

Análisis y Diseño de un Controlador de Estructura Variable para un Sistema de Suspensión Vehicular

Alvaro J. Gaona 

Resumen

En este trabajo se presenta el diseño e implementación en simulación de un controlador no lineal basado en control de estructura variable (VSC) para un sistema de suspensión vehicular. El modelo dinámico empleado corresponde a un sistema masa-muelle-amortiguador de un grado de libertad, sobre el cual se formula una superficie de deslizamiento que garantiza la convergencia del estado al punto de equilibrio y el rechazo de perturbaciones externas. Se analiza el fenómeno de *chattering* inherente a la conmutación de alta frecuencia de la ley de control y se propone su mitigación mediante la introducción de una capa límite (*boundary layer*) de ancho 2ϕ , que sustituye la discontinuidad por una interpolación lineal. Los resultados muestran que la inclusión de dicha capa elimina las oscilaciones indeseadas en la señal de control, preservando el desempeño en términos de tiempo de subida, tiempo de establecimiento y sobreimpulso. Se discuten además las limitaciones del enfoque en cuanto al seguimiento de referencias arbitrarias y se proponen alternativas basadas en la redefinición de la superficie de deslizamiento. El controlador propuesto demuestra ser una solución robusta y configurable para la regulación de sistemas de suspensión, con potencial de extensión a modelos de mayor complejidad.

1 Introducción

La suspensión vehicular constituye uno de los subsistemas más estudiados en la ingeniería automotriz, con décadas de investigación orientadas a dos objetivos fundamentales: garantizar el confort de conducción y preservar la integridad estructural del vehículo y su carga ante las irregularidades del terreno. En la Fig. 1 se ilustra una estructura de suspensión real.

En el ámbito de los automóviles de pasajeros, una suspensión bien diseñada mejora la experiencia de conducción al atenuar las vibraciones transmitidas a los ocupantes. En el caso de los vehículos de carga pesada, el diseño adquiere una relevancia aún mayor, ya que las elevadas masas transportadas amplifican los esfuerzos dinámicos sobre el chasis y la mercancía, pudiendo comprometer tanto la seguridad como la vida útil del vehículo. Las motocicletas, por su parte, presentan desafíos particulares debido a su menor masa, la ausencia de carrocería y la influencia directa de la suspensión en la estabilidad y maniobrabilidad, lo que hace del ajuste de sus parámetros un factor crítico tanto para el confort del piloto como para la seguridad en curva y frenada.

El interés por la suspensión trasciende el uso cotidiano y se extiende al ámbito de la competición, donde constituye un elemento diferenciador del rendimiento. En la Fórmula 1, los sistemas de suspensión activa y semiactiva han sido objeto de intensa investigación para maximizar la adherencia aerodinámica y el contacto del neumático con el asfalto en condiciones extremas. De manera análoga, en MotoGP la calibración de la suspensión resulta determinante para gestionar las transferencias de carga durante la aceleración y la frenada, influyendo directamente en los tiempos por vuelta. Estos escenarios de alta exigencia han impulsado el desarrollo de estrategias de control avanzadas que, progresivamente, se transfieren a los vehículos de producción en serie.

En este contexto, el diseño de estrategias de control para sistemas de suspensión ha cobrado especial relevancia. Frente a las suspensiones pasivas tradicionales, cuyos parámetros de amortiguamiento y rigidez permanecen fijos, los sistemas de suspensión activa y semiactiva permiten modificar dinámicamente la fuerza de amortiguación en función del estado del vehículo y las condiciones del terreno. Para ello se han propuesto diversas técnicas de control, desde enfoques clásicos hasta control óptimo, y el control por modos deslizantes (SMC). Este último resulta particularmente atractivo por su robustez inherente frente a incertidumbres paramétricas y perturbaciones externas, características importantes en el entorno real de operación de un vehículo.

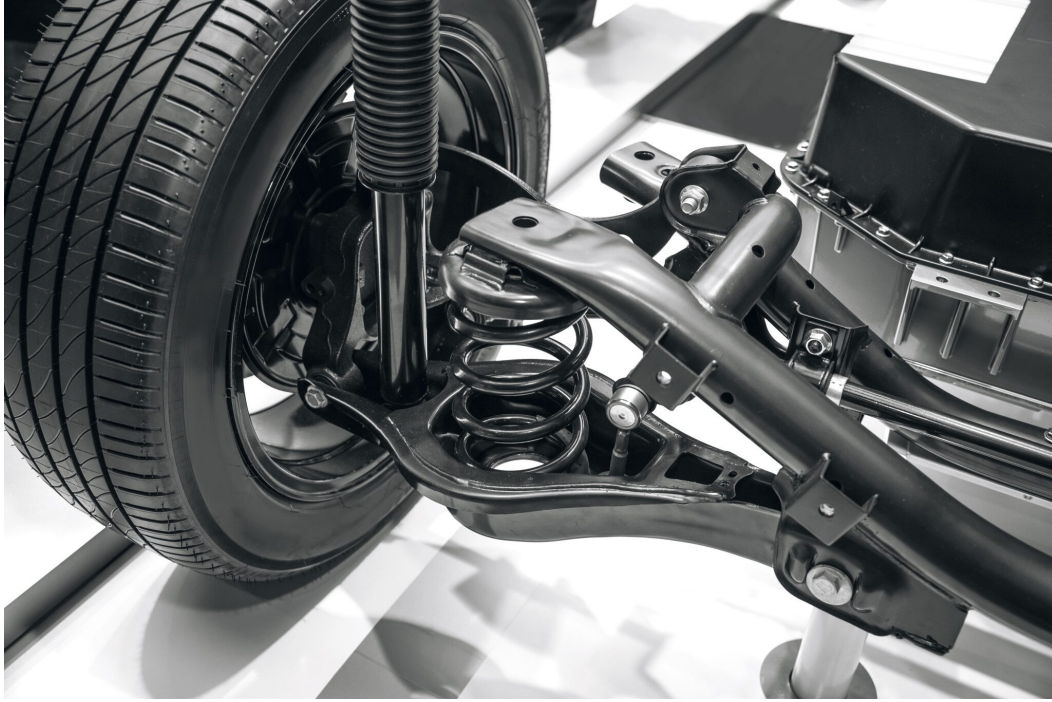


Figure 1: La imagen muestra la estructura de una suspensión moderna. En el centro, el muelle y el amortiguador funcionan de forma combinada para absorber las irregularidades del camino y mantener la estabilidad. Los brazos de control guían el recorrido de la rueda, mientras que el conjunto permanece unido a la estructura principal del vehículo para garantizar su firmeza.

2 Metodología

En este trabajo se aborda el análisis y control de un sistema de suspensión vehicular cuyo objetivo principal es atenuar las perturbaciones que afectan al vehículo. El sistema se estudia de forma analítica tanto en lazo abierto como en lazo cerrado, donde este último se implementa mediante un controlador no lineal de estructura variable. Si bien la función principal del controlador es rechazar las oscilaciones del vehículo, también se realiza un estudio del seguimiento de trayectoria, dado que la metodología propuesta puede extrapolarse a otros sistemas de segundo orden.

2.1 Modelado

El modelo de un sistema de suspensión se analiza en torno a una parte del sistema completo. Popularmente, los vehículos son de dos ejes con cuatro ruedas; aunque existen casos con menos y con más como han de ser motos y camiones de varios ejes.

En este caso se estudia lo que se conoce como *quarter suspension system*, es decir, el modelo asociado a una de las cuatro secciones de un vehículo de dos ejes y cuatro ruedas. El comportamiento dinámico del sistema se representa mediante un modelo masa–muelle–amortiguador (Fig. 2), cuya descripción matemática se resume en una ecuación diferencial ordinaria de segundo orden (Ec. 2.1).

$$m\ddot{z} + b\dot{z} + kz(t) = u(t) \quad (2.1)$$

La variable z se define como la diferencia entre la posición de la masa puntual y su posición de equilibrio. En términos generales, se desea que $z = 0$, es decir, llevar el sistema a dicho punto de equilibrio. En este caso, la referencia del sistema en lazo cerrado se mantiene en 0, ya que el objetivo es rechazar las perturbaciones introducidas por las irregularidades del suelo.

Función de transferencia Su función de transferencia $G(s)$ está dada por la transformada de Laplace del sistema de la Ec. (2.2).

$$G(s) = \frac{1/m}{s^2 + \frac{b}{m}s + \frac{k}{m}} \quad (2.2)$$

A partir de esta representación de la función de transferencia podemos obtener los parámetros de la representación general y estándar de una función de transferencia de segundo orden $G^*(s) = G_0/(s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2)$. Estos parámetros son:

- $\omega_n \left(\sqrt{\frac{k}{m}} \right)$: la frecuencia a la cual el sistema oscilaría si no hay factor de amortiguamiento ($b = 0$).
- $\zeta \left(\frac{b}{2\sqrt{km}} \right)$: el ratio de amortiguamiento, que indica cuán rápido la oscilación decae.
- $G_0 \left(\frac{1}{m} \right)$: la ganancia de continua.

En un sistema de suspensión vehicular el sistema debe ser subamortiguado ($\zeta < 1$), oscilando hasta que se asienta en el valor de equilibrio.

Espacio de estados Resulta igualmente importante expresar el sistema en su forma de espacio de estados. Esta representación es de gran utilidad para analizar las variables internas del sistema, más allá de una visión limitada únicamente a las relaciones entrada-salida. Además, facilita las simulaciones numéricas posteriores, ya que, mediante integradores apropiados, es posible obtener la evolución temporal del sistema e inferir su salida a partir de la dinámica de sus estados.

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{k}{m} & -\frac{b}{m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{m} \end{bmatrix} u \quad (2.3a)$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \quad (2.3b)$$

2.2 Diseño del controlador

La etapa de diseño de control se centra en un control de estructura variable (*Variable Structure Control*, VSC), cuyo fundamento fue formalizado por Utkin [1] en 1977. El diseño consiste en elegir una superficie de deslizamiento sobre

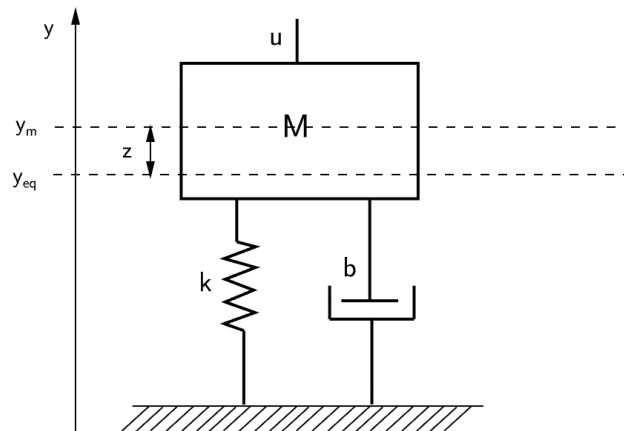
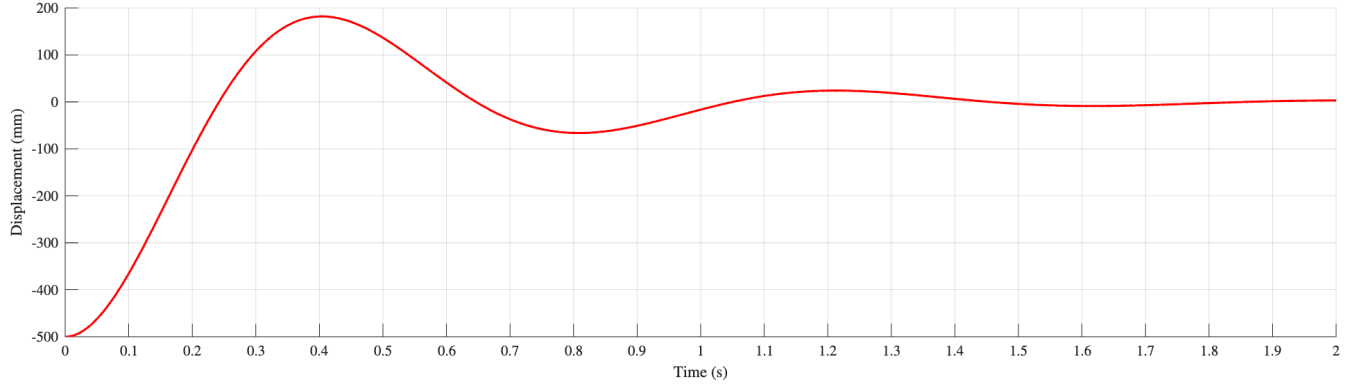
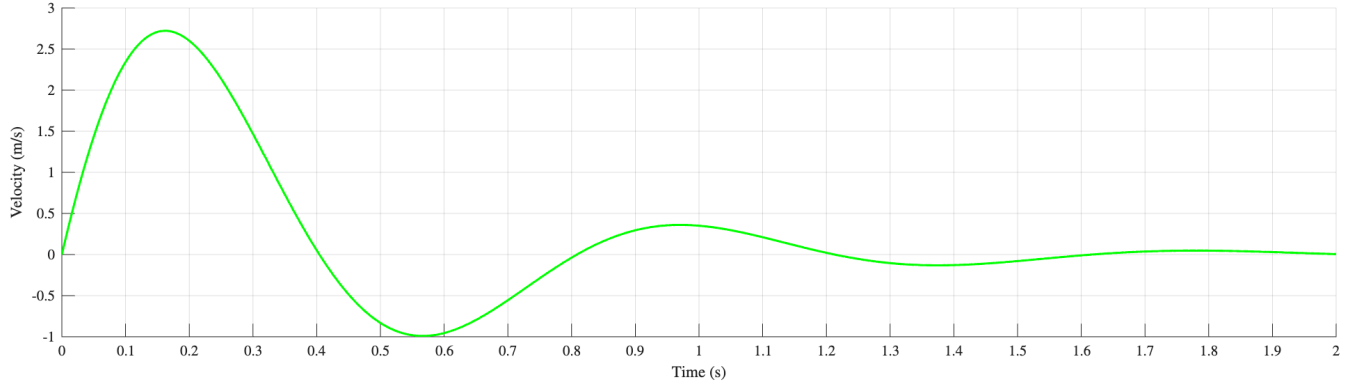


Figure 2: Este diagrama representa el comportamiento dinámico de una masa m sujeta a fuerzas elásticas y disipativas. El modelo utiliza un muelle (k) y un amortiguador (b) para describir cómo el sistema reacciona ante una fuerza externa u . Se establecen coordenadas de referencia para medir el movimiento, donde z indica la desviación de la masa respecto a su estado de equilibrio estático (y_{eq}).



(a)



(b)

Figure 3: Respuesta dinámica de un sistema de suspensión subamortiguado ante una condición inicial de desplazamiento de -500 mm. (a) Evolución temporal del desplazamiento vertical, mostrando el sobreimpulso y el posterior asentamiento en el equilibrio. (b) Perfil de velocidad correspondiente, ilustrando la tasa de cambio del desplazamiento y la disipación de energía cinética del sistema ($m = 300$; $b = 1500$, $k = 20000$).

la cual las variables del sistema evolucionen en el plano de fase hasta alcanzar el punto de equilibrio, que en este caso corresponde a $z = 0$. Dicha superficie se define como:

$$s(x_1, x_2) = c_1 x_1 + c_2 x_2 = 0 \quad (2.4)$$

La Ec. (2.4) representa un hiperplano que pasa por el origen; para el caso de dos variables de estado, la condición $s(x_1, x_2) = 0$ define una recta en el plano de fase. Sin pérdida de generalidad, se normaliza dividiendo por c_2 (con $c_2 \neq 0$) y definiendo $c = c_1/c_2$, de modo que:

$$s(x_1, x_2) = c x_1 + x_2 = 0 \quad (2.5)$$

Así, el diseño se reduce a elegir un único parámetro $c > 0$. A partir de esta función $s(\mathbf{x})$, se diseña la ganancia del bloque de realimentación Ψ de modo que se satisfaga la condición de alcanzabilidad $\dot{s} < 0$, la cual garantiza que las trayectorias del sistema converjan hacia la superficie de deslizamiento. Dicha condición se interpreta en términos de estabilidad de Lyapunov eligiendo $V = \frac{1}{2}s^2$ como función candidata, de forma que $\dot{V} = s\dot{s} < 0$.

La ganancia Ψ se define como una función partida:

$$\Psi = \begin{cases} \alpha, & \text{si } s x_1 > 0 \\ \beta, & \text{si } s x_1 < 0 \end{cases} \quad (2.6)$$

Los valores de α y β se obtienen imponiendo la condición de alcanzabilidad, lo que proporciona cotas para la ganancia de conmutación. Para el sistema de segundo orden de la suspensión, el procedimiento es el siguiente. Se calcula \dot{s} a partir de la Ec. (2.5):

$$\dot{s} = c \dot{x}_1 + \dot{x}_2 \quad (2.7)$$

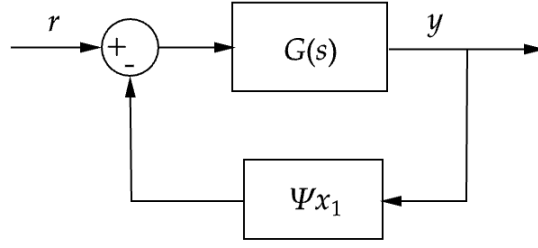


Figure 4: Diagrama de bloques del sistema en lazo cerrado con control de estructura variable. La ganancia de conmutación Ψ actúa sobre la señal de error e y la planta está representada por la función de transferencia $G(s)$.

Por otra parte, una vez que la trayectoria alcanza la superficie ($s = 0$), la dinámica del sistema se reduce a un problema de primer orden. De la Ec. (2.5) se tiene que $x_2 = -c x_1$, y dado que $\dot{x}_1 = x_2$, se obtiene:

$$\dot{x}_1 = -c x_1 \quad (2.8)$$

cuya solución es $x_1(t) = x_1(0) e^{-ct}$, lo que confirma la convergencia exponencial al origen con constante de tiempo $\tau = 1/c$.

Consecuentemente, la cota de Ψ se obtiene imponiendo la condición de alcanzabilidad $s\dot{s} < 0$ sobre la dinámica del sistema. Partiendo de la Ec. (2.7) y sustituyendo $\dot{x}_1 = x_2 = -c x_1$ junto con la dinámica normalizada del sistema:

$$\dot{x}_2 = \frac{1}{m} u - \frac{b}{m} x_2 - \frac{k}{m} x_1 \quad (2.9)$$

se obtiene:

$$s \left[\left(-c^2 + \frac{b}{m} c - \frac{k}{m} \right) x_1 + \frac{1}{m} u \right] < 0 \quad (2.10)$$

De acuerdo con la Fig. 4, la señal de control es $u = r - \Psi x_1$, con $r = 0$ para el problema de regulación de la suspensión. Sustituyendo:

$$s x_1 \left(-c^2 + \frac{b}{m} c - \frac{k}{m} - \frac{\Psi}{m} \right) < 0 \quad (2.11)$$

A partir de la Ec. (2.11), se obtiene la cota de Ψ para cada región del plano de fase separada por la superficie de deslizamiento:

$$\Psi = \begin{cases} \alpha \geq -c^2 m + b c - k, & \text{si } s x_1 > 0 \\ \beta \leq -c^2 m + b c - k, & \text{si } s x_1 < 0 \end{cases} \quad (2.12)$$

3 Validación Experimental

En la etapa experimental se presenta una primera aproximación a la implementación de la ley de control en lazo cerrado. Estos ensayos permitirán identificar los parámetros de ajuste necesarios para que la suspensión del vehículo sea lo más suave posible, evitando que los pasajeros perciban oscilaciones incómodas. Asimismo, se llevará a cabo un análisis técnico de la respuesta del sistema ante distintas condiciones iniciales. Por otro lado, se proponen ligeras modificaciones a la formulación inicial, debido a sus limitaciones, con el objetivo de obtener un desempeño mejorado.

Los experimentos son llevados a cabo en MathWorks MATLAB R2025b. La simulación de la planta se realiza mediante su representación en espacio de variables de estado dado a que el cómputo numérico es muy preciso utilizando la integración numérica Dormand-Prince (`ode45`).

De acuerdo a la Tabla 1, se se realizarán los experimentos que permiten el análisis de los resultados a posteriori.

Table 1: Parámetros del sistema de suspensión.

Parámetro	Descripción	Valor	Unidades
<i>Parámetros de la planta</i>			
m	Masa	300	kg
b	Coeficiente de amortiguamiento	1500	N s m ⁻¹
k	Elasticidad del muelle	20000	N m ⁻¹
<i>Parámetros de la superficie</i>			
c	Pendiente de deslizamiento de	0.5	s ⁻¹
<i>Parámetros de simulación</i>			
t_i	Tiempo inicial	0	s
t_f	Tiempo final	10	s

4 Implementación Inicial

Para realizar la implementación inicial tan sólo consiste en computar las ganancias para ambos estados, es decir, α y β . De este modo, la Ec. 4.1 define tal valor tan sólo con reemplazar los valores en cuestión. De tal modo que:

$$\Psi = \begin{cases} K & \text{si } s x_1 > 0 \\ -K & \text{si } s x_1 < 0 \end{cases} \quad (4.1)$$

con $K = 19326$.

En la Fig. 5 se muestra el desempeño del control conmutado con la superficie deslizante. Se claramente como la oscilación ya no se encuentra más presente en la respuesta del sistema, y a partir de ello se calculan las métricas de la respuesta, según Tabla 3.

Table 2: Métricas de la respuesta con el controlador VSC.

Métrica	Descripción	Valor	Unidades
t_r	Tiempo de subida	4.39	s
t_p	Tiempo del pico	n/a	s
M_p	Sobrepico máximo	n/a	%
t_s	Tiempo de establecimiento	7.83	s

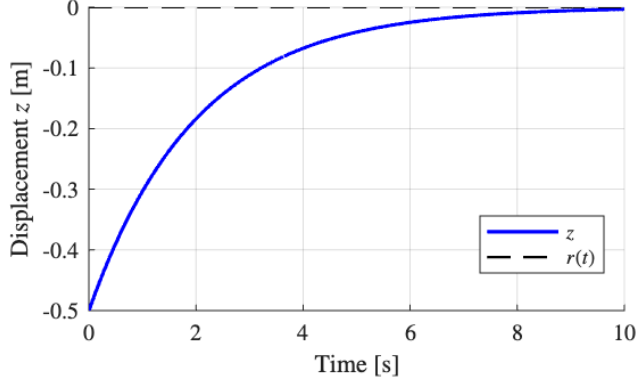
En lo que respecta a la señal de control, se observa el fenómeno de *chattering*, consistente en conmutaciones de alta frecuencia que persisten hasta que el sistema alcanza el estado estacionario, como se ilustra en la Fig. 6. Este comportamiento resulta indeseable en implementaciones prácticas, ya que, si bien en simulación no presenta inconvenientes, en un sistema real las conmutaciones de alta frecuencia pueden excitar dinámicas no modeladas, provocar un desgaste prematuro de los actuadores y degradar el rendimiento del controlador.

5 Reducción del Chattering

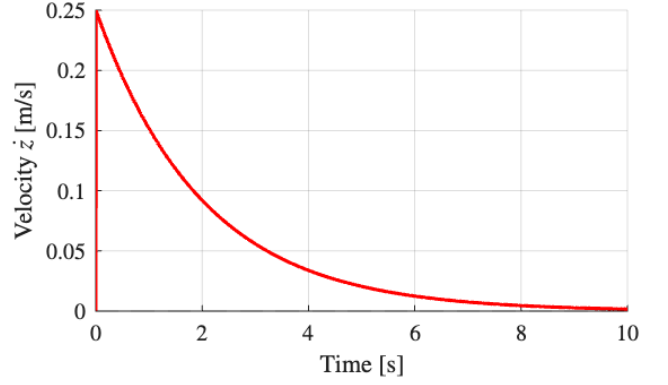
Para mitigar el *chattering*, se sustituye la conmutación abrupta por una transición suave dentro de una banda de ancho 2ϕ centrada en $s \cdot x_1 = 0$. Para ello, se redefine la ganancia de control Ψ según la Ec. (??), reemplazando la función $\text{sign}(\cdot)$ por una interpolación lineal entre los valores α y β en el intervalo $|s \cdot x_1| \leq \phi$. De este modo, se elimina la discontinuidad en la ley de control, suavizando la señal de actuación a costa de una pequeña pérdida de precisión en el seguimiento.

$$\psi(s \cdot x_1) = \begin{cases} K & \text{if } s \cdot x_1 \geq \phi \\ \frac{s \cdot x_1}{\phi} \cdot K & \text{if } |s \cdot x_1| < \phi \\ -K & \text{if } s \cdot x_1 \leq -\phi \end{cases} \quad (5.1)$$

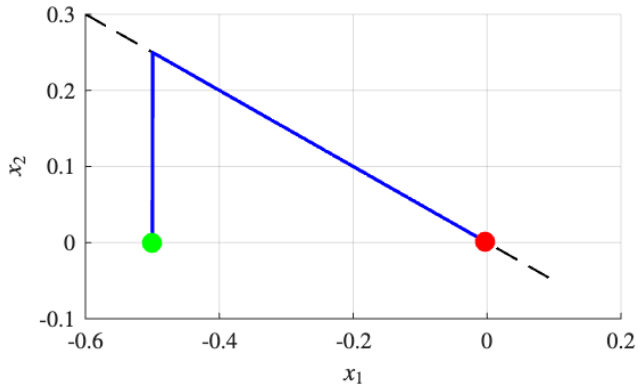
En la Fig. 7 se evidencia la mejora sustancial que introduce la capa límite en el comportamiento del controlador. La señal de control deja de presentar el *chattering* continuo observado anteriormente, limitándose a oscilaciones de baja



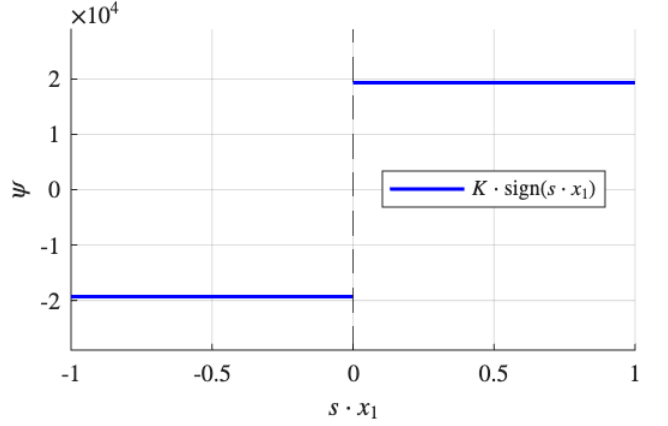
(a)



(b)



(c)



(d)

Figure 5: Análisis de un sistema de suspensión con control por estructura variable (VSC). (a) Evolución temporal del desplazamiento vertical z , mostrando la convergencia desde la condición inicial $z(0) = -500$ mm hacia la referencia $r(t) = 0$. (b) Perfil de velocidad \dot{z} correspondiente, ilustrando la disipación de energía cinética del sistema. (c) Retrato de fase en el plano (x_1, x_2) , donde se observa la trayectoria alcanzando la superficie de deslizamiento (línea discontinua) y convergiendo hacia el punto de equilibrio. (d) Ganancia de conmutación $\psi = K \cdot \text{sign}(s \cdot x_1)$, que garantiza la condición de alcanzabilidad de la superficie de deslizamiento.

frecuencia únicamente durante los cambios de signo de la superficie de deslizamiento. Asimismo, se aprecia una mejora en las prestaciones temporales del sistema, con una reducción tanto del tiempo de subida como del tiempo de establecimiento.

No obstante, estas características son ajustables mediante el parámetro ϕ , que define el ancho de la capa límite: valores mayores de ϕ producen una señal de control más suave y menor sobreimpulso, a costa de un tiempo de subida más prolongado. En la práctica, la selección de ϕ constituye un compromiso de diseño que debe adaptarse a los requerimientos específicos del sistema de suspensión.

Table 3: Métricas de la respuesta con el controlador VSC con capa límite.

Métrica	Descripción	Valor	Unidades
t_r	Tiempo de subida	1.2	s
t_p	Tiempo del pico	1.63	s
M_p	Sobrepico máximo	5.19	%
t_s	Tiempo de establecimiento	1.81	s

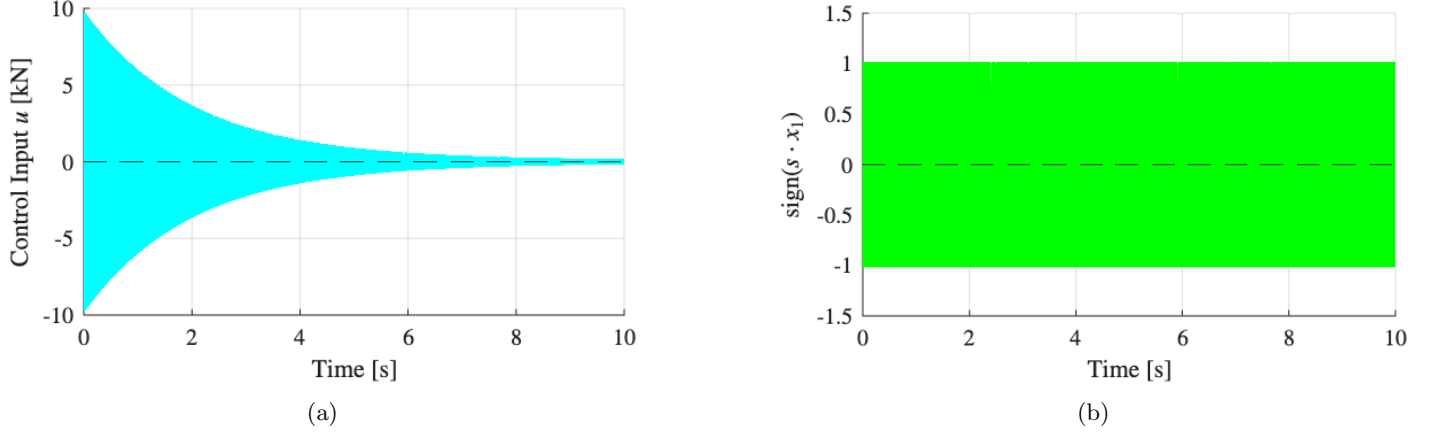


Figure 6: Señales de control del sistema de suspensión con VSC. (a) Entrada de control u [kN], mostrando el fenómeno de *chattering* característico del control por modos deslizantes, cuya amplitud decrece conforme el estado converge al equilibrio. (b) Señal de conmutación $\text{sign}(s \cdot x_1)$, que alterna continuamente entre $+1$ y -1 , evidenciando las conmutaciones de alta frecuencia sobre la superficie de deslizamiento.

6 Limitaciones & Alternativas

Esta formulación presenta una limitación inherente en cuanto al seguimiento de referencias. Dado que la superficie de deslizamiento pasa por el origen $(0, 0)$ del espacio de estados, el sistema converge inevitablemente al punto de equilibrio, lo que impide alcanzar una referencia arbitraria sin mecanismos adicionales.

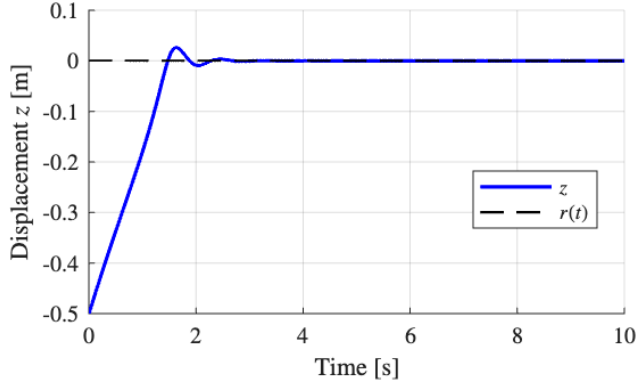
Una posible solución consiste en incorporar una ganancia precompensadora; sin embargo, esta requiere un conocimiento preciso de los parámetros de la planta, lo cual resulta difícil de garantizar en implementaciones reales. Una alternativa más robusta es redefinir la superficie de deslizamiento en función de la referencia deseada, de modo que el equilibrio del sistema en modo deslizante coincida directamente con el valor de referencia, eliminando la dependencia de la precompensación.

7 Conclusión

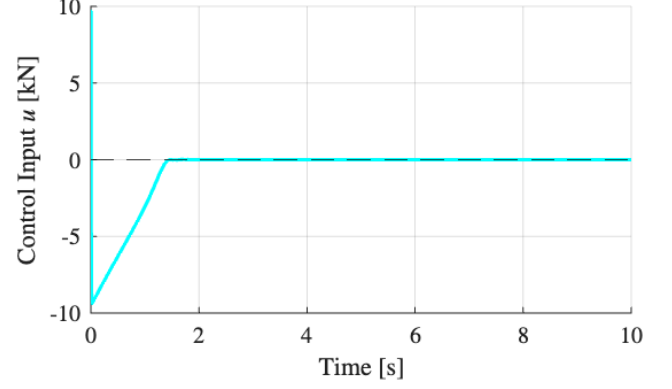
En este trabajo se implementó un controlador no lineal basado en control de estructura variable (VSC) para un sistema de suspensión vehicular. El controlador permite llevar el sistema al punto de equilibrio, rechazar perturbaciones y ajustar las prestaciones temporales —tiempo de subida, tiempo de establecimiento y sobrepico— mediante la selección adecuada de los parámetros de diseño, lo cual resulta determinante para garantizar el confort de conducción.

El modelo empleado corresponde a un sistema masa-muelle-amortiguador de un grado de libertad, que constituye una representación simplificada de la dinámica vertical del vehículo. Modelos de mayor complejidad, como el de cuarto de vehículo o vehículo completo, permitirían una caracterización más fiel del sistema físico y una evaluación más rigurosa del desempeño del controlador.

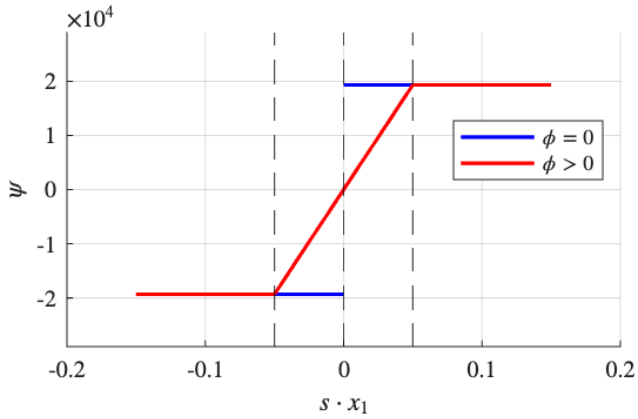
Dado que el objetivo de control consiste siempre en retornar a la posición de equilibrio ($z = 0$), no resulta necesario incorporar un esquema de servocontrol con seguimiento de referencia. Finalmente, se demostró que la introducción de una capa límite en la ley de conmutación reduce significativamente el fenómeno de *chattering*, lo que en una implementación real se traduce en una mayor vida útil de los actuadores y una menor exposición a daños por fatiga mecánica.



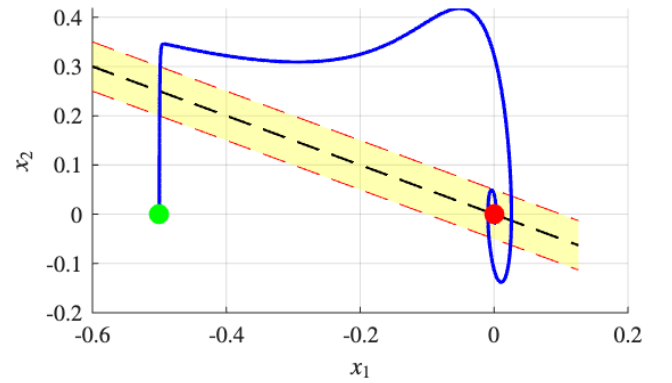
(a)



(b)



(c)



(d)

Figure 7: Respuesta del sistema de suspensión con VSC tras la inclusión de una capa límite (*boundary layer*) de ancho 2ϕ . (a) Evolución temporal del desplazamiento z , donde se aprecia una convergencia más rápida hacia la referencia $r(t) = 0$ con un ligero sobreimpulso residual. (b) Entrada de control u [kN], en la que se observa la eliminación del *chattering*, obteniéndose una señal suave tras el transitorio inicial. (c) Comparación de la ganancia Ψ con conmutación ideal ($\phi = 0$, azul) y con capa límite ($\phi > 0$, rojo), mostrando la interpolación lineal en el intervalo $|s \cdot x_1| \leq \phi$. (d) Retrato de fase (x_1, x_2) , donde la región amarilla representa la capa límite; la trayectoria alcanza dicha banda y converge al equilibrio sin las conmutaciones de alta frecuencia del caso ideal.

References

- [1] V. Utkin, “Variable structure systems with sliding modes,” *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 22, no. 2, pp. 212–222, 1977.