



Análisis y Diseño de Algoritmos

Grado en Ingeniería Informática

Problemas del Tema 2

- 1.- Dado un conjunto de n enteros positivos v_1, v_2, \dots, v_n , determinar si existe algún subconjunto cuya suma sea igual al valor s (también positivo).
- 2.- Crear un programa que lea una cadena de caracteres, compruebe no existe en ella ningún carácter repetido, y en ese caso escriba todas las cadenas que se pueden formar por permutaciones de los caracteres de la cadena original. Por ejemplo, si la cadena leída fuera "DATO", el programa escribiría:

DATO DAOT DTAO DTOA DOAT DOTA
ADTO ADOT ATDO ATOD AODT AOTD
TDAO TDOA TADO TAOD TODA TOAD
ODAT ODTA OADT OATD OTDA OTAD

- 3.- Sudoku es un rompecabezas matemático de colocación que se popularizó en Japón en 1986 y se dio a conocer en el ámbito internacional en 2005. El objetivo es rellenar una cuadrícula de 9×9 celdas dividida en subcuadrículas (también llamadas cajas o regiones) de 3×3 de las cifras del 1 al 9 partiendo de algunos números ya dispuestos en algunas de las celdas. No se debe repetir ninguna cifra en una misma fila, columna o subcuadrícula. Construya un programa que sea capaz de resolver un sudoku de forma eficiente. En la siguiente figura se puede ver un ejemplo de Sudoku y su solución:

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 5 | 3 | | | 7 | | | | |
| 6 | | | 1 | 9 | 5 | | | |
| | 9 | 8 | | | | | 6 | |
| 8 | | | | 6 | | | | 3 |
| 4 | | | 8 | | 3 | | | 1 |
| 7 | | | | 2 | | | | 6 |
| | 6 | | | | | 2 | 8 | |
| | | | 4 | 1 | 9 | | | 5 |
| | | | | 8 | | | 7 | 9 |

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 5 | 3 | 4 | 6 | 7 | 8 | 9 | 1 | 2 |
| 6 | 7 | 2 | 1 | 9 | 5 | 3 | 4 | 8 |
| 1 | 9 | 8 | 3 | 4 | 2 | 5 | 6 | 7 |
| 8 | 5 | 9 | 7 | 6 | 1 | 4 | 2 | 3 |
| 4 | 2 | 6 | 8 | 5 | 3 | 7 | 9 | 1 |
| 7 | 1 | 3 | 9 | 2 | 4 | 8 | 5 | 6 |
| 9 | 6 | 1 | 5 | 3 | 7 | 2 | 8 | 4 |
| 2 | 8 | 7 | 4 | 1 | 9 | 6 | 3 | 5 |
| 3 | 4 | 5 | 2 | 8 | 6 | 1 | 7 | 9 |



- 4.- Dadas dos cadenas P y T , se define la *distancia de edición* entre P y T como el menor número posible de cambios necesarios para transformar la cadena T en la cadena P . Los cambios pueden ser:
- *Sustitución*: cambio de un carácter ($KAT \rightarrow CAT$).
 - *Inserción*: añadir un carácter ($CT \rightarrow CAT$).
 - *Borrado*: borrado de un carácter ($CAAT \rightarrow CAT$).

Por ejemplo, $P = abcdefghijkl$ y $T = bcdef fghixkl$ tienen una distancia de edición de 3.

Construya un programa para calcular la distancia de edición entre dos cadenas.

- 5.- El pirata Jack Sparrow ha localizado el tesoro del pirata Barba Negra. Para no llamar la atención de otros piratas, decide ir a buscarlo con una pequeña y discreta goleta, que es capaz de transportar 250 arrobas de peso. El tesoro está compuesto por 300 cofres cerrados, que pretende llevarse sin abrir para ir más rápido. Cada cofre i tiene un peso de p_i arrobas ($i = 1, \dots, 300$). Dado que no es posible llevarse todos los cofres, el pirata Jack Sparrow pretende llevarse sólo los más valiosos, y para ello, ha estimado su contenido, asignando a cada cofre i un valor de d_i doblones de oro ($i = 1, \dots, 300$).

Escriba un algoritmo eficiente para determinar qué cofres debería llevarse Jack Sparrow para conseguir el mayor botín posible. Indique además cuánto tiempo requiere el algoritmo.

- 6.- Nos piden asignar los árbitros para el mundial de fútbol de Brasil 2014. La restricción es que un árbitro no puede pertenecer a ninguno de los países de los equipos de dicho partido. Nos dan la lista de A árbitros, cada uno con su respectiva nacionalidad (valor entre 1 y N , siendo N el número de nacionalidades diferentes) y la lista de P partidos con las nacionalidades de los dos equipos que juegan. Cada árbitro puede participar en un máximo de 4 partidos.

Escriba un algoritmo que muestre por pantalla todas las posibles asignaciones distintas de árbitros a partidos compatibles con las restricciones anteriormente planteadas.

- 7.- El rey Arturo desea designar N caballeros para su mesa redonda, y para ello debe elegir entre M ($M > N$) candidatos al puesto. El principal requisito es que pueda confiar en la lealtad mutua de todos los caballeros seleccionados. Tras una audiencia, consigue elaborar una matriz simétrica de talla $M \times M$, donde cada posición (i, j) indica si los caballeros i y j son leales entre sí. Debes ayudar al rey Arturo construyendo un algoritmo para listar todos los conjuntos de candidatos que podrán conformar la mesa redonda.
- 8.- El alfil es una de las piezas con las que se juega al ajedrez y solamente puede moverse en diagonal, sin límite de casillas. Dos alfiles se amenazan mutuamente si uno está en el camino del otro. Construya un algoritmo eficiente para calcular el número de maneras de colocar 8 alfiles en el tablero de ajedrez de 8×8 casillas de modo que no se amenacen.

- 9.- Dos jugadores de *EverQuest* deciden unir sus fuerzas para luchar contra un dragón. Después de una dura batalla, aunque no consiguen derrotarlo, huyen con una bolsa de monedas de oro. Para mayor seguridad, deciden seguir caminos diferentes, y dado que ninguno de los dos se fía del otro, es necesario dividir el botín. La bolsa contiene N monedas, cada una de ellas de un valor v_i ($i = 1 \dots N$). El contenido de la bolsa puede no ser exactamente divisible entre 2, ya que no es posible dividir ninguna moneda. Por este motivo, el reparto debe hacerse de la manera más justa posible, de modo que la diferencia entre el dinero que obtiene cada uno se minimice.

Escriba un algoritmo eficiente para determinar qué monedas debe quedarse cada uno de los jugadores para conseguir el reparto más justo posible. Indique además cuánto tiempo requiere el algoritmo.



- 10.- Existe una isla tropical en el océano Pacífico que tiene riquezas naturales de valor incalculable. Sin embargo, la isla ha sido declarada Patrimonio de la Humanidad y no es posible acceder a ella. La empresa DHARMA pretende organizar una expedición clandestina a dicha isla para transportar una serie de vehículos de exploración empleando un barco de carga. La empresa ha contactado con N exploradores interesados en llegar a la isla. Cada explorador i necesita transportar un vehículo de longitud l_i metros ($i = 1, \dots, N$). No es posible transportar todos los vehículos a la isla, ya que el barco dispone de una bodega de 200 metros, en la cual se transportarán los vehículos. Al tratarse de una expedición clandestina, no existe una tarifa fija por transportar los vehículos, de modo que cada explorador ofrece una determinada cantidad de dinero por transportar su vehículo de exploración, d_i ($i = 1, \dots, N$).

Escriba un algoritmo eficiente que permita a la empresa DHARMA determinar qué vehículos hay que transportar para conseguir el mayor beneficio. Indique además cuánto tiempo requiere el algoritmo.

- 11.- Nos proporcionan una matriz $A[1..m][1..n]$ de números reales positivos. Queremos redondear A a una matriz de enteros, reemplazando cada elemento x de A con $\lceil x \rceil$ o con $\lfloor x \rfloor$, pero sin cambiar la suma de las filas y la suma de las columnas de A . Por ejemplo:

$$\begin{bmatrix} 1,2 & 3,4 & 2,4 \\ 3,9 & 4,0 & 2,1 \\ 7,9 & 1,6 & 0,5 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 4 & 4 & 2 \\ 8 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Escriba un algoritmo eficiente que redondee la matriz A de esta manera o que indique que el redondeo no es posible.

- 12.- Se dispone de m canicas y n botes para guardarlas. Cada bote puede contener un máximo de c canicas. Diseñe un algoritmo que genere todas las posibles maneras de distribuir las canicas en los botes de manera que ningún bote tenga más de c canicas, siendo $m \leq cn$. El algoritmo debe imprimir por pantalla el número de canicas en cada bote para cada forma distinta de distribuir las canicas en los botes. Por ejemplo, para $m = 10$, $n = 3$ y $c = 5$, la salida del algoritmo debería ser:

| | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 5 | 5 | 3 | 2 | 5 | 4 | 3 | 3 | 5 | 3 | 2 |
| 1 | 4 | 5 | 3 | 3 | 4 | 4 | 4 | 2 | 5 | 4 | 1 |
| 1 | 5 | 4 | 3 | 4 | 3 | 4 | 5 | 1 | 5 | 5 | 0 |
| 2 | 3 | 5 | 3 | 5 | 2 | 5 | 0 | 5 | | | |
| 2 | 4 | 4 | 4 | 1 | 5 | 5 | 1 | 4 | | | |
| 2 | 5 | 3 | 4 | 2 | 4 | 5 | 2 | 3 | | | |

- 13.- La filmoteca ha organizado un maratón de cine de terror. Durante 24 horas se proyectarán películas (todas diferentes) en las n salas disponibles. Sara, gran aficionada a este género de películas, ha conseguido la programación completa donde aparecen todas las películas que se van a proyectar durante el maratón. Para cada película se indica el título, nombre del director, duración de la película, la sala de proyección y la hora de comienzo. Ayuda a Sara a planificar su maratón de cine, teniendo en cuenta que su único objetivo es ver el máximo número posible de películas.



- 14.- Un viajante de comercio tiene que viajar en coche desde Valencia a Lisboa siguiendo una ruta preestablecida. Con el depósito lleno, su coche puede recorrer un máximo de M kilómetros. El viajante dispone de un mapa de carreteras en el que figuran las distancias entre las gasolineras en su ruta, y desea utilizar esta información para, suponiendo que parte de Valencia con el depósito lleno, realizar en su recorrido un número mínimo de paradas para repostar combustible. Desarrollar un algoritmo eficiente para determinar en qué gasolineras deberá parar.
- 15.- Una empresa acaba de abrir n factorías de tecnología punta. Cada fábrica requiere la instalación de una máquina y la asignación de un técnico que la gestione. Se dispone de n máquinas y n técnicos que deberán ser distribuidos entre las fábricas. Como no todas las máquinas son apropiadas para las necesidades de todas las fábricas, se dispone de la matriz booleana *apropiada* $[m, f]$, de tamaño $n \times n$, que indica si la máquina m es apropiada para la fábrica f . Asimismo, no todos los técnicos conocen todas las máquinas, por lo que se dispone de la matriz booleana *conoce* $[t, m]$, de tamaño $n \times n$, que indica si el técnico t conoce la máquina m . Finalmente no todos los técnicos están dispuestos a trabajar en todas las fábricas, por lo que se dispone de la matriz booleana *acceptaria* $[t, f]$, de tamaño $n \times n$, que indica si el técnico t estaría dispuesto a trabajar para la fábrica f . Se pide encontrar, si la hubiera, alguna forma de asignar a cada fábrica una máquina apropiada a sus necesidades y un técnico que conozca dicha máquina y acepte trabajar para la fábrica en cuestión.
- 16.- Un archipiélago consta de unas cuantas islas y varios puentes que unen ciertos pares de islas entre sí. Para cada puente (que puede ser de dirección única), además de saber la isla de origen y la isla de destino, se conoce su *anchura* > 0 . La anchura de un camino formado por una sucesión de puentes es la anchura mínima de las anchuras de todos los puentes que lo forman. Para cada par de islas se desea saber cuál es el camino de anchura máxima que las une (siempre que exista alguno).
- 17.- Dos ladrones acaban de desvalijar la reserva nacional de oro. Los lingotes están empaquetados en n cajas de diferentes pesos naturales positivos p_i para i entre 1 y n . Como no tienen tiempo de desempaquetarlos para dividir el botín, deciden utilizar los pesos de cada una de las cajas para distribuir el botín a medias. Diseñe un algoritmo para saber si el botín se puede dividir en dos partes iguales sin desempaquetar las cajas con los lingotes.
- 18.- En una pista de esquí se quiere calcular cuál es el mejor recorrido para hacer snowboard. El requisito necesario es que la pendiente sea descendente. Nos proporcionan la información del área de esquí como una matriz de números (*altura* $[F][C]$, siendo F el número de filas y C el número de columnas) en la que cada número representa la altura de cada punto. Por ejemplo:

| | | | | |
|----|----|----|----|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| 16 | 17 | 18 | 19 | 6 |
| 15 | 24 | 25 | 20 | 7 |
| 14 | 23 | 22 | 21 | 8 |
| 13 | 12 | 11 | 10 | 9 |

La longitud del recorrido es el número de puntos que se recorren y queremos saber cuál sería el recorrido más largo. Se puede pasar de un punto a otro que se encuentre a la izquierda, a la derecha, arriba o abajo. El requisito es que al pasar de un punto al siguiente la altura sea decreciente. Por ejemplo, un posible recorrido sería 24-17-16-1. Sin embargo, el recorrido más largo posible sería 25-24-23-...-3-2-1.

Diseñe un algoritmo que muestre por pantalla el recorrido más largo. Se mostrará la altura de cada punto del recorrido, como en los dos ejemplos anteriores. Se puede emplear pseudocódigo o cualquier lenguaje de programación.



- 19.-** En un remoto país utilizan monedas cuyo valor son los números de 1 a 21 elevados al cubo. Es decir $1^3, 2^3, 3^3, \dots, 21^3$ o lo que es lo mismo 1, 8, 27, ..., 9261. El objetivo es contar el número de formas de pagar una cantidad determinada usando ese repertorio de monedas.

Por ejemplo, hay 3 maneras de pagar la cantidad 21:

- 21 monedas de valor 1.
- 1 moneda de valor 8 y 13 monedas de valor 1.
- 2 monedas de valor 8 y 5 monedas de valor 1.

Diseñe un algoritmo que resuelva de manera **eficiente** el problema. El algoritmo recibirá como entrada una cantidad a pagar y deberá imprimir por pantalla el número de formas de pagar dicha cantidad. Será necesario indicar cuál es el coste en tiempo del algoritmo. Para elaborar el algoritmo se puede emplear pseudocódigo o cualquier lenguaje de programación.

- 20.-** Pedro ha recibido dinero de sus padres y quiere gastarlo todo en libros. Ha decidido comprar dos libros en la librería de su barrio. Como quiere gastar todo el dinero, debe elegir dos libros de manera que la suma de los precios sea exactamente igual al dinero que tiene. La cantidad de dinero recibida por Pedro es m . La librería tiene un total de n libros cuyos precios nos los proporcionan en un vector $precios[1..n]$. Proporcione un algoritmo que resuelva el problema con un coste de $O(n \log(n))$.