MATEMÁTICA DISCRETA I

PRIMER CONTROL (Recuperación)

Apellidos...**Nombre**........................**nº mat.**........................

Observaciones:

- Sólo se valorarán aquellas respuestas que justificadamente utilicen los métodos desarrollados en esta asignatura.
- No está permitido el uso de dispositivos electrónicos.

****

Ejercicio 1 (15 ptos.)

Sea n = 270 y sea D_n el conjunto de los divisores positivos de n. Se pide:

a) Sabiendo que una relación R en D_n es un subconjunto del producto cartesiano $D_n \times D_n$, ¿cuál es el cardinal del conjunto de todas las relaciones distintas en D_n?

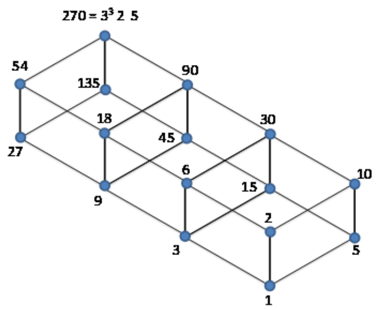
b) Dibuja el diagrama de Hasse de D_n con la relación de orden de divisibilidad.

c) Encuentra todos los elementos de D_n que tienen complementario. Razona si D_n es Álgebra de Boole.

d) Sea el conjunto $C = D_n - \{45, 54\}$ con la relación de orden de divisibilidad. Calcula si existe el sup{6,27} en C. Razona si C es un retículo.

Solución

a) $2^{|D_n \times D_n|} = 2^{|D_n|^2} = 2^{16^2}$ ya que $|D_n| = 4{\cdot}2{\cdot}2$ puesto que $270 = 3^3{\cdot}2{\cdot}5$



b)

c) Complementario de 1 = 270

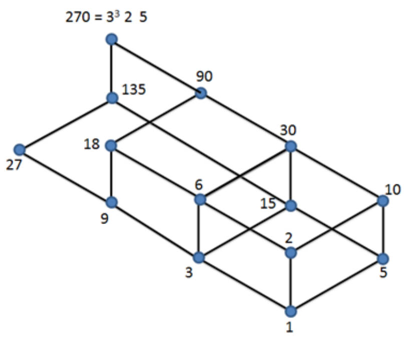
Complementario de 2 = 135 ($3^3{\cdot}5$)

Complementario de 5 = 54 ($3^3{\cdot}2$)

Complementario de 3^3 = 10

D_n no es Álgebra de Boole ya que, por ejemplo, 3 no tiene complementario.

d) sup{6,27} = 270 ya que 54, que es el mínimo común múltiplo de 6 y 27, no está en C.



C no es retículo ya que, por ejemplo, no existe sup{9,15} puesto que cotas sups{9,15} = {90,135,270} y 90 no divide a 135, luego no existe la menor de las cotas superiores. Tampoco existen sup{9,5}, inf{90,135}.

MATEMÁTICA DISCRETA I

PRIMER CONTROL (Recuperación)

Apellidos..**Nombre**....................**nº mat.**....................

Ejercicio 2 (10 ptos.)

Utilizando el método de Quine – McCluskey, obtén una expresión booleana en forma de "mínima suma de productos" para la función booleana cuyo conjunto de verdad es

S(f) = {11010, 11111, 10111, 01111, 00111, 11110, 01000}.

Solución

111111	1-111	
10111	-1111	--111
01111	1111-	
11110	-0111	
11010	0-111	
00111	11-10	
01000		

	11111	10111	01111	11110	11010	00111	01000
--111	√	√	√			√	
1111-	√			√			
11-10				√	√		
01000							√

f(x, y, z, t, w) = z t w + x y t w' + x' y z' t' w'

Ejercicio 3 (15 ptos.)

a) Demuestra por inducción que $n^2 + 3n$ es par para todo n número natural.

b) La compañía Phonestar nos ha cobrado 27 € con 61 céntimos en la última factura telefónica. Sabemos que hemos realizado tan sólo dos llamadas, una a París y otra a Moscú. Las tarifas de la compañía son las siguientes: 1 € con 32 céntimos el minuto por una llamada a París, y 6 € con 49 céntimos el minuto si la llamada es a Moscú. ¿Cuánto tiempo hemos estado hablando en cada una de las llamadas?

Solución

a) Para n = 1 tenemos $1^2 + 3{\cdot}1 = 4$ que es par.

Supongamos el resultado cierto para n (Hipótesis de inducción: n^2+3n par) y demostrémoslo para n+1: $(n+1)^2 + 3(n+1) = n^2 + 2n + 1 + 3n + 3 = (n^2 + 3n) + 2n + 4$ este número es par por ser suma de pares ya que, $n^2 + 3n$ es par por la Hipótesis de inducción y 2n y 4 son pares.

b) La ecuación diofántica es: 132 x + 649 y = 2761

649 = 132 * 4 + 121

132 = 121 * 1 + 11

MATEMÁTICA DISCRETA I

PRIMER CONTROL (Recuperación)

Apellidos.................................... **Nombre**.................... **nº mat.** ....

121 = 11 * 11 + 0

mcd(649, 132) = 11

11 divide a 2761 por lo que la ecuación diofántica tiene solución, 2761 = 11 * 251

11 = 132 - 121 * 1 = 132 - (649 - 134 * 4) = 132 * 5 + 649 * (-1)

La solución general es: x = 1255 + 59 t, y = -251 - 12t

Como x, y > 0, se tiene que:

1255 + 59 t > 0 => t > -21.27

-251 -12t > 0 => t < -20.92

Luego t = -21, x = 16, y = 1, la solución es 16 minutos de llamada con París, y 1 minuto con Moscú.