Hoja 1. Conjuntos (Soluciones)

Susana Cubillo (2020)

Ejercicios recopilados de los apuntes y
Hojas de problemas de los profesores
del Dpto. Matemática Aplicada a las TIC
(Campus Montegancedo). UPM.

1. Describir por extensión los conjuntos formados por los siguientes elementos:
   a) Los números naturales impares menores de 11
   b) Los números pares mayores que 10 y menores que 20
   c) Los números primos menores de 15

   Sol.: a) $\{1,3,5,7,9\}$ b) $\{12,14,16,18\}$ c) $\{2,3,5,7,\ 11,13\}$

2. Di si son verdaderas o falsas las siguientes expresiones
   a) $6 \in \{2,4,5,6,9\}$
   b) $y \in \{o,p,q,x\}$
   c) $x \notin \{0,p,q,y\}$

   Sol.: a) Verdadera b) Falsa c) Verdadera

3. Describe por extensión los siguientes conjuntos

$$A = \{\, n\ natural\ ;\ \ 15 < 3n < 30\}$$
$$B = \{\, n\ natural\ ;\ \ 7 < n < 12\ \ y\ \exists\ a\ impar\ \ tal\ que\ \ n = a + 5\}$$

   Sol.: $A = \{\,6,7,8,9\}$ $B = \{\,8,10\}$

4. ¿Cuáles de los siguientes conjuntos son: vacíos, finitos, infinitos?
   a) $A =\ vocales\ de\ la\ palabra\ \ 'conjunto'$
   b) $B = \{1,3,5,7,9,\dots\}$
   c) $C = \{x \in\ \mathbb{N}\ ;\ \ x < 15\}$
   d) $D = \{x \in\ \mathbb{N}\ ;\ \ 5 < x < 5\}$
   e) $E = \{x \in\ \mathbb{N}\ ;\ \ x\ \ es\ un\ número\ par\}$
   f) $F = \{x \in\ \mathbb{N}\ ;\ \ x\ > 15\}$
   g) $G = \{x \in\ \mathbb{N}\ ;\ x =\ |x|\}$

   Sol.: a) finito b) infinito c) finito d) vacío e) infinito f) infinito g) infinito

5. Sean los conjuntos $A = \{1,2,3,4\}$, $B = \{2,4,6,8\}$, $C = \{3,4,5,6\}$, subconjuntos del conjunto total $X = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$. Halla:

a) $A \cup B$ b) $A \cup \bar{C}$ c) $\overline{B \cup C}$ d) $\overline{A \cap C}$ e) $A \cap B \cap C$ f) $A \cap B$

Sol.: a) $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 6{,}8\}$ b) $A \cup \bar{C} = \{1, 2, 3, 4, 7{,}8{,}9\}$
c) $\overline{B \cup C} = \{1{,}7{,}9\}$ d) $\overline{A \cap C} = \{1{,}3{,}5{,}6{,}7{,}8{,}9\}$ e) $A \cap B \cap C = \{4\}$
f) $A \cap B = \{2{,}4\}$

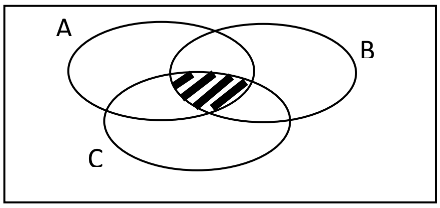
6. Dado el conjunto $A = \{6, 2, 8, 4\}$, encuentra todos los subconjuntos de A que se puedan construir con sus elementos.

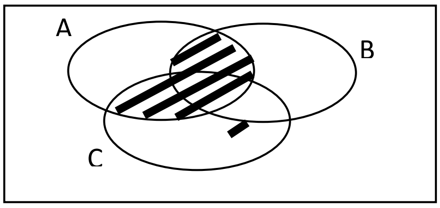
Sol.: $\wp(A) = \{\emptyset, \{6\}, \{2\}, \{8\}, \{4\}, \{6{,}2\}, \{6{,}8\}, \{6{,}4\}, \{2{,}8\}, \{2{,}4\}, \{8{,}4\}, \{6{,}2{,}8\},$
$\{6{,}2{,}4\}, \{6{,}8{,}4\}, \{2{,}8{,}4\}, A\}$

7. ¿Cuál es la intersección de los conjuntos $\{e, x, i\ t, o\}$ y $\{t, r, i, u, n, f, o\}$? ¿Y su unión?

Sol.: $\{e, x, i\ t, o\} \cup \{t, r, i, u, n, f, o\} = \{e, x, i, t, o, r, u, n, f\}$
$\{e, x, i\ t, o\} \cap \{t, r, i, u, n, f, o\} = \{t, i, o\}$

8. Sombrea en los siguientes diagramas de Venn: a) $A \cap B \cap C$ b) $(A \cap B) \cup (A \cap C)$





9. Se consideran los conjuntos $A = \{a, b\}$, $B = \{2{,}3\}$, $C = \{3{,}4\}$. Calcula:
a) $A \times (B \cup C)$ b) $(A \times B) \cup (A \times C)$ c) $A \times (B \cap C)$ d) $(A \times B) \cap (A \times C)$

Sol.: a) $A \times (B \cup C) = \{a, b\} \times \{2, 3, 4\} = \{(a, 2), (a, 3), (a, 4), (b, 2), (b, 3), (b, 4)\}$

b) $(A \times B) \cup (A \times C) = \{(a, 2), (a, 3), (b, 2), (b, 3)\} \cup \{(a, 3), (a, 4), (b, 3), (b, 4)\} =$
$\{(a, 2), (a, 3), (a, 4), (b, 2), (b, 3), (b, 4)\}$

c) $A \times (B \cap C) = \{a, b\} \times \{3\} = \{(a, 3), (b, 3)\}$

d) $(A \times B) \cap (A \times C) = \{(a, 2), (a, 3), (b, 2), (b, 3)\} \cap \{(a, 3), (a, 4), (b, 3), (b, 4)\} =$
$\{(a, 3), (b, 3)\}$

10. Sean los conjuntos $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{a, b\}$, $C = \{3, 4\}$. Calcula $A \times B \times C$.

Sol.: $A\times B\times C=\left\{\begin{matrix}(1,a,3),(1,a,4),(1,b,3),(1,b,4),(2,a,3),(2,a,4),\\(2,b,3),(2,b,4)(3,a,3),(3,a,4),(3,b,3),(3,b,4)\end{matrix}\right\}$

11. Dado el conjunto $A=\{1,2,3\}$, obtén el conjunto de las partes de A, $\wp(A)$.

Sol.: $\wp(A)=\{\emptyset,\{1\},\{2\},\{3\},\ \{1,2\},\ \{1,3\},\{2,3\},\ A\}$

12. Se define $A\setminus B=\{x\in A\,;\quad x\notin B\}$.

Dados los conjuntos $A=\{1,2,3,4,5\}$ y $B=\{2,4,6,8\}$, obtén $A\setminus B$ y $B\setminus A$.

Sol.: $A\setminus B=\{1,3,5\}$ $\qquad B\setminus A=\{6,8\}$

13. Demuestra las leyes de De Morgan, $\overline{A\cup B}=\bar{A}\cap\bar{B}$ y , $\overline{A\cap B}=\bar{A}\cup\bar{B}$.

Sol.: $x\in\overline{A\cup B},\ \Leftrightarrow\ x\notin A\cup B\ \Leftrightarrow\ x\notin A$ y $x\notin B\ \Leftrightarrow\ x\in\bar{A}$ y $x\in\bar{B}$
$\Leftrightarrow\ x\in\bar{A}\cap\bar{B}$

$x\in\overline{A\cap B},\ \Leftrightarrow\ x\notin A\cap B\ \Leftrightarrow\ x\notin A$ ó $x\notin B\ \Leftrightarrow\ x\in\bar{A}$ ó $x\in\bar{B}$
$\Leftrightarrow\ x\in\bar{A}\cup\bar{B}$