Доказать справедливость представления:

$\vec{Z} \sim N_n(\vec{\zeta}, \sigma^2 \mathbb{I})$, $\zeta_i = 0$, $i > r$.

Д: $P_{n\times n}$ - ортогональная матрица что $\vec{Z} = P\vec{Y}$.

$\vec{Y}$ имеет многомерное норм. распр-ие, $\vec{Z}$ явл-ся его линейным преобразованием $\Rightarrow$ $\vec{Z}$ также имеет многомерное норм. распр-ие с параметрами:

$\mathbb{E}[\vec{Z}] = \mathbb{E}[P\vec{Y}] = P \cdot \mathbb{E}[\vec{Y}] = P \cdot (X'\vec{\beta}) =: \vec{\zeta}$.

Т.о. $\mathbb{E}[\vec{Z}] = \vec{\zeta}$.

$Cov(\vec{Z}) = Cov(P\vec{Y}) = P \cdot Cov(\vec{Y}) \cdot P^T = P \cdot (\sigma^2 \mathbb{I}) \cdot P^T =$
$= \sigma^2 \cdot P \mathbb{I} P^T = \sigma^2 \cdot \mathbb{I}$.

Т.о. $Z \sim N_n(\vec{\zeta}, \sigma^2 \mathbb{I})$. Докажем, что $\zeta_i = 0$, $i > r$.

$rang(X') = r$. М-цу P выберем так, чтобы её первые r строк $(\vec{p}_1^T, \dots, \vec{p}_r^T)$ образовывали ортонормированный базис в пр-ве столбцов м-цы X' (назовём его L), тогда последующие $n-r$ строк $(\vec{p}_{r+1}^T, \dots, \vec{p}_n^T)$ будут образовывать ортонорм. базис в $L^{\perp}$ - орто-

гональное дополнение L. Тогда для $i > r$ получаем:
$\vec{p}_i^T \in L^\perp \Rightarrow \vec{p}_i^T$ ортогонален любому вектору из L,
включая $X' \vec{\beta} \Rightarrow \zeta_i = \vec{p}_i^T \cdot (X' \vec{\beta}) = 0$.
Т.о. $\vec{\zeta} = (\zeta_1, \zeta_2, \ldots, \zeta_r, 0, \ldots, 0)$.