Análisis de frecuencia

Curso Hidrología

Henry Jiménez E. Profesor

Log Normal de 2 parámetros

$$f(x) = \frac{1}{x\sqrt{2\Pi\sigma_y}} e^{-\frac{1}{2}\left[\frac{\ln x - \mu_y}{\sigma_y}\right]^2}$$

para $0 < x < \infty$

- Donde μ_y, σ_y, son la media y desviación estándar de los logaritmos naturales de x; es decir, de lnx,
- Representan, respectivamente:
  - el parámetro de escala y
  - el parámetro de forma de la distribución.

Log-Normal de 3 parámetros

La distribución Log-Normal de tres parámetros es similar a la distribución Log-Normal 2P excepto que la variable x es restada en una cantidad x_o que representa un límite inferior para dicha variable, tal que: $y = ln(x - x_0)$

2.1.1. Función densidad

La función densidad, de la distribución log-normal de 3 parámetros es:

$$f(x) = \frac{1}{(x - x_0)\sigma_y \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left[\frac{ln(x-x_0)-\mu_y}{\sigma_y}\right]^2} \tag{2.1}$$

para $x_o \leq x \leq \infty$

donde:

x_o : Parámetro de posición en el dominio x

μ_y : Parámetro de escala en el dominio x

σ_o^2 : Parámetro de forma en el dominio x

Estimación parámetros verosimilitud

$$\mu_y = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} ln(x_i - x_o) \qquad (2.2)$$

$$\sigma_y = \sqrt{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} (ln(x_i - x_o) - \mu_y)^2)} \qquad (2.3)$$

donde:

μ_y=Parámetro de escala, igual al promedio de los $ln(x - x_o)$ σ_y=Parámetro de forma, igual a la desviación estándar de los $ln(x - x_o)$ x_o=Parámetro de posición El parámetro de posición

Gamma de 2 parámetros

2.2.1. Función densidad

La función densidad, de la distribución Gamma 2 parámetros es:

$$f(x) = \frac{x^{\gamma-1} e^{-\frac{x}{\beta}}}{\beta^{\gamma} \Gamma(\gamma)}$$

para:

$0 \leq x < \infty$
$0 < \gamma < \infty$
$0 < \beta < \infty$
donde:
γ : Parámetro de forma (+)
β : Parámetro de escala (+)
$\Gamma(\gamma)$: Función gamma completa.

Parámetro de forma

El parámetro de forma se puede calcular por la siguiente relación aproximada de Greenwood y Durand(1960):
para: $0 \leq y \leq 0{,}5772$

$$\gamma = \frac{0{,}5000876 + 0{,}1648852y - 0{,}0544274y^2}{y} \tag{2.12}$$

y para: $0{,}5772 < y \leq 17{,}0$

$$\gamma = \frac{8{,}898919 + 9{,}05995y + 0{,}9775373y^2}{y(17{,}79728 + 11{,}968477y + y^2)} \tag{2.13}$$

donde:
$y = ln\overline{x} - \overline{lnx}$

Parámetro de escala

$$\beta = \frac{\overline{X}}{\gamma} \tag{2.14}$$

Procedimiento para el cálculo y aplicación en R

1. Los pasos para el cálculo y el gráfico de la distribución de probabilidad empírica son explicados anteriormente en la distribución Log-Normal 3P, usando los mismos datos.
2. Para el cálculo de los parámetros de la distribución Gamma2P se usarán las ecuaciones 2.12, 2.13 y 2.14

Gamma de 3 parámetros

2.3.1. Función densidad

La función densidad, de la distribución Gamma 3 parámetros es:

$$f(x) = \frac{(x - x_o)^{\gamma-1} e^{-\frac{x-x_o}{\beta}}}{\beta^\gamma \Gamma(\gamma)}$$

para:

$x_o \leq x < \infty$

$-\infty < x_o < \infty$

$0 < \gamma < \infty$

$0 < \beta < \infty$

donde:

x_o : parámetro de posición, origen de la variable x

γ : Parámetro de forma $(+)$

β : Parámetro de escala $(+)$

$\Gamma(\gamma)$: Función gamma completa.

2.3.3. Estimación de parámetros, método de momentos

Aplicando el método de momentos se obtienen las siguientes ecuaciones:

$$\gamma = \frac{4}{C_s^2}$$

$$\beta = \frac{C_s S}{2}$$

$$x_o = \overline{X} - \frac{2S}{C_s}$$

donde:

$C_s = g = \frac{N^2 M_3}{(N-1)(N-2)S^3}$

$M_3 = \frac{\sum (x_i - \overline{X})^3}{N}$

$M_3 = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \overline{X})^2}{N-1}}$

$\overline{X} = \frac{\sum x_i}{N}$

Log Pearson 3

2.4.1. Función densidad

La función densidad, de la distribución Log-Pearson tipo III es:

$$f(x) = \frac{(lnx - x_o)^{\gamma-1} e^{-\frac{lnx - x_o}{\beta}}}{x\beta^{\gamma}\Gamma(\gamma)}$$

para:

$x_o \leq x < \infty$

$-\infty < x_o < \infty$

$0 < \gamma < \infty$

$0 < \beta < \infty$

donde:

x_o : parámetro de posición, origen de la variable x

γ : Parámetro de forma $(+)$

β : Parámetro de escala $(+)$

$\Gamma(\gamma)$: Función gamma completa.

2.4.3. Estimación de parámetros, método de momentos

Aplicando el método de momentos se obtienen las siguientes ecuaciones:

$$\gamma = \frac{4}{C_{Slnx}^2}$$

$$\beta = \frac{C_{Slnx} * S_{lnx}}{2}$$

$$x_o = \overline{X}_{lnx} - \frac{2S_{lnx}}{C_{Slnx}}$$

donde:

$C_{Slnx} = \frac{N\sum(lnx_i - \overline{X}_{lnx})^3}{(N-1)(N-2)S_{lnx}^3}$

$S_{lnx} = \sqrt{\frac{\sum(lnx_i - \overline{X}_{lnx})^2}{N-1}}$

$\overline{X}_{lnx} = \frac{\sum lnx_i}{N}$

Gumbel

2.5.1. Función acumulada

La función de distribución acumulada de la distribución Gumbel tiene la forma:

$$F(x) = e^{-e^{-\frac{x-\mu}{\alpha}}}$$

para:

$-\infty < x < \infty$

donde:

$0 < \alpha < \infty$, es el parámetro de escala

$-\infty < \mu < \infty$, es el parámetro de posición

2.5.3. Estimación de parámetros, método de momentos

Aplicando el método de momentos se obtienen las siguientes ecuaciones:

$$\alpha = \frac{\sqrt{6}}{\pi} S$$

$$\mu = \overline{X} - 0{,}57721\alpha$$

Log-Gumbel

2.6.1. Función acumulada

La función de distribución acumulada de la distribución Gumbel tiene la forma:

$$F(x) = e^{-e^{-\frac{lnx-\mu}{\alpha}}}$$

para:

$-\infty < x < \infty$

donde:

$0 < \alpha < \infty$, es el parámetro de escala

$-\infty < \mu < \infty$, es el parámetro de posición

2.6.3. Estimación de parámetros, método de momentos

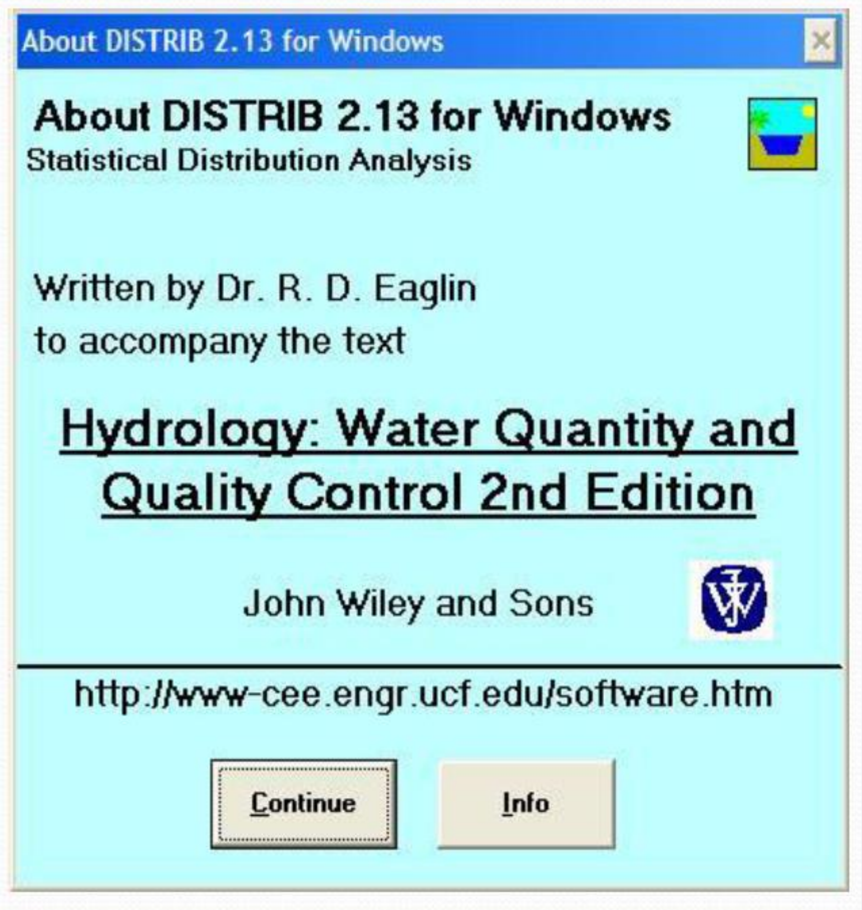
Aplicando el método de momentos se obtienen las siguientes ecuaciones:

$$\alpha = \frac{\sqrt{6}}{\pi} S_{lnx}$$

$$\mu = \overline{X}_{lnx} - 0{,}57721\alpha$$

Pruebas de bondad de ajuste

- Las pruebas de bondad de ajuste consisten en comprobar, gráfica y estadísticamente, si la frecuencia empírica de la serie analizada se ajusta a una determinada función de probabilidades teórica seleccionada a priori, con los parámetros estimados, con base en los valores muestrales.
- Las pruebas de bondad de ajuste más utilizadas son:
- • Ajuste gráfico
- • Ajuste estadístico
  - Chi – cuadrado: Considera la diferencia máxima entre la función de la distribución de probabilidad empírica de la muestra Fi(x) y la función teórica escogida F(x)
  - Smirnov – Kolmogorov: Valora que tan próximo es el histograma de frecuencias de la muestra observada y el mismo con la distribución adoptada.


About DISTRIB 2.13 for Windows
About DISTRIB 2.13 for Windows
Statistical Distribution Analysis
Written by Dr. R. D. Eaglin
to accompany the text
Hydrology: Water Quantity and Quality Control 2nd Edition
John Wiley and Sons
http://www-cee.engr.ucf.edu/software.htm
Continue
Info

DESCARGA

https://mega.nz/#!98lFHLTK!kycxloh9jbXHzh3VKls4YeMzlOl_ABgAzO89B3ekYMU

Página profesor Víctor Ponce

- http://onlinecalc.sdsu.edu

Uso R

Henry Jiménez E. Profesor

Referencias

- Revisión de conceptos de estadística y probabilidad
- Ponce, V. Página web.
- Smada software.
- Villón, M. HidroEsta, software para cálculos hidrológicos.

Taller

- Estimar caudales máximos esperados, para la corriente de estudio, para los Tr: 5, 10 y 25 años.