文章编号：1000－8152(2001)S－0089－06

安排过渡过程是提高闭环系统“鲁棒性、适应性和稳定性”的一种有效方法

黄焕袍　万　晖　韩京清
(中国科学院系统科学研究所·北京，100080)

摘要：经典 PID 调节器的“鲁棒性和适应性”存在不尽如人意的地方. 本文提出了通过安排过渡过程来提高闭环系统“鲁棒性、适应性和稳定性”的方法，同时也提出了如何合理安排过渡过程的方法.

关键词：安排过渡过程；鲁棒性；适应性
文献标识码：A

Arranging the Transient Process Is an Effective Method Improved the “Robustness, Adaptability and Stability” of Closed-Loop System

HUANG Huanpao, WAN Hui and HAN Jingqing
(Institute of Systems Science, Chinese Academy of Sciences · Beijing, 100080, P. R. China)

Abstract: The “robustness and adaptability” of classical PID controller are not good enough. In this paper, a method improved the “robustness, adaptability and stability” of closed-loop system by arranging the transient process is presented, and how to arrang the transient process reasonably is discussed too.

Key words: arranging the transient process; robustness; adaptability

1 前言(Preface)

控制系统的性能指标通常要根据工业生产过程对控制的要求来制定，这种要求可概括为稳定性、准确性和快速性. 其中超调是动态准确性的一个衡量指标. 快速性是用调节时间来衡量，工程上通常认为从开始到被调量进入稳态值的 ±5% 偏差范围内而不再越出的这段时间为调节时间，也称过渡过程时间.

鲁棒性：控制器参数变化而保持控制性能的性质.

适应性：控制器能适应不同控制对象的性质.

经典 PID 调节器，是靠“目标和实际行为之间的误差来消除此误差”的控制策略，根据误差的“过去”、“现在”和“将来”的变化趋势即误差的比例积分微分的线性组合来构造控制信号. 但是，常规 PID 直接取目标和实际行为之间的误差，常常使初始控制力太大而出现超调；同时使 PID 控制器参数所能适用的控制对象范围不够大，使 PID 调节器的鲁棒性不够强.

如果根据阶跃信号和系统所能承受的“能力”来安排一个合适的过渡过程，然后让系统的输出跟踪这个安排的过渡过程，就能实现快速而又无超调地跟踪阶跃信号的目的，并且使控制器的“鲁棒性和适应性”大大得到改善. 仿真结果充分表明了这一点.

本文第 2 节详细介绍安排过渡过程的作用，第 3 节讨论如何合理安排快速而又无超调的过渡过程的方法，最后是总结.

2 安排过渡过程的作用(The function of arranging the transient process)

先考察放大系数为 1 的二阶系统

$$\begin{cases} \ddot{x} = -a_1(x-u) - a_2\dot{x}, \\ y = x, \end{cases} \tag{2.1}$$

$$u = 1$$

时的单位阶跃响应.

令取

$$a_1 = \omega_n^2,\ a_2 = 2\zeta\omega_n\ (\omega_n > 0,\ 0 < \zeta < 1),$$

则系统(2.1)的单位阶跃响应是

$$y = 1 - \frac{1}{\sqrt{1-\zeta^2}} e^{-\zeta\omega_n t}\sin(\omega_d t + \varphi),\quad t \geqslant 0. \tag{2.2}$$

其中

收稿日期：1999－09－06.

$$\omega_d = \omega_n \sqrt{1-\zeta^2},\quad \varphi = \mathrm{tg}^{-1}\frac{\sqrt{1-\zeta^2}}{\zeta}.$$

这里 ω_n, ω_d 分别称为无阻尼自然振荡频率和阻尼自然振荡频率, ζ 作阻尼比或相对阻尼系数. 这时, 最大超调量是 $\sigma_p = \mathrm{e}^{-\zeta\pi/\sqrt{1-\zeta^2}}100\%$, 调节时间为

$$t_s = -\frac{1}{\zeta\omega_n}\ln(0.05\sqrt{1-\zeta^2}).$$

如果取 $\zeta=\sqrt{3}/2$ 时, 其过渡过程的超调不超过0.5%, 就可以认为没有"超调"和"振荡". 当 $\zeta>\sqrt{3}/2$(过阻尼)时, 其过渡过程虽然无"超调", 但跟踪时间变长; 反之, 当 $\zeta<\sqrt{3}/2$(缺阻尼)时, 虽然加快了跟踪速度, 但产生"超调"和"振荡", 且 ζ 越小, 超调就越大.

在PID调节律中的比例和微分的增益 k_P 和 k_D 的作用, 就是把系统(2.1)中的参数 a_1, a_2 改变成新的 $\bar{a}_1$, $\bar{a}_2$: $\bar{a}_1 = a_1 + k_P > 0$, $\bar{a}_2 = a_2 + k_D > 0$, 使得参数 $\bar{a}_1$, $\bar{a}_2$ 所代表的闭环系统

$$\ddot{x} = -\bar{a}_1(x-u) - \bar{a}_2 x,\quad y = x \tag{2.3}$$

的阶跃响应"快而无超调". 前面已看到, 欲使这个系统的阶跃响应无超调, 最好使 $\bar{a}_1$, $\bar{a}_2$ 满足关系: $\bar{a}_2 = \sqrt{3\bar{a}_1}$, 而这时的过渡过程时间约为 $5/\sqrt{\bar{a}_1}$. 如果对象参数 a_1, a_2 给定, 那么当增益 k_P 和 k_D 满足关系式

$$k_D = \sqrt{3(a_1+k_P)} - a_2 \tag{2.4}$$

时, 闭环系统的阶跃响应将无"超调", 而其过渡过程时间约为

$$T = \frac{5}{\sqrt{a_1+k_P}}. \tag{2.5}$$

显然, k_P 取大, 而 k_D 满足关系式(2.4)时, 就能得到"快而无超调"的阶跃响应.

假定对象的"额定"参数为 $a_1=3$, $a_2=2$, 那么取P的增益 $k_D = 2.0$ 时, 过渡过程时间约为 $T = \frac{5}{\sqrt{a_1+k_P}} = 2.236$, 而实现"快而无超调"所需的D的增益 k_D 为 $k_D = \sqrt{3(a_1+k_P)} - a_2$, 即

$$k_D = 1.873.$$

下面的图1为仿真结果.

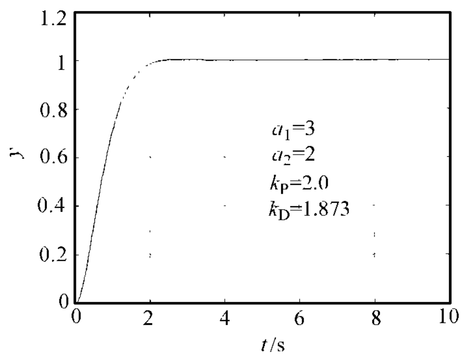

图1 系统(2.3)的单位阶跃曲线

Fig. 1 Response of system (2.3) to unit step

现在我们固定PD的增益 k_P 和 k_D, 然后让对象的参数 a_1, a_2 上下摄动50%来看闭环系统的阶跃响应, 如图2到图5所示. 显然对象参数的摄动对过渡过程的影响是比较大的. 在系统(2.3)的阶跃响应中, 我们直接取系统的实际行为 $y = x$ 与控制目标 v_0 之间的误差 $e = v_0 - x$. 这样, 当为了加快过渡过程而取较大的增益 k_P 时, 系统(2.3)的第一项 $\bar{a}_1(x - v_0)$ 将变成很大, 给予系统很大的初始"冲击", 使系统产生"超调".

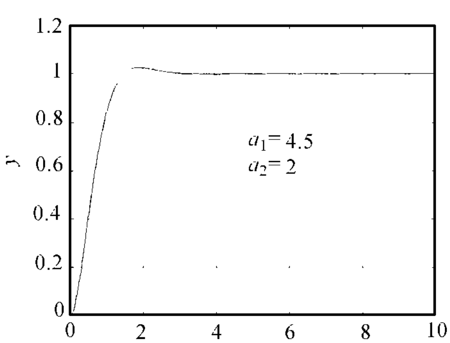

图2 对象参数 a_1=4.5,a_2=2时系统的单位阶跃响应

Fig. 2 Response to unit step without arranging transient process where a_1=4.5,a_2=2

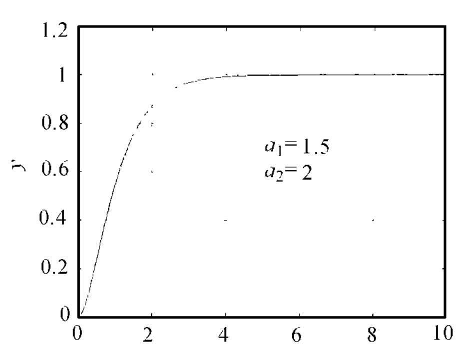

图3 对象参数 a_1=1.5,a_2=2时系统的单位阶跃响应

Fig. 3 Response to unit step without arranging transient process where a_1=1.5,a_2=2

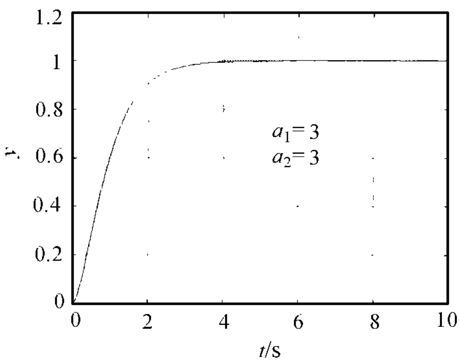

图 4　对象参数 $a_1=3$, $a_2=3$时系统的单位阶跃响应

Fig. 4　Response to unit step without arranging transient process where a_1=4.5,a_2=2

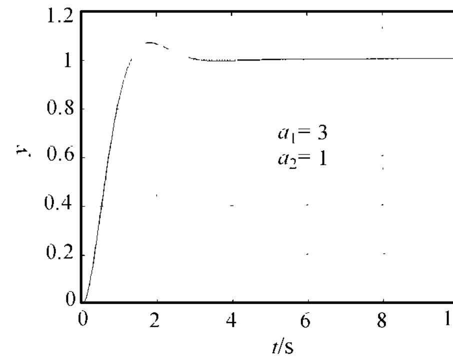

图 5　对象参数 $a_1=3$、$a_2=1$时系统的单位阶跃响应

Fig. 5　Response to unit step without arranging transient process where $a_1=3$、$a_2=1$

如果我们能够“降低起始误差”, 那么在不改变系统阻尼的情况下有可能用较大的增益 k_P 来加快过渡过程. 降低“起始误差” 的具体办法是: 在对象“能力” 所能承受的范围内, 根据控制目标 v_0, 事先“安排” 一个合适的“过渡过程”, 然后让系统的实际行为 $y=x$ 跟踪这个“安排的过渡过程” 来最终达到控制目标.

今定义传递函数

$$v_1(T, s)=\frac{1}{(\frac{T}{2})^2 s^2}(1-e^{-\frac{T}{2}s})^2.$$

所确定的单位阶跃响应为

$$\mathrm{trns}(T, t)=\begin{cases}\frac{2}{T^2}t^2, & 0\leqslant t<\frac{T}{2},\\ \frac{2}{T^2}\left(t^2-2\left(t-\frac{T}{2}\right)^2\right), & \frac{T}{2}\leqslant t<T,\\ 1, & t\geqslant T.\end{cases}\tag{2.6}$$

这是一个在 T 时间内从 0 单调上升到 1 并保持不变的曲线. 对它乘上设定值 v_0 作为“安排” 的过渡过程, T 为过渡过程时间, 是由对象的“能力” 来确定.

现在, 在系统(2.3) 中用“安排” 的过渡过程 $v(t)=v_0\mathrm{trns}(T, T)$ 来代替 V_0, 并假定 D 的增益 $k_D=0$, 那么系统(2.3)变成

$$\begin{cases}\ddot{x}=-\bar{a}_1(x-v_0\mathrm{trns}(T, t))-a_2\dot{x},\\ \bar{a}_1=a_1+k_p,\\ y=x.\end{cases}\tag{2.7}$$

现在考察增益 k_P 对以 $v(t)$ 为输入的闭环系统(2.7) 的影响. 由于安排的过渡过程 $v(t)$ 和系统输出 y 之间的误差始终都很小, 需要有足够的“推动力”, 增益 k_P 必须要足够大, 下面给出了分别取 850, 400; 过渡过程的时间为 $T=2$s 时的仿真结果.

从图 6 和图 7 可以看出, “快速性” 和“超调” 并不对立, 而且系统的响应效果对一定范围内的增益 k_P 的变化并不敏感. 反过来, 这也说明: 一个固定的增益 k_P 能够适应较大范围的系统参数 a_1(如, 当增益 $k_P=400$ 时, a_1 取区间[0　400] 范围内的值并不改变响应效果).

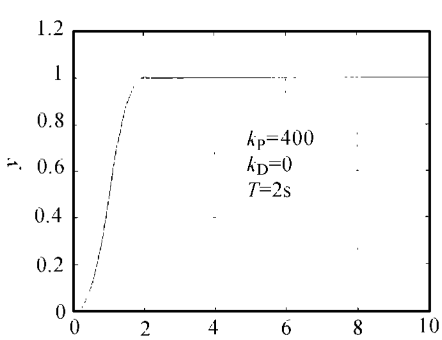

图 6　安排过渡过程后 (k_P=850,k_D=0,T=2s) 系统的单位阶跃响应

Fig. 6　Response to unit step with arranging transient process where (k_P=850,k_D=0,T=2s)

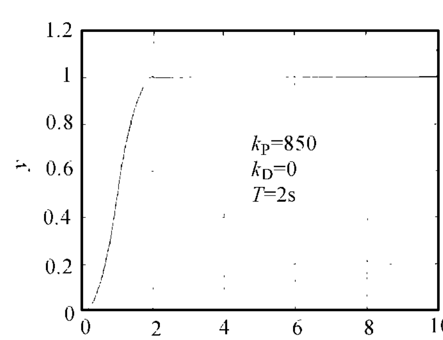

图 7　安排过渡过程后 (k_P=400,k_D=0,T=2s) 系统的单位阶跃响应

Fig. 7　Response to unit step with arranging transient process where (k_P=400,k_D=0,T=2s)

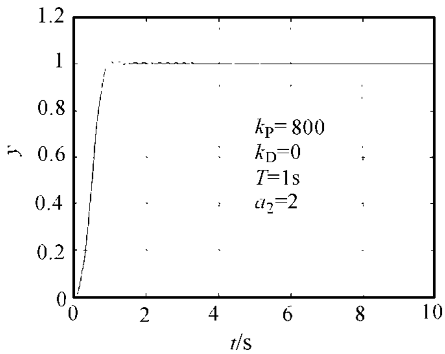

图 8 安排过渡过程后 (k_P=800,k_D=0,T=1s,a_2=2) 系统的单位阶跃响应

Fig. 8 Response to unit step with arranging transient process where (k_P=800,k_D=0,T=1s,a_2=2)

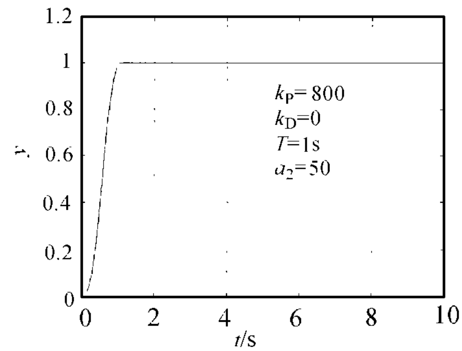

图 9 安排过渡过程后 (k_P=800,k_D=0,T=1s,a_2= 50) 系统的单位阶跃响应

Fig. 9 Response to unit step with arranging transient process where (k_P=800,k_D=0,T=1s,a_2= 50)

安排过渡过程也能扩大参数 a_2 的适应范围. 下面是 $T = 1$s, $k_P = 800$, 而参数 a_2 分别取 2, 50 的仿真结果, 从图 8 和图 9 可以看出参数 a_2 的适应范围也扩大了一个数量级.

既然我们事先安排了过渡过程, 那么我们也能得到安排的过渡过程的微分信号, 如对(2.6)式所定义的 trns(T, t)而言, 其微分信号 dtrns(T, t)为

$$\mathrm{dtrns}(T,t)=\begin{cases}\dfrac{4}{T^2}t^2, & 0\leqslant t<\dfrac{T}{2},\\ \dfrac{4}{T^2}\left(t-2\left(t-\dfrac{T}{2}\right)\right), & \dfrac{T}{2}\leqslant t<T,\\ 1 & t\geqslant T.\end{cases}\tag{2.8}$$

如果系统输出的微分信号 x 能获取, 那么误差信号 $e = v_0\mathrm{trns}(T, t) - x$ 的微分信号 $\dot{e} = v_0\mathrm{dtrns}(T, t) - x$ 也能得到, 从而 PID 的 D 反馈 $-k_D\dot{e}$ 就能实现. 这时, 实现了 PD 反馈的系统:

$$\begin{cases}\bar{a}_1 = a_1 + k_P,\ \bar{a}_2 = a_2 + k_D,\\ \ddot{x} = -\bar{a}_1(x - v_0\mathrm{trns}(T,t)) - \bar{a}_2(x - v_0\mathrm{dtrns}(T,t)),\\ y = x.\end{cases}\tag{2.9}$$

可适应的对象参数 a_1, a_2 的范围将更为扩大, 如图 2 到图 5 所示. 这个仿真结果表明, PD 的增益在大范围的不同选取, 对过程特性的影响并不大. 这也说明, 在这个范围内对于给定的 PD 增益所 k_P, k_D 所能适应的系统参数 a_1, a_2 的范围也很大.

现在我们再来比较系统(2.3)和(2.9)在受到外扰 $w(t)$ 影响时的表现. 这时系统(2.3)、(2.9)分别变为

$$\ddot{x} = -\bar{a}_1(x - u) - \bar{a}_2\dot{x} + w,\quad y = x,\tag{2.10}$$

$$\begin{cases}\bar{a}_1 = a_1 + k_P,\ \bar{a}_2 = a_2 + k_D,\\ \ddot{x} = -\bar{a}_1(x - v_0\mathrm{trns}(T,t)) - \bar{a}_2(x - v_0\mathrm{dtrns}(T,t)) + w,\\ y = x.\end{cases}\tag{2.11}$$

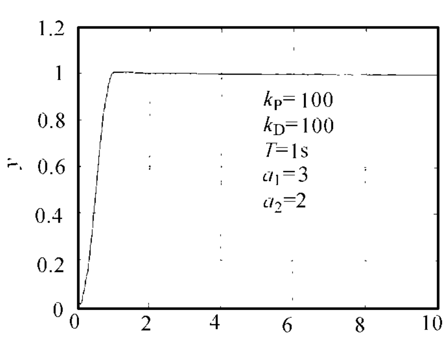

图 10 安排过渡过程后 (k_P=100,k_D=100,T=1s, a_1=3, a_2=2) 系统的单位阶跃响应

Fig. 10 Response to unit step with arranging transient process where (k_P=100,k_D=100,T=1s, a_1=3, a_2=2)

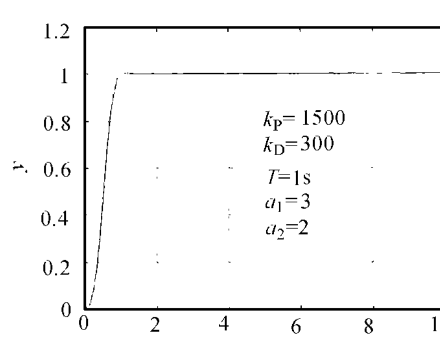

图 11 安排过渡过程后 (k_P=1500 ,k_D=300,T=1s, a_1=3, a_2=2) 系统的单位阶跃响应

Fig. 11 Response to unit step with arranging transient process where (k_P=1500 ,k_D=300,T=1s, a_1=3, a_2=2)

令 $w(t)$ 为幅值 0.5, 周期 2 秒的方波扰动, 系统(2.10)的参数与图 1 的仿真参数一样, 系统(2.11)的参数与图 11 的仿真参数一样, 仿真结果如图 12 和图 13.

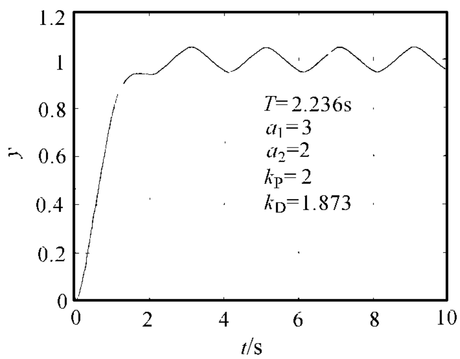

图 12　有扰动时系统(2.10)的单位阶跃响应

Fig. 12　Response of system (2.10) to a unit step

从图 12 和图 13 可以看出, 系统(2.10)的响应受外扰影响比较大; 而系统(2.11)由于安排了过渡过程, 参数 k_P, k_D 可以取得很大, 其响应几乎不受外扰影响. 这说明安排过渡过程提高了系统的稳定性.

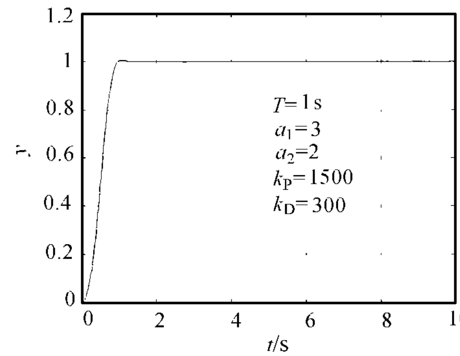

图 13　有扰动时系统(2.11)的单位阶跃响应

Fig. 13　Response of system (2.11) to a unit step

3　安排过渡过程的基本方法(The basic method for arranging the transient process)

系统对阶跃输入响应的过渡过程特性是与系统的阶有密切关系的. 比如, 一阶系统的阶跃响应有非零初始斜率; 二阶系统的阶跃响应有非零初始加速度等. 因此安排过渡过程不仅要考虑系统的各种约束条件, 还要适应对象的系统阶.

下面, 分别考虑一、二、……阶系统安排过渡过程的基本方法.

我们用 T 表示过渡过程时间, 这个时间根据系统所能承受的快慢能力来确定; $v_0 = \mathrm{const} \neq 0$ 表示设定值, 而用 $v(t)$, $v_1(t)$, $v_2(t)$, … 分别表示安排的过渡过程, 过渡过程的速度, 过渡过程的加速度, 等等.

一阶系统. 可取过渡过程的速度函数如下:

$$v_1(t) = \begin{cases} \dfrac{v_0}{T}, & t \leqslant T, \\ 0, & t > T, \end{cases} \tag{3.1}$$

那么安排的过渡过程为

$$v(t) = \int_0^t v_1(\tau)\mathrm{d}\tau = \begin{cases} v_0 \dfrac{t}{T}, & t \leqslant T, \\ v_0, & t > T. \end{cases} \tag{3.2}$$

实际上, 过渡过程的速度函数 $v_1(t)$ 可以取成在区间[0, T] 上为非负, 区间之外为零, 而在[0, T] 上是积分为 v_0 的任意函数.

二阶系统. 可取过渡过程的加速度函数 $v_2(t)$ 如下:

$$v_2(t) = \begin{cases} 4\dfrac{v_0}{T^2}, & t \leqslant \dfrac{T}{2}, \\ -4\dfrac{v_0}{T^2}, & \dfrac{T}{2} < t \leqslant T, \\ 0, & t < T, \end{cases} \tag{3.3}$$

则速度函数为

$$v_1(t) = \int_0^t v_2(\tau)\mathrm{d}\tau = $$

$$\begin{cases} 4\dfrac{v_0}{T^2}t, & t \leqslant \dfrac{T}{2}, \\ 4\dfrac{v_0}{T} - 4\dfrac{v_0}{T^2}t, & \dfrac{T}{2} < t \leqslant T, \\ 0, & t > T. \end{cases} \tag{3.4}$$

安排的过渡过程 $v(t)$ 为速度函数的积分:

$$v_1(t) = \int_0^t v_1(\tau)\mathrm{d}\tau = $$

$$\begin{cases} 2\dfrac{v_0}{T^2}t, & t \leqslant \dfrac{T}{2}, \\ v_0\left(-2\dfrac{t^2}{T^2} + 4\dfrac{t}{T} - 1\right), & \dfrac{T}{2} < t \leqslant T, \\ v_0, & t > T, \end{cases} \tag{3.5}$$

由于 $v_1(t)$ 在(0, T)是正函数, 故安排的过渡过程 $v(t)$ 是从零开始单调上升到 v_0 的函数, 是无超调的.

一般地, 加速度函数 $v_2(t)$ 可以取成这样的形式: 在区间[0, T] 的前一部分取正, 后一部分取负, 而取正部分的面积和取负部分的面积相等.

实际上, 根据以上方法, 式(3.1)所表示的一阶系统的速度函数的拉普拉斯变换式为

$$v_1(s)=\frac{v_0}{Ts}(1-e^{-Ts}). \tag{3.6}$$

式(3.4)所表示的二阶系统的加速度函数的拉普拉斯变换式为

$$v_2(s)=\frac{v_0}{(\frac{T}{n}s)^2}(1-e^{-\frac{T}{n}s})^2. \tag{3.7}$$

可以类推，n 阶系统的速度函数的拉普拉斯变换式为

$$v_n(s)=\frac{v_0}{(\frac{T}{n}s)^n}(1-e^{-\frac{Ts}{n}})^n. \tag{3.8}$$

这些传递函数的阶跃响应曲线都是 $[0,T]$ 上单调上升，无超调地达到 v_0 而保持不变. 因此，我们可以由此来安排各阶系统的过渡过程. 当然，安排过渡过程的方法有多种多样，不一定局限于一种方法，速度函数、加速度函数、加加速度函数……的选取也不是唯一的，如一阶系统的速度函数可以取成下面的曲线.

二阶系统的速度函数也可以取成图15的曲线.

这些函数的不同选取对控制信号有不同的影响.

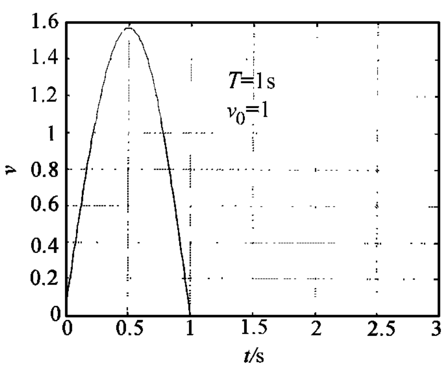

图14 一阶系统的另一种速度函数

Fig. 14 Another form of velocity function

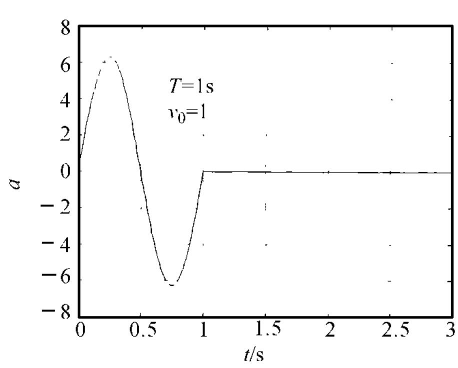

图15 二阶系统的另一种加速度函数

Fig. 15 Another form of acceleration function for two-order system

一般地，对于 $n(n\geqslant 2)$ 阶系统，在区间 $[0,T]$ 上，安排过渡过程的基本原则如下：在 $[0,T]$ 上定义的函数 $v_n(t)$ 要具有如下的性质：

1) 开始取正，在区间 $(0,T)$ 内要变 $n-1$ 次号；$t\geqslant T$ 时，$v_n\equiv 0$；

2) $v_n(t)$ 的1次积分函数在 $(0,T)$ 内要变 $n-2$ 次号；2次积分函数要变 $n-3$ 次号；…，$m(m\leqslant n-2)$ 次积分函数要变 $n-(m+1)$ 次号；

3) $v_n(t)$ 及其直到 $n-2$ 次的积分函数(也是安排的过渡过程 $v(t)$ 的2次及以上各阶导数)的正部分面积和负部分面积相等. 这个条件保证 $v_n(t)$ 及其直到 $n-1$ 次的积分函数(也是 $v(t)$ 的各阶导数)在区间 $(0,T)$ 之外恒等于零.

这样，$v_n(t)$ 的 $n-1$ 次积分函数在区间 $(0,T)$ 上为正值，$(0,T)$ 之外保持零，而 n 次积分函数 $v(t)$ 将从0开始单调上升，到 T 时刻以后保持恒定值，从而给出无超调的过渡过程.

4 结语(Conclusion)

在工业现场的过程控制中，有很大一部分是对被调量象温度、压力、液位、转速等的设定值控制. 当改变设定值时，工业过程从一个平衡点过渡到另一个平衡点. 在设定值的改变过程中，为了避免因设定值变化太大，而引起系统激烈的反应，通常是对设定值的变化率进行限制. 对设定值的变化率的这种限制实际上就是安排过渡过程的最简单的一种形式.

安排过渡过程所带来的好处如下：

1) "安排过渡过程"是实现"无超调、快速跟踪控制目标"的一种很有效的办法；

2) "安排过渡过程"使误差反馈和误差微分反馈增益的选取范围大为扩大，从而使其整定更为容易，控制器的鲁棒性更为加强；

3) "安排过渡过程"使控制器参数不变时所能适应的对象范围大为扩大，即控制器的适应性更为加强；

4) "安排过渡过程"使闭环系统的稳定性提高.

参考文献(References)

[1] Han J Q and Wang W. Nonlinear tracking-differentiator [J]. Systems Science and Mathematical Sciences, 1994, 14(2): 177-183 (in Chinese)

[2] Han J Q. Nonlinear PID controller [J]. Acta Automatica Sinica, 1994, 20(4): 487-490 (in Chinese)