usuario arriba cuando las facilidades de servicio están cubiertas no podrá esperar. Sin embargo, esto tienen una capacidad de cola positiva pero no infinita.

2.4. Probabilidad de n usuarios esten en el sistema en el tiempo t

Esta probabilidad, $p_n(t)$, depende no solo del tiempo t, si no también de las condiciones iniciales del sistema de cola, esto es, de número de usuarios presentes cuando se inicia el servicio y de las distribuciones y parámetros mencionados. Para los sistemas más útiles de cola, como t crece, $p_n(t)$ se aproxima al valor del estado estable, el es independiente de t y de las condiciones iniciales. El sistema se dice entonces que esta en un estado estable. Consideraremos solamente soluciones en estados estables. Las soluciones a problemas de cola que dependan del tiempo o soluciones transitorias son más complejas de hallar.
La teoría de cola provee mediciones estadísticas de la performance de los sistemas de cola. Algunas mediciones estadísticas incluyen Wq, W, L y Lq.
Las siguientes formulas llamadas leyes de Littlo, son bastante útiles relacionándolas con cuatro medidas de performance primarias:

$$L_q = \lambda W_q \tag{4}$$

$$L = \lambda W \tag{5}$$

2.5. Aplicaciones

El sistema de cola M/M/c es un modelo de cola simple, abierta, que puede ser usado para modelar, algún sistema de computo. Se considera abierto, pues los usuarios entran al sistema desde el exterior, reciben el servicio y parten. Los sistemas cerrados, en los cuales el usuario nunca deja el sistema, se consideran luego. Las ecuaciones del sistema de cola M/M/c se muestran a continuación:

Cuando c = 1:

$$C(c,u) = \rho = \lambda E[s] \tag{6}$$

$$W_q = \frac{\rho E[s]}{1-\rho} \tag{7}$$

$$W = \frac{E[s]}{1-\rho} \tag{8}$$

$$\pi_q(90) = W ln(10\rho) \tag{9}$$

2.6. Sumario de variables

- c = Cantidad de servidores.
- C(c, u): es la formula C de Erlang o la probabilidad de que todos los usuarios estén ocupados en un sistema de cola de espera M/M/c.
- s: es el tiempo promedio de servicio para un usuario.
- E[τ]: es el intervalo promedio de tiempo entre arribos $E[\tau] = 1\lambda$, con λ igual a velocidad o frecuencia promedio de arribos.
- L: es el número promedio de usuarios en el sistema cuando el sistema esta en estado estable.
- Lq: es el número promedio de usuarios en la cola (no incluye el número de usuarios que se hallan recibiendo atención) en un estado estable del sistema.
- λ: frecuencia o velocidad de arribo al sistema de cola $\lambda = 1/E[\tau]$.
- λ^T: es la frecuencia de atención media en tareas o interacciones por unidad de tiempo.
- μ: es la frecuencia promedio de servicio por servidor μ = 1/E[s].
- N: es una variable aleatoria que describe el número de usuarios en el sistema de cola de espera cuando el sistema esta estable.
- Nq: es una variable aleatoria que describe el número de usuarios en la cola durante el estado estable del sistema.
- Ns: es una variable aleatoria que describe el número que están recibiendo servicios durante un estado estable del sistema.
- t(q), t(s) y t(w): son variables aleatorias que describen el tiempo de un usuario en la cola, en servicio o en el sistema respectivamente.
- ρ: es el factor de utilización del servidor. Así ρ = intensidad de trafico/c = $\lambda E[s]/c = (\lambda/\mu)/c$.
- τ: es una variable aleatoria que describe el intervalo entre arribos.
- W: es el tiempo promedio esperado en el sistema en estado estable. W = Wq + E[s].
- Wq: es el tiempo promedio esperado en la cola (tiempo de espera), excluye el tiempo de servicio, para el sistema en estado estable.

3. Marco teórico de un sistema M/M/1

Una cola de tipo M/M/1 es un tipo especifico de un sistema M/M/c donde c=1.

3.1. Sistema

Un sistema es definido como una colección de entidades que interactúan para algún propósito lógico. En la práctica el sistema depende del objetivo particular en estudio.
Se define al estado del sistema como un conjunto de variables necesarias que describen al sistema en un tiempo en particular, relativo a los objetivos de estudio. Los sistemas se categorizan en dos tipos, discretos y continuos. Un sistema discreto es aquel para el cual el estado de las variables cambian instantáneamente en diferentes puntos de tiempo. En cambio, un sistema continuo es aquel por el cual el estado de las variables cambian continuamente respecto al tiempo. Hasta cierto punto en la vida de la mayoría de los sitemas se

necesitan eestudiarlos en relación a varias componentes o diferentes desempeños de predicción sobre nuevas condiciones, por lo que los sistemas pueden ser estudiados:

- Experimentando con el sistema actual
- Experimentando con un modelo del sistema
  - Modelo físico
  - Modelo matemático
    - Solución analítica
    - Simulación

3.2. Solución Analítica vs Simulación

Una vez que se tiene un modelo matemático, debe ser examinado para ver cómo puede ser usado para responder preguntas de interés sobre el sistema que representa. Si el modelo es suficientemente simple, es posible trabajar con las relaciones y cantidades para obtener una solución analítica exacta. Pero algunas soluciones analíticas pueden volverse extremadamente complejas, necesitando una gran cantidad de recursos, como por ejemplo invertir una matriz. Si es posible realizar una solución analítica de un modelo matemático y es computacionalmente eficiente, es deseable estudiar el modelo de esta manera que haciendo una simulación. Sin embargo, muchos sitemas son altamente complejos, entonces aunque haya un modelo matemático pueden volverse complejos. En este caso, el modelo debe ser estudiado por medio de una simulación, como por ejemplo ejercitar numéricamente un modelo desde la entrada para ver como afecta la salida en performance.
Dado entonces, que tenemos un modelo matemático para ser estudiado por medio de una simulación, debemos entonces buscar herramientas particulares para hacer esto.
Es útil para este propósito clasificar modelos de simulación en tres dimensiones diferentes:

- Estático vs dinámico: Un modelo de simulación estático es una representación de un sistema en un momento particular, o uno que se puede utilizar para representar un sistema en el que el tiempo simplemente no juega ningún papel.
  Por otro lado, un modelo de simulación dinámico representa un sistema a medida que evoluciona en el tiempo.
- Deterministas vs estocásticos: si un modelo de simulación no contiene ningún componente probabilístico (es decir, aleatorio), se denomina determinístico; un complicado (y analíticamente intratable) sistema de ecuación diferencial. En los modelos deterministas, la salida se "determinaüna vez que se ha especificado el conjunto de cantidades de entrada y relaciones en el modelo, aunque podría llevar mucho tiempo de computadora evaluar de qué se trata. Muchos sistemas, sin embargo, debe modelarse teniendo al menos algunos componentes de entrada aleatorios, y estos dan lugar a modelos de simulación estocástica. Éste último produce resultados que en sí mismos son aleatorios y, por lo tanto, deben ser tratado solo como una estimación de las verdaderas características del modelo; esto es una de las principales desventajas de la simulación.
- Modelos de simulación continuos vs discretos: La decisión de utilizar un modelo discreto o continuo para un sistema en particular depende de los objetivos específicos del estudio. Por ejemplo, un modelo de flujo de tráfico en una autopista sería discreta si las características y el movimiento de cada coche individual es importante. Alternativamente, si los automóviles pueden tratarse .en conjunto", el flujo de tráfico se puede describir mediante ecuaciones diferenciales en un modelo continuo.

3.3. Simulación de eventos discretos

Se refiere al modelado de un sistema a medida que evoluciona el tiempo mediante una representación en la que las variables de estado cambian instantáneamente en puntos separados en el tiempo.
Un evento se define como una ocurrencia instantánea que puede cambiar el estado del sistema. Aunque la simulación de eventos discretos podría realizarse conceptualmente mediante cálculos manuales la cantidad de datos que deben almacenarse y manipularse para la mayoría de sistemas del mundo real restringe que las simulaciones de eventos discretos debener realizarse en una computadora digital.

3.3.1. Ejemplo

Considere un servicio con un solo servidor, un operador, una peluquería o un mostrador de información en un aeropuerto, para lo cual nos gustaría estimar el retraso promedio (esperado) en la cola (línea) de los clientes

que llegan, donde el retraso en la cola de un cliente es la longitud del intervalo de tiempo desde el instante de su llegada a las instalaciones hasta el instante en que comienza a ser atendido.
Para el objetivo de estimar la demora promedio de un cliente, las variables de estado para un modelo de simulación de eventos discretos de la instalación sería el estado del servidor, es decir, inactivo u ocupado, el número de clientes que esperan en la cola para ser atendidos, y la hora de llegada de cada persona que espera en la cola. El estado del servidor es necesario para determinar, a la llegada de un cliente, si el cliente puede ser servido inmediatamente o debe unirse al final de la cola.
Cuando el servidor completa el servicio a un cliente, el número de clientes en la cola se utiliza para determinar si el servidor quedará inactivo o comenzará a atender al primer cliente en la cola. La hora de llegada de un cliente es necesaria para calcular su retraso en cola, que es el momento en que comienza a ser atendido menos su hora de llegada.
Hay dos tipos de eventos para este sistema: la llegada de un cliente y la finalización del servicio para un cliente, lo que resulta en la salida del cliente. Una llegada es un evento ya que provoca un cambio en el estado del servidor de inactivo a ocupado o hace que el número de clientes en la cola aumente en 1. En consecuencia, una salida es un evento porque hace que el estado del servidor cambie de ocupado a inactivo o el número de clientes en la cola disminuye en 1.
En el ejemplo anterior, ambos tipos de eventos cambiaron realmente el estado de sistema, pero en algunos modelos de simulación de eventos discretos, los eventos se utilizan para propósitos que en realidad no efectúan tal cambio. Por ejemplo, un evento puede usarse para programar el final de una ejecución de simulación en un momento particular o para programar una decisión sobre el funcionamiento de un sistema en un determinado tiempo y podría no resultar en un cambio en el estado de la sistema. Es por eso que originalmente dijimos que un evento puede cambiar el estado de un sistema.

3.3.2. Mecanismos avanzados de tiempo

Debido a la naturaleza dinámica de los modelos de simulación de eventos discretos, debemos realizar un seguimiento del valor actual del tiempo simulado a medida que avanza la simulación, y también necesitamos un mecanismo para avanzar en el tiempo simulado de un valor a otro. Llamamos a la variable en un modelo de simulación que da el valor actual de tiempo simulado en el reloj de simulación. La unidad de tiempo para el reloj de simulación nunca se indica explícitamente cuando un modelo está escrito en un formato de propósito general.
Además, generalmente no existe una relación entre tiempo simulado y el tiempo necesario para ejecutar una simulación en la computadora, por lo tanto hay dos enfoques principales para avanzar el reloj de simulación: avance de tiempo del próximo evento y avance de tiempo de incremento fijo.
Con el enfoque de avance de tiempo del siguiente evento, el reloj de simulación se inicializa a cero y se determinan los tiempos de ocurrencia de eventos futuros. A continuación, el reloj de simulación avanza hasta la hora de aparición del primero de estos eventos futuros, en cuyo punto el estado del sistema es actualizado para tener en cuenta el hecho de que ha ocurrido un evento, y nuestro conocimiento de los tiempos de ocurrencia de eventos futuros también se actualiza. Entonces la simulación en el reloj avanza a la hora del nuevo evento más inminente, se actualiza el estado del sistema y se determinan las horas de los eventos futuros, etc. Este proceso de hacer avanzar el reloj de simulación de una hora de evento a otra se continúa hasta que finalmente alguno cumpla la condición de parada preespecificada. Ya que todos los estados de cambios ocurren solo en momentos de eventos para un modelo de simulación de eventos discretos, Los períodos de inactividad se omiten saltando el reloj a la hora del evento.

3.4. Componentes y organización

- Estado del sistema: la colección de variables de estado necesarias para describir el sistema en un momento determinado. Las cuales son: Estados del servidor, números de clientes en cola, tiempos de arribo y tiempo del último evento.
- Reloj de simulación: una variable que da el valor actual del tiempo simulado.
- Lista de eventos: una lista que contiene la próxima vez que ocurrirá cada tipo de evento.
- Estadísticos: variables utilizadas para almacenar información estadística sobre rendimiento de sistema. Los cuales son: número de retardo, retardo total, área bajo Q(t) y área bajo B(t).
- Rutina de inicialización: un subprograma para inicializar el modelo de simulación en el momento cero.
- Rutina de tiempo: un subprograma que determina el próximo evento del evento actual. Lista y luego avanza el reloj de simulación a la hora en que ese evento se produce.

- Rutina de eventos: un subprograma que actualiza el estado del sistema cuando un tipo de evento ocurre (hay una rutina de evento para cada tipo de evento).
- Rutinas de la biblioteca: un conjunto de subprogramas utilizados para generar observaciones aleatorias a partir de distribuciones de probabilidad que se determinaron como parte del modelo de simulación.
- Generador de informes: un subprograma que calcula estimaciones (de los contadores estadísticos), de las medidas de rendimiento deseadas y produce un informe cuando finaliza la simulación.
- Programa principal: un subprograma que invoca la rutina de temporización para determinar el siguiente evento y luego transfiere el control al evento rutina correspondiente para actualizar el estado del sistema de manera adecuada. El programa principal puede también verificar la terminación e invocar el generador de informes cuando la simulación ha terminado.

4. Ecuaciones de un sistema M/M/1

4.1. Parámetros

$$\lambda : \text{tasa de llegada de clientes} \tag{10}$$

$$\mu : \text{tasa de partida de los clientes} \tag{11}$$

4.2. Promedio de clientes en sistema

$$q(n) = \frac{\sum_{i=0}^{\infty} iT_i}{T(n)} \tag{12}$$

Siendo T_i la sumatoria de cuento tiempo hubo i clientes en Sistema
Y siendo T(n) el tiempo total de la simulación

4.3. Promedio de clientes en cola

$$q(n) = \frac{\sum_{i=0}^{\infty} iT_i}{T(n)} \tag{13}$$

Siendo T_i la sumatoria de cuento tiempo hubo i clientes en cola
Y siendo T(n) el tiempo total de la simulación

4.4. Tiempo promedio en sistema

$$d(n) = \frac{\sum_{i=0}^{\infty} D_i}{C} \tag{14}$$

Siendo *di* el tiempo en sistema de cada cliente y C la cantidad de cientes atendidos

4.5. Tiempo promedio en cola

$$q(n) = \frac{\sum_{i=0}^{\infty} Di}{C} \tag{15}$$

Siendo *di* el tiempo en cola de cada cliente y C la cantidad de cientes atendidos

4.6. Proporcion de tiempo de ocupacion del servidor

$$\widehat{u}(n) = \frac{\int_{0}^{T(n)} B(t)dt}{T(n)} \tag{16}$$

4.7. Probabilidad de “n” clientes en cola

$$p_n = (\frac{\lambda}{\mu})^n * (1 - \frac{\lambda}{\mu}) \tag{17}$$

4.8. Marco teórico Analítico

Los tiempos entre llegadas y servicios se modelarán como variables aleatorias independientes de distribuciones exponenciales, con media de 1 minuto para el tiempos entre llegadas y media de 0,5 minutos para los tiempos de servicio. La distribución exponencial con media β (real positivo) es continua, con función de densidad de probabilidad

$$f(x) = \frac{1}{\beta} \exp^{-\frac{-x}{\beta}} \tag{18}$$

La elección de la distribución exponencial con los valores particulares anteriores de β es esencialmente arbitrario y se hace principalmente porque es fácil de generar Variaciones aleatorias exponenciales en una computadora. (En realidad, la suposición de los tiempos de llegada exponenciales suelen ser bastante realistas; asumiendo exponencial tiempos de servicio, sin embargo, rara vez es plausible.) Para simular este modelo

5. Diagramas de flujo del sistema M/M/1

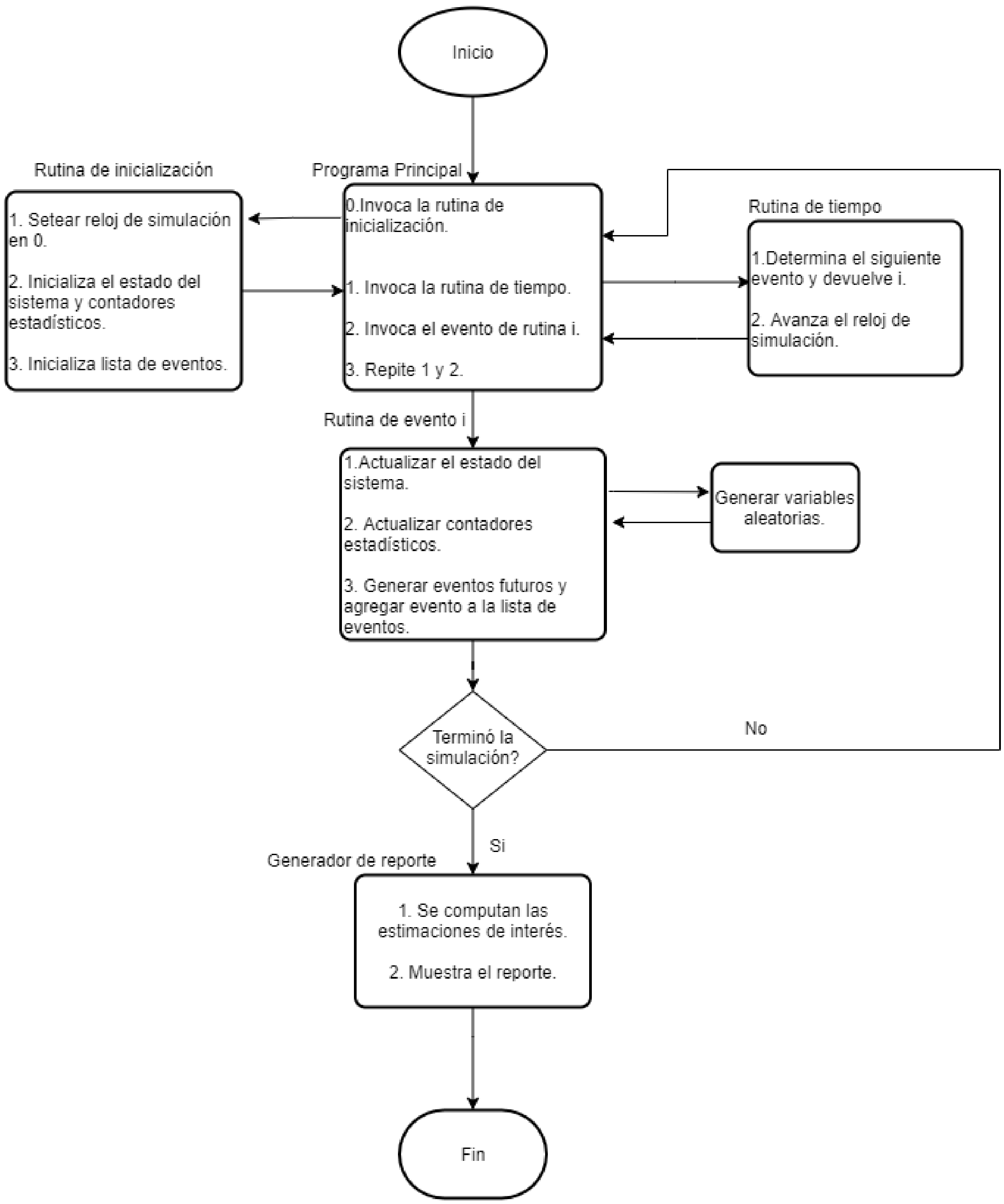

Figura 1: Diagrama de flujo de rutina general de un sistema M/M/1

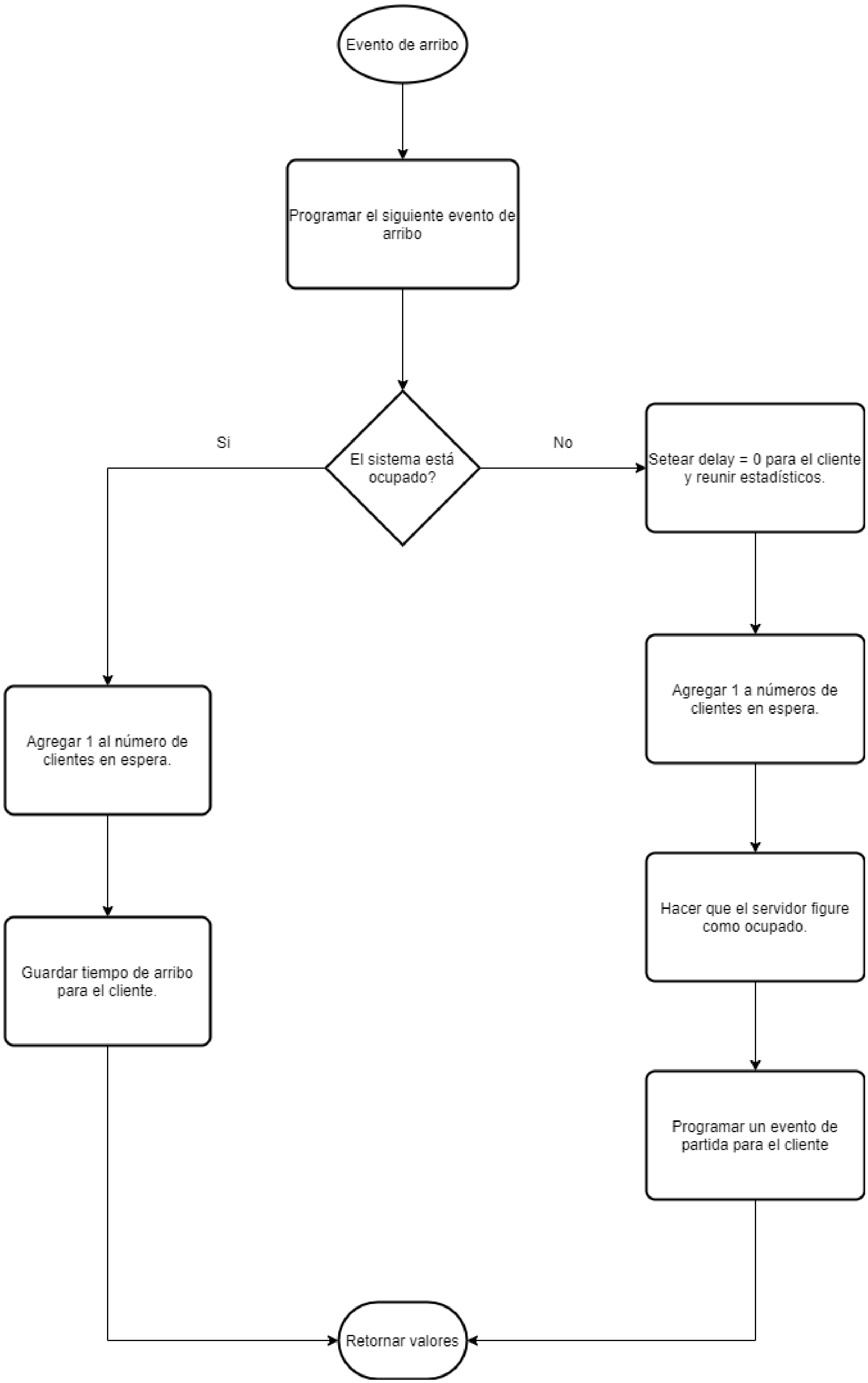

Figura 2: Diagrama de flujo de rutina de arribos de un sistema M/M/1

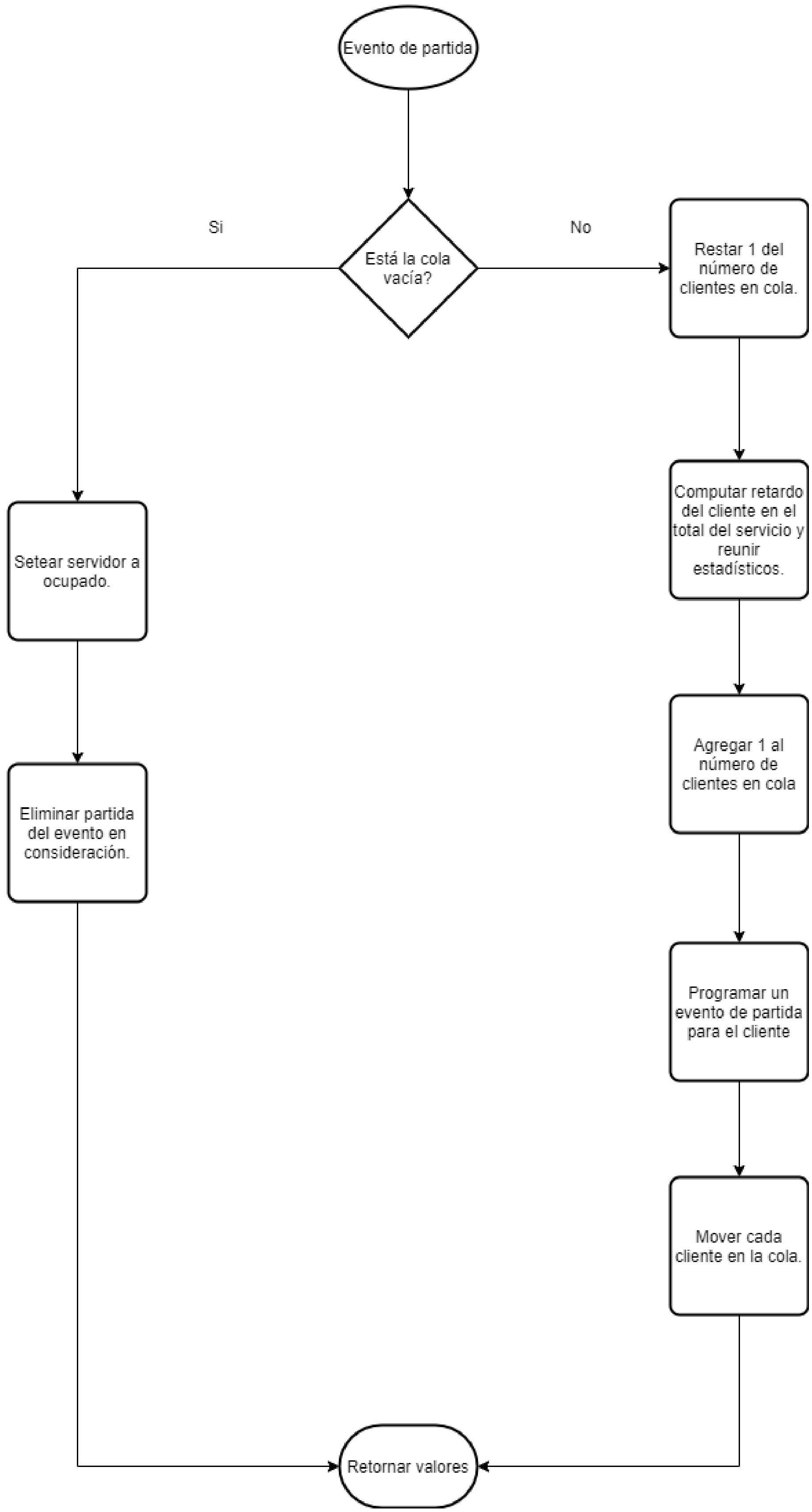

Figura 3: Diagrama de flujo de rutina de partidas de un sistema M/M/1

6. Marco teórico de un sistema de Inventario

Una empresa que vende un solo producto desea decidir cuántos artículos debe tener en inventario para cada uno de los próximos n meses. Los tiempos entre las demandas son variables aleatorias exponenciales de IID (Independientes e idénticamente distribuidas) con una media de 0,1 meses. Los tamaños de las demandas, D, son variables aleatorias de IID (independientes de cuándo las demandas ocurren), con

$$D = \begin{cases} 1 & Probabilidad = \frac{1}{6} \\ 2 & Probabilidad = \frac{1}{3} \\ 3 & Probabilidad = \frac{1}{3} \\ 4 & Probabilidad = \frac{1}{6} \end{cases} \tag{19}$$

Al comienzo de cada mes, la empresa revisa el nivel de inventario y decide cuántos artículos pedir a su proveedor. Si la empresa ordena Z artículos, incurre en un costo de K + iZ, donde K = 32 es el costo de instalación e i = 3 es el costo incremental por artículo pedido. (Si Z = 0, no se incurre en ningún costo).
se realiza el pedido, el tiempo requerido para que llegue (llamado retraso de entrega o tiempo) es una variable aleatoria que se distribuye uniformemente entre 0,5 y 1 mes. es decir,la empresa utiliza una política estacionaria (s, S) para decidir cuánto pedir:

$$Z = \begin{cases} S - I & Si \quad I < s \\ 0 & Si \quad I \geq s \end{cases} \tag{20}$$

Donde I es el nivelde inventario al inicio de cada mes.

Cuando ocurre una demanda, se satisface inmediatamente si el nivel de inventario es al menos tan grande como la demanda. Si la demanda excede el nivel de inventario, el exceso de demanda sobre la oferta se acumula y se satisface con entregas futuras. Cuando una orden llega, primero se utiliza para eliminar la mayor cantidad posible de atrasos, luego el resto del pedido (si lo hubiera) se agrega al inventario.
Hasta ahora hemos discutido solo un tipo de costo incurrido por el sistema de inventario, el costo de pedido. Sin embargo, la mayoría de los sistemas de inventario reales también tienen dos adicionales de costos, costos de tenencia y de escasez. Sea I(t) el nivel de inventario en el tiempo t (tenga en cuenta que podría ser positivo, negativo o cero), siendo $I^+(t) = max(I(t), 0)$ el número de artículos físicamente disponibles en el inventario en el momento t [tenga en cuenta que $I^+(t) \geq 0$], y sea $I^-(t) = max(-I(t), O)$ el retraso en el tiempo t con $I^- \geq 0$.
Para nuestro modelo, asumiremos que la empresa incurre en un costo de tenencia de h = 1 por artículo por mes mantenido en el inventario (positivo). El costo de tenencia incluye costos tales como alquiler de almacén, seguros, impuestos y mantenimiento, según el costo de oportunidad de tener capital inmovilizado en el inventario en lugar de invertirlo en otro lugar. Hemos ignorado en nuestra formulación el hecho de que algunos todavía se incurre en costos de mantenimiento cuando $I(t) = O$. Sin embargo, dado que nuestro objetivo es comparar políticas de pedidos, se puede ignorar este factor ya que es independiente de la política utilizada y no afectará nuestra evaluación de cuál es la mejor política. Ahora, dado que $I^+(t)$ es el número de artículos mantenidos en el inventario en el tiempo t, el promedio en el tiempo (por mes) de artículos mantenidos en el inventario durante el período de n meses es:

$$I^+ = \frac{\int_0^n I^+ dt}{n} \tag{21}$$

que es similar a la definición del número promedio de tiempo de clientes en cola realizado en el modelo M/M/1. Por lo tanto, el costo de mantenimiento promedio por mes es hI^+.
De manera similar, se supone que la empresa incurre en un costo de acumulación de $\pi = 5$ por artículo por mes en cartera; esto representa el costo de mantener un registro adicional al existir un atraso. El promedio en el tiempo del número de elementos con retraso de pedidos es

$$I^- = \frac{\int_0^n I^- dt}{n} \tag{22}$$

por lo que el costo promedio de la cartera de pedidos por mes es πI^-.

6.1. Eventos de un sistema de Invetario

Descripción del evento	Tipo de evento
Arrivo de orden a la compania proveedora	1
Demanda del producto de un cliente	2
Final de la simulación luego de n meses	3
Evaluación de inventario al inicio del mes	4

Tabla 1: Eventos

Hay tres tipos de variantes aleatorias necesarias para simular este sistema.
Los tiempos de interdemanda se distribuyen exponencialmente, por lo que el mismo algoritmo (y código) como se desarrolló en M/M/1 se puede utilizar aquí. El tamaño de la variable aleatorio de la demanda D debe ser discreta, como se describe arriba, y puede generarse dividiendo el intervalo unitario en los subintervalos contiguos $C_1 = [0, \frac{1}{6}),\ C_2 = [\frac{1}{6}, \frac{1}{2}),\ C_3 = [\frac{1}{2}, \frac{5}{6})\ y\ C_4 = [\frac{5}{6}, 1]$, y se obtiene una variable aleatoria $U(O, 1)$ del generador de números aleatorios. Si U cae en C_1 devuelve D = 1; Si U cae en C_2 "devuelve" D = 2; y así sucesivamente.
Todos los subprogramas para generar los tamaños de demanda utilizan este principio, y toman como entrada los puntos de corte que definen los subintervalos anteriores, que son las probabilidades acumuladas de la distribución de D. Los retrasos en la entrega se distribuyen uniformemente, pero no en el intervalo unitario. [0,1]. En general, podemos generar una variable aleatoria distribuida uniformemente sobre cualquier intervalo [a, b] generando un número aleatorio U(0,1), y luego devolviendo a + U(b-a) para generar la variable aleatoria de rango U(a,b)
De los cuatro eventos, solo tres involucran cambios de estado donde el evento de simulación final es la excepción.

6.2. Diagramas de Flujo

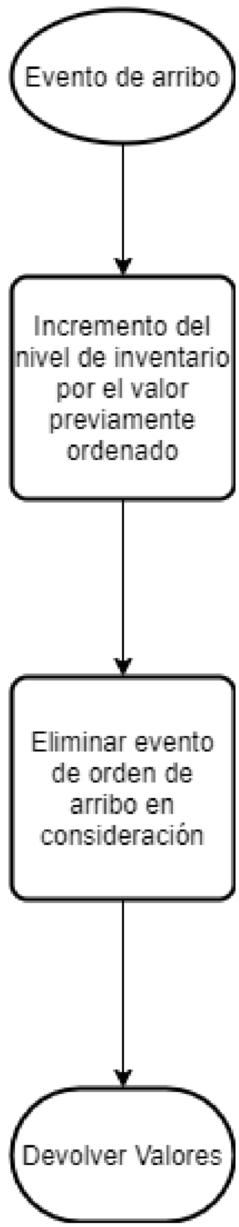

Figura 4: Diagrama de flujo de rutina de arribo de un sistema de Inventario

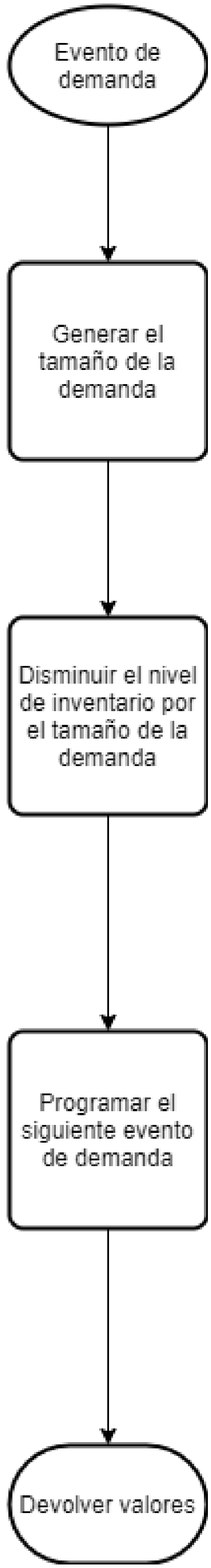

Figura 5: Diagrama de flujo de rutina de demanda de un sistema de Inventario

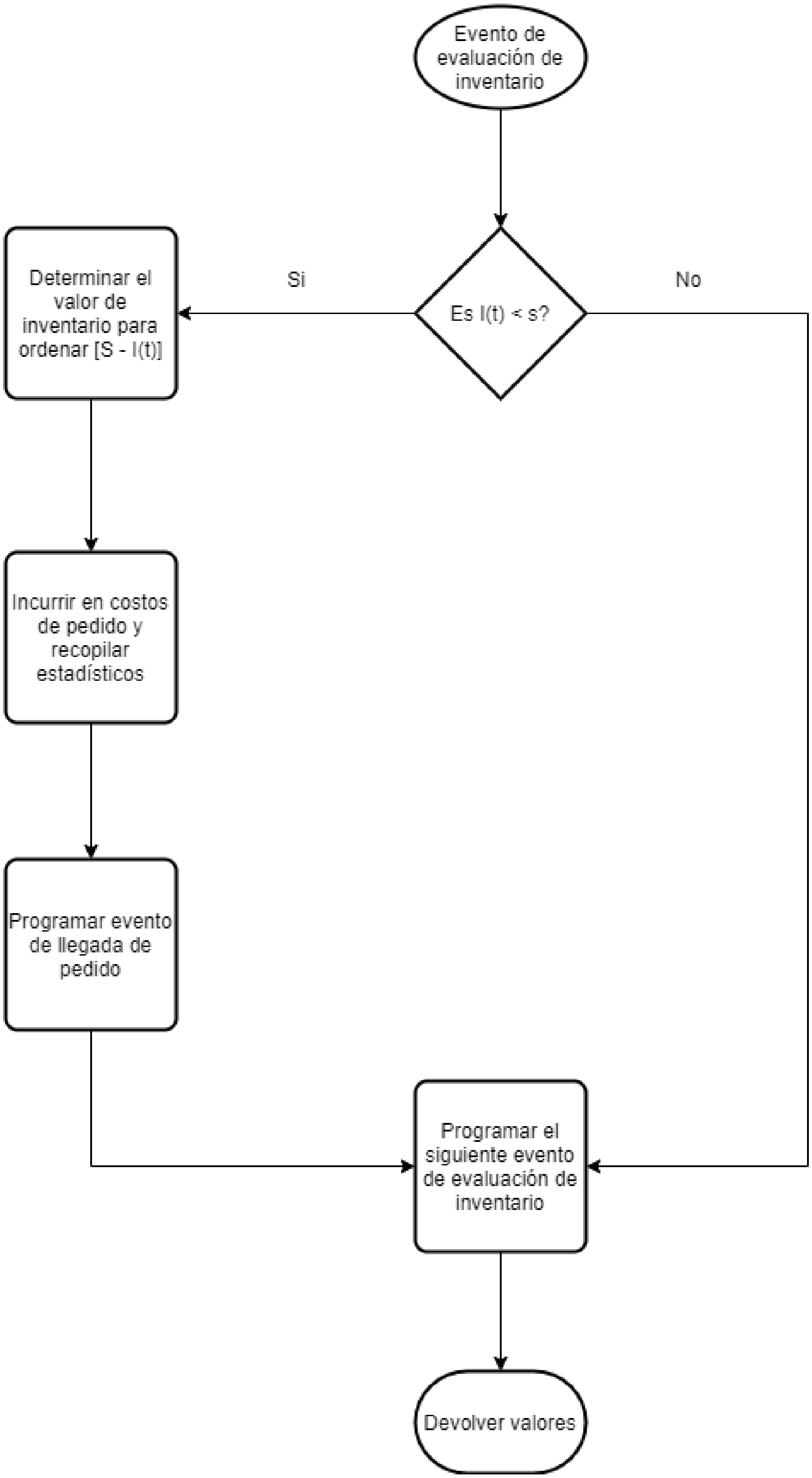

Figura 6: Diagrama de flujo de rutina de evaluacion de un sistema de Inventario

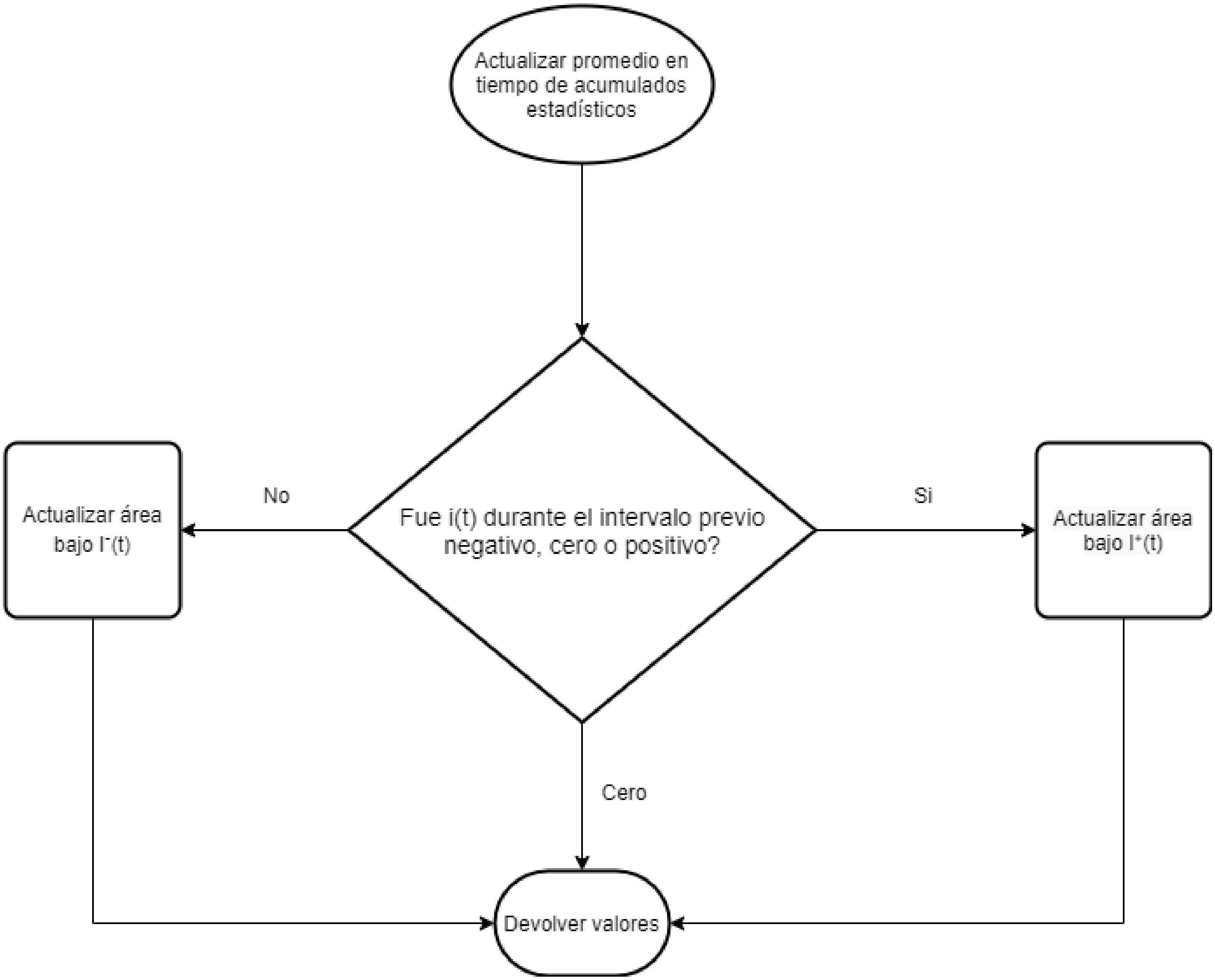

Figura 7: Diagrama de flujo de rutina de actualizar de un sistema de Inventario

7. Simulacion M/M/1

7.1. Python

Realizando el codigo en python para simular este sistema, presentamos las siguientes graficas. Los parámetros utilizados para estas figuras son $\lambda = 1$ y $\mu = 0{,}25$

7.2. Figuras

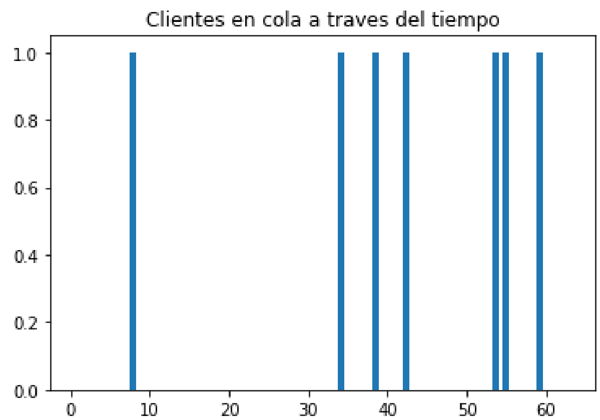

Figura 8: Cantidad de clientes en cola para un sistema M/M/1

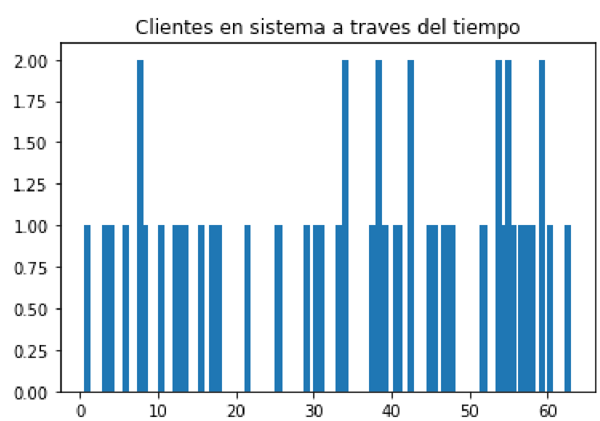

Figura 9: Figura 9: Cantidad de clientes en sistema para un sistema M/M/1

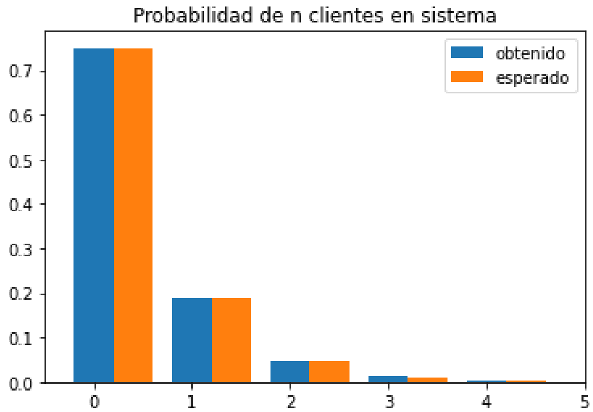

Figura 10: Probabilidad de n clientes en sistema

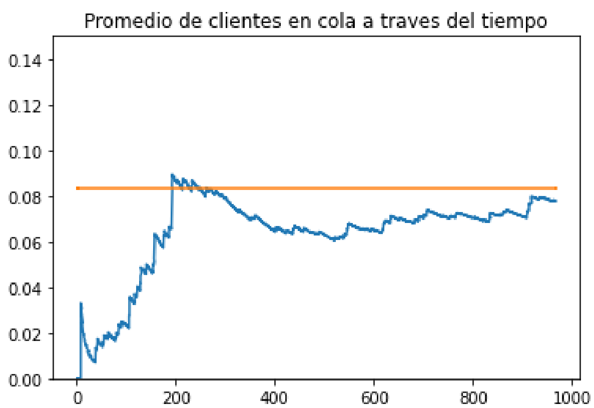

Figura 11: Promedio de clientes en cola

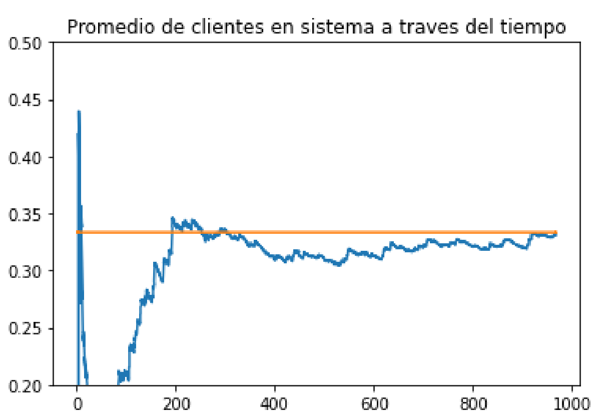

Figura 12: Promedio de clientes en sistema

7.3. Tablas

PCC	PCS	TPC	TPS	US
0.08	0.33	0.32	1.3	0.25
0.08	0.33	0.33	1.32	0.25
0.08	0.33	0.33	1.33	0.24
0.08	0.33	0.33	1.34	0.24
0.07	0.31	0.32	1.33	0.24
0.07	0.32	0.32	1.33	0.25
0.07	0.31	0.31	1.32	0.24
0.08	0.33	0.34	1.35	0.25
0.07	0.32	0.33	1.34	0.24
0.08	0.34	0.33	1.33	0.25

Tabla 1: Variables de rendimiento finales para parámetros $\mu = 1$ y $\lambda = 0.25$

PCC	PCS	TPCC	TPCS	US
0.47	0.96	0.97	1.97	0.49
0.47	0.96	0.97	1.98	0.49
0.52	1.02	1.02	2.03	0.5
0.51	1.01	1.01	2.01	0.5
0.53	1.03	1.03	2.03	0.5
0.53	1.03	1.03	2.04	0.5
0.5	1.0	1.0	2.01	0.49
0.51	1.01	1.01	2.02	0.5
0.49	0.99	1.0	2.0	0.5
0.49	0.99	1.0	2.01	0.49

Tabla 2:Variables de rendimiento finales para parámetros $\mu = 1$ y $\lambda = 0.5$

PCC	PCS	TPC	TPS	US
2.61	3.37	3.36	4.36	0.76
1.99	2.73	2.8	3.84	0.73
2.21	2.95	2.95	3.96	0.74
2.33	3.1	3.06	4.05	0.76
2.27	3.02	2.98	3.96	0.75
2.33	3.09	3.06	4.05	0.75
2.22	2.97	2.97	3.97	0.74
2.27	3.03	3.01	4.01	0.75
2.33	3.07	3.1	4.1	0.74
2.38	3.14	3.12	4.11	0.75

Tabla 3:Variables de rendimiento finales para parámetros $\mu = 1$ y $\lambda = 0.75$

PCC	PCS	TPC	TPS	US
75.21	76.21	75.85	76.84	0.99
34.77	35.75	35.98	36.99	0.97
129.51	130.51	130.74	131.74	0.99
68.87	69.86	70.61	71.61	0.98
93.13	94.12	93.79	94.78	0.98
100.94	101.93	100.34	101.33	0.99
46.47	47.45	47.54	48.55	0.97
214.83	215.82	214.61	215.6	0.99
32.79	33.79	34.26	35.27	0.99
38.24	39.21	39.9	40.92	0.97

Tabla 4: Variables de rendimiento finales para parámetros $\mu = 1$ y $\lambda = 1$

PCC	PCS	TPC	TPS	US
1038.89	1039.89	1038.51	1039.5	0.99
856.4	857.4	873.34	874.34	0.99
996.66	997.66	1004.6	1005.6	0.99
791.49	792.49	797.52	798.54	0.99
1000.64	1001.64	1011.55	1012.55	0.99
1010.91	1011.91	977.62	978.6	0.99
1006.31	1007.31	998.7	999.7	0.99
1002.26	1003.26	1001.65	1002.65	0.99
1050.96	1051.96	1053.43	1054.42	0.99
966.23	967.23	970.02	971.02	0.99

Tabla 5: Variables de rendimiento finales para parámetros $\mu = 1$ y $\lambda = 1.25$

7.4. Implementación en Anylogic

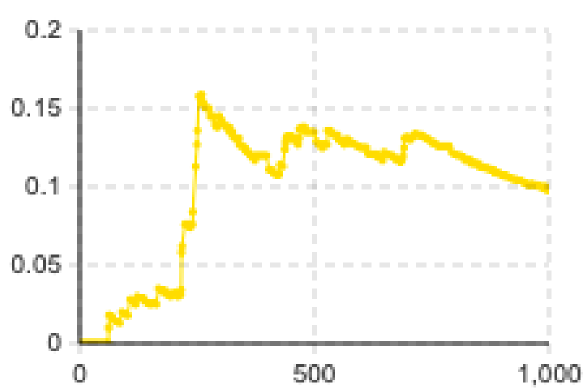

Figura 13: s = 10 y S = 40

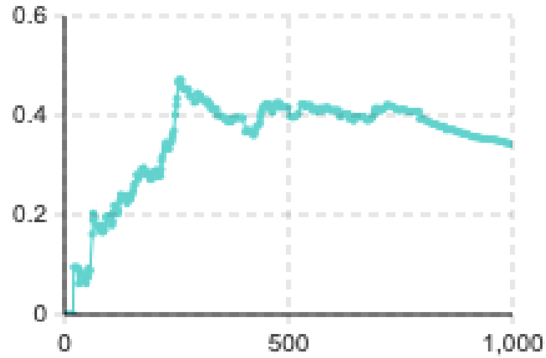

Figura 14: s = 10 y S = 40

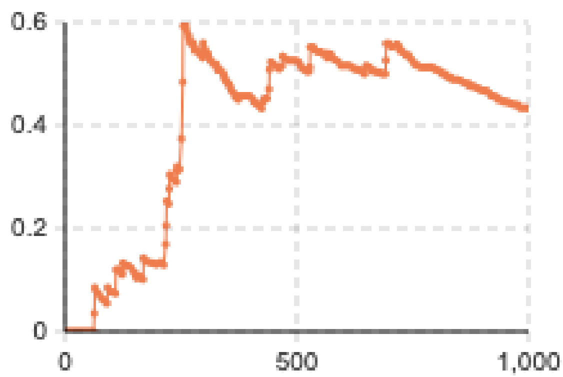

Figura 15: s = 10 y S = 40

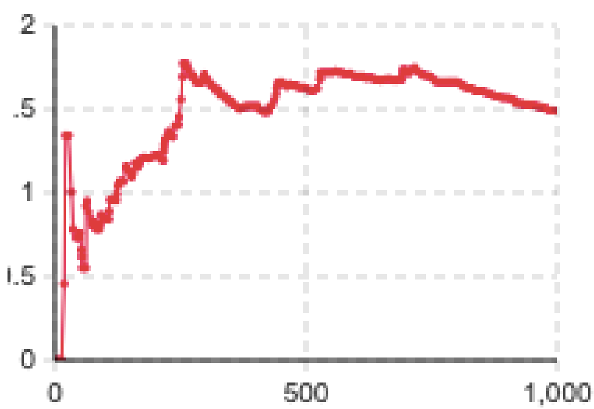

Figura 16: s = 10 y S = 40

8. Simulación de un sistema de Inventario

Policy	ASC	AHC	AOC	ATC
20, 40	128.78	96.78	9.75	17.19
20, 60	121.15	89.15	17.05	16.71
20, 80	121.1	89.1	24.5	10.68
20, 100	116.5	84.5	35.99	8.26
40, 60	128.85	96.85	27.68	1.25
40, 80	126.2	94.2	34.0	2.39
40, 100	119.3	87.3	44.4	1.49
60, 80	135.4	103.4	45.23	0.06
60, 100	123.95	91.95	54.66	0.08

Tabla 6: Variables de rendimiento finales para un sistema de Inventario

8.0.1. Figuras

Las figuras fueron realizadas con parámetros s=10 (nivel minimo de inventario) y s=40 (nivel maximo de inventario), $\beta = 0{,}1$ (tiempo medio entre demanda).

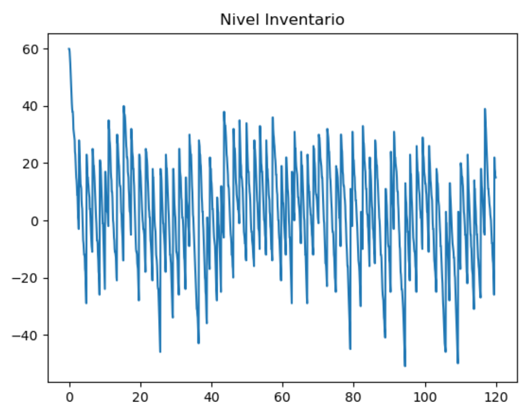

Figura 17: Nivel de inventario

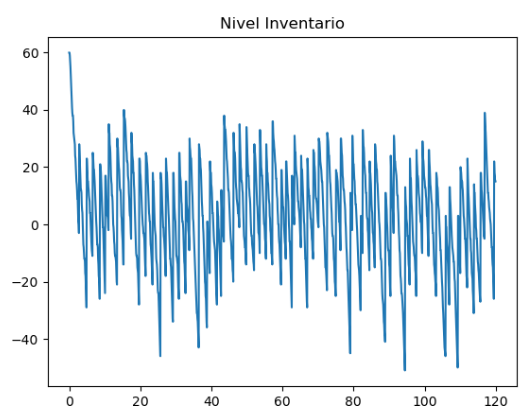

Figura 18: Promedio de nivel de inventario

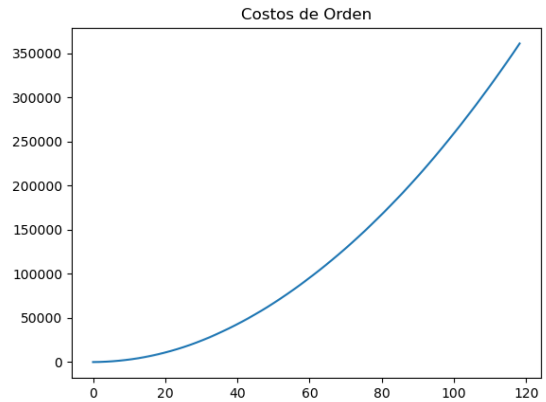

Figura 19: Costo de orden acumulado

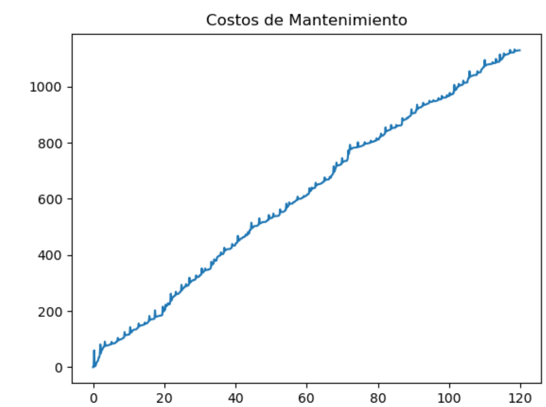

Figura 20: Costo de mantenimiento acumulado

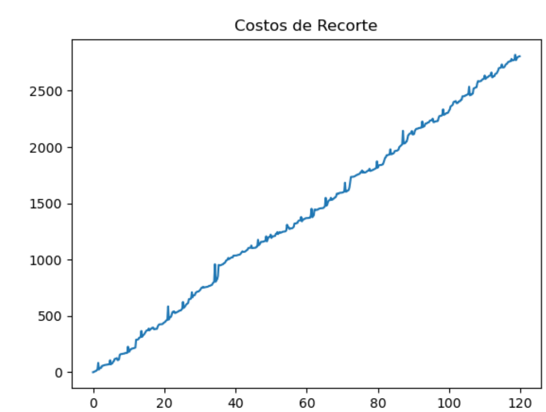

Figura 21: Costo de faltante acumulado

8.1. Implementación en any logic

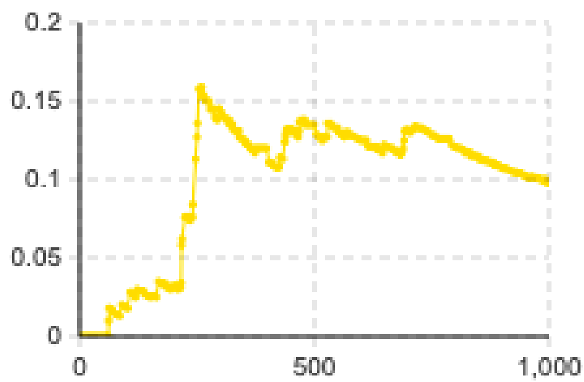

Figura 22:Promedio de clientes en cola

Figura 23: Promedio de clientes en sistema

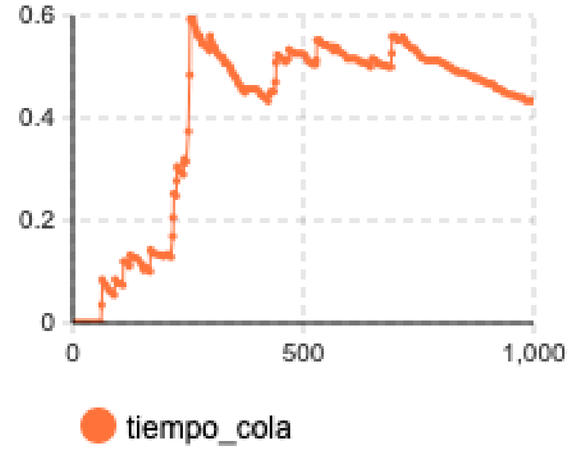

Figura 24: Tiempo en cola

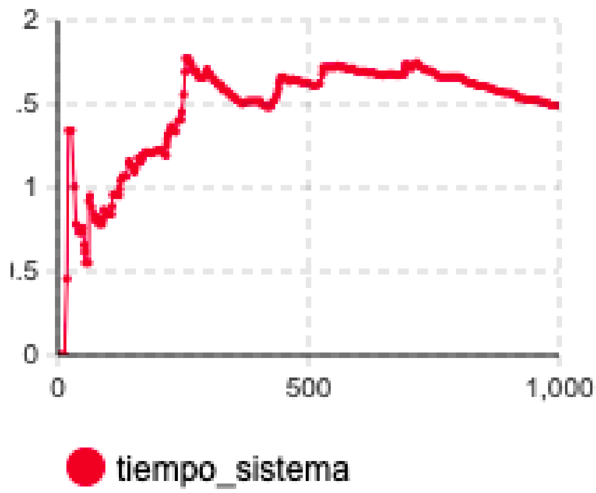

Figura 25: Tiempo de sistema

9. Conclusion

Luego de realizadas las simulaciones tanto del sistema M/M/1 como del sistema de Inventario, podemos concluir lo siguiente:

- Ambos modelos pueden ser representados de diversas formas, utilizando software de simulacion o diseñando un codigo que realice las acciones correctas. Realizar estas simulaciones puede llevar a tomar decisiones acertadas y disminuir riesgos. Por esto, analizar los diversos cambios que se pueden realizar antes una determinada situacion, puede llegar a ser muy beneficioso.
- Realizar la verificacion de los datos obtenidos es simple gracias a herramientas matemáticas de la probabilidad y estadística, asegurándonos la integridad de la informacion
- Realizar pequeñas modificaciones en parámetros pueden llevar a grandes diferencias, por lo cual debemos analizar minuciosamente la forma en la cual realizamos determinadas acciones (por ejemplo, aumentar la rapidez con la que se atiende a un cliente puede llevar a aumentar las ganancias de forma sustancial)

- Mientras se modele el sistema con la mayor cantidad de variables que lo afecten posible los resultados serán cada vez más reales.

10. Bibliografía

Apunte de la cátedra comunicaciones de teoría de colas.
Libro Simulation Moduling Analysis 1.
Anylogic in three days.
The art of process-centric modeling.