LAPORAN PRAKTIKUM 5

ANALISIS ALGORITMA

Disusun oleh :

Alvin

140810180013

Kelas A

Program Studi S-1 Teknik Informatika
Departemen Ilmu Komputer
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Padjadjaran
2020

Nama : Alvin
NPM : 140810180013
TUGAS-5

Studi Kasus 5: Mencari Pasangan Titik Terdekat (Closest Pair of Points)

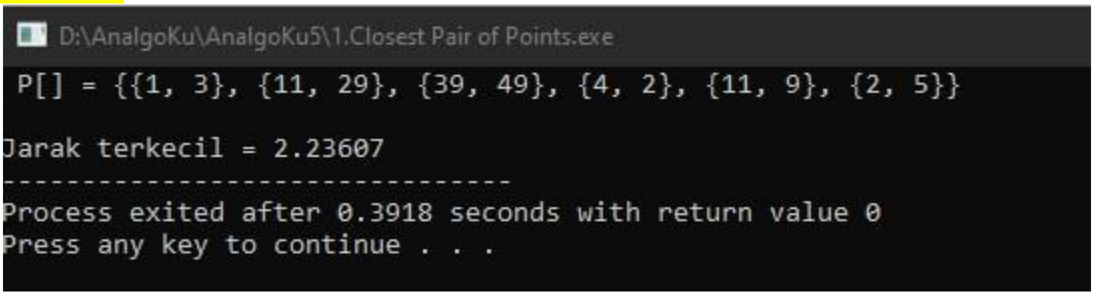
1) Buatlah program untuk menyelesaikan problem closest pair of points menggunakan algoritma divide & conquer yang diberikan. Gunakan bahasa C++

Program :

```cpp
/*
Nama    : Alvin
NPM     : 140810180013
Kelas   : A
Program: Closest Pair of Points
*/
#include <bits/stdc++.h>
using namespace std;


class Point {
    public:
    int x, y;
};

int compareX(const void* a, const void* b){
    Point *p1 = (Point *)a, *p2 = (Point *)b;
    return (p1->x - p2->x);
}

int compareY(const void* a, const void* b){
    Point *p1 = (Point *)a, *p2 = (Point *)b;
    return (p1->y - p2->y);
}

float dist(Point p1, Point p2){
    return sqrt( (p1.x - p2.x)*(p1.x - p2.x) + (p1.y - p2.y)*(p1.y - p2.y));
}

float bruteForce(Point P[], int n){
    float min = FLT_MAX;
    for (int i = 0; i < n; ++i)
        for (int j = i+1; j < n; ++j)
            if (dist(P[i], P[j]) < min)
                min = dist(P[i], P[j]);
    return min;
}

float min(float x, float y){
    return (x < y)? x : y;
}

float stripClosest(Point strip[], int size, float d){
    float min = d; //Inisiasi jarak minimum = d

    qsort(strip, size, sizeof(Point), compareY);

    for (int i = 0; i < size; ++i)
        for (int j = i+1; j < size && (strip[j].y - strip[i].y) < min; ++j)
            if (dist(strip[i],strip[j]) < min)
                min = dist(strip[i], strip[j]);

    return min;
}
```

```cpp
float closestUtil(Point P[], int n){
    //Jika ada 2 atau 3 points, gunakan brute force
    if (n <= 3)
        return bruteForce(P, n);

    int mid = n/2;
    Point midPoint = P[mid];

    float dl = closestUtil(P, mid);
    float dr = closestUtil(P + mid, n - mid);
    float d = min(dl, dr);

    Point strip[n];

    int j = 0;
    for (int i = 0; i < n; i++)
        if (abs(P[i].x - midPoint.x) < d)
            strip[j] = P[i], j++;

    return min(d, stripClosest(strip, j, d) );
}

float closest(Point P[], int n){
    qsort(P, n, sizeof(Point), compareX);

    return closestUtil(P, n);
}

int main(){

    Point P[] = {{1, 3}, {11, 29}, {39, 49}, {4, 2}, {11, 9}, {2, 5}};
    int n = sizeof(P) / sizeof(P[0]);

    cout<<" P[] = {{1, 3}, {11, 29}, {39, 49}, {4, 2}, {11, 9}, {2, 5}}"<<endl<<endl;
    cout<<"Jarak terkecil = "<<closest(P, n);


}
```

Screenshot :



2) Tentukan rekurensi dari algoritma tersebut, dan selesaikan rekurensinya menggunakan metode recursion tree untuk membuktikan bahwa algoritma tersebut memiliki Big-O (n lg n)

Jawab :

- **Kompleksitas Waktu**

Biarkan kompleksitas waktu dari algoritma di atas menjadi T (n). Mari kita asumsikan bahwa kita menggunakan algoritma pengurutan O (nLogn). Algoritma di atas membagi semua titik dalam dua set dan secara rekursif memanggil dua set. Setelah membelah, ia menemukan strip dalam waktu O (n), mengurutkan strip dalam waktu O (nLogn) dan akhirnya menemukan titik terdekat dalam strip dalam waktu O (n). Jadi T (n) dapat dinyatakan sebagai berikut

T (n) = 2T (n / 2) + O (n) + O (nLogn) + O (n)

T (n) = 2T (n / 2) + O (nLogn)

T (n) = T (n x Logn x Logn)

Studi Kasus 6: Algoritma Karatsuba untuk Perkalian Cepat

1) Buatlah program untuk menyelesaikan problem fast multiplication menggunakan algoritma divide & conquer yang diberikan (Algoritma Karatsuba). Gunakan bahasa C++

Program :

```
/*
Nama    : Alvin
NPM     : 140810180013
Kelas   : A
Program: Karatsuba
*/
#include<iostream>
#include<stdio.h>

using namespace std;


int makeEqualLength(string &str1, string &str2){
int len1 = str1.size();
int len2 = str2.size();
if (len1 < len2){
	for (int i = 0 ; i < len2 - len1 ; i++)
		str1 = '0' + str1;
	return len2;
}
else if (len1 > len2){
	for (int i = 0 ; i < len1 - len2 ; i++)
		str2 = '0' + str2;
}
return len1; // If len1 >= len2
}

string addBitStrings( string first, string second ){
string result;

int length = makeEqualLength(first, second);
int carry = 0;

for (int i = length-1 ; i >= 0 ; i--){
	int firstBit = first.at(i) - '0';
	int secondBit = second.at(i) - '0';

	int sum = (firstBit ^ secondBit ^ carry)+'0';

	result = (char)sum + result;

	carry = (firstBit&secondBit) | (secondBit&carry) | (firstBit&carry);
}
```

```
if (carry) result = '1' + result;

return result;
}

int multiplyiSingleBit(string a, string b){
    return (a[0] - '0')*(b[0] - '0');
}

long int multiply(string X, string Y){
int n = makeEqualLength(X, Y);

if (n == 0) return 0;
if (n == 1) return multiplyiSingleBit(X, Y);

int fh = n/2;
int sh = (n-fh);

string Xl = X.substr(0, fh);
string Xr = X.substr(fh, sh);

string Yl = Y.substr(0, fh);
string Yr = Y.substr(fh, sh);

long int P1 = multiply(Xl, Yl);
long int P2 = multiply(Xr, Yr);
long int P3 = multiply(addBitStrings(Xl, Xr), addBitStrings(Yl, Yr));

return P1*(1<<(2*sh)) + (P3 - P1 - P2)*(1<<sh) + P2;
}

int main(){


    cout<<"String 1: 1100, String 2: 1010"<<endl;
cout<<"Hasil kali: "<<multiply("1100", "1010");


}
```

Screenshot :

2) Rekurensi dari algoritma tersebut adalah T (n) = 3T (n / 2) + O (n), dan selesaikan rekurensinya menggunakan metode substitusi untuk membuktikan bahwa algoritma tersebut memiliki Big-O (n lg n)

Jawab :

- Kompleksitas waktu:

- Let's try divide and conquer.
  - Divide each number into two halves.
    - $x = x_H r^{n/2} + x_L$
    - $y = y_H r^{n/2 +} y_L$
  - Then:

$$xy = (x_H r^{n/2} + x_L)\ y_H r^{n/2 +} y_L$$
$$= x_H y_H r^n + (x_H y_L + x_L y_H) r^{n/2} + x_L y_L$$

  - Runtime?
    - T(n) = 4 T(n/2) + O(n)
    - T(n) = O(n^2)

- Instead of 4 subproblems, we only need 3 (with the help of clever insight).
- Three subproblems:
  - $a = x_H\, y_H$
  - $d = x_L\, y_L$
  - $e = (x_H + x_L)\,(y_H + y_L) - a - d$
- Then $xy = a\, r^n + e\, r^{n/2} + d$
- $T(n) = 3\, T(n/2) + O(n)$
- $T(n) = O(n^{\log 3}) = O(n^{1.584\ldots})$

Durasi waktu yang dibutuhkan untuk 6 titik input: 187 ms

Pembuktian dari algoritma:
Menggunakan algoritma Divide dan Conquer, kita dapat melipatgandakan dua bilangan bulat dalam kompleksitas waktu yang lebih sedikit. Bagi angka yang diberikan dalam dua bagian. Biarkan angka yang diberikan menjadi X dan Y.

Untuk kesederhanaan, mari kita asumsikan bahwa n adalah genap:
$X = Xl*2^{n/2} + Xr$ [Xl dan Xr mengandung n/2 bit paling kiri dan paling kanan X]
$Y = Yl*2^{n/2} + Yr$ [Yl dan Yr mengandung n/2 bit paling kiri dan paling kanan Y]

Hasilnya seperti ini:

$$XY = (Xl*2^{n/2} + Xr)(Yl*2^{n/2} + Yr)$$
$$= 2^n\, XlYl + 2^{n/2}(XlYr + XrYl) + XrYr$$

Jika kita melihat rumus di atas, ada empat perkalian ukuran n / 2, jadi pada dasarnya kita membagi masalah ukuran n menjadi empat sub-masalah ukuran n / 2. Tetapi itu tidak membantu karena solusi pengulangan T (n) = 4T (n / 2) + O (n) adalah O (n ^ 2). Bagian rumit dari algoritma ini adalah mengubah dua bagian tengah ke bentuk lain sehingga hanya satu perkalian tambahan yang cukup. Berikut ini adalah ekspresi sulit untuk dua bagian tengah:
XlYr + XrYl = (Xl + Xr) (Yl + Yr) - XlYl- XrYr

Jadi nilai akhir XY menjadi:
XY = 2n XlYl + 2n / 2 * [(Xl + Xr) (Yl + Yr) - XlYl - XrYr] + XrYr
Dengan trik di atas, perulangan menjadi T (n) = 3T (n / 2) + O (n) dan solusi dari perulangan ini adalah O $(n^{1.59})$.

Untuk menangani kasus panjang yang berbeda, tambahkan 0 di awal. Untuk menangani panjang ganjil, tempatkan bit bawah (n / 2) di setengah kiri dan atas (n / 2) bit di setengah kanan. Jadi ekspresi untuk XY berubah menjadi berikut:

$XY = 2^{2bawah(n/2)} XlYl + 2^{bawah(n/2)} * [(Xl + Xr)(Yl + Yr) - XlYl - XrYr] + XrYr$

T(n) = O ($n^{1.59}$)

Studi Kasus 7: Permasalahan Tata Letak Keramik Lantai (Tilling Problem)

1) Buatlah program untuk menyelesaikan problem tilling menggunakan algoritma divide & conquer yang diberikan. Gunakan bahasa C++

Jawab :

// n adalah ukuran kotak yang diberikan, p adalah lokasi sel yang hilang
Tile (int n, Point p)

1) Kasus dasar: n = 2, A 2 x 2 persegi dengan satu sel yang hilang tidak ada apa-apanya tapi ubin dan bisa diisi dengan satu ubin.

2) Tempatkan ubin berbentuk L di tengah sehingga tidak menutupi subsquare n / 2 * n / 2 yang memiliki kuadrat yang hilang. Sekarang keempatnya subskuen ukuran n / 2 x n / 2 memiliki sel yang hilang (sel yang tidak perlu diisi). Lihat gambar 2 di bawah ini.

3) Memecahkan masalah secara rekursif untuk mengikuti empat. Biarkan p1, p2, p3 dan p4 menjadi posisi dari 4 sel yang hilang dalam 4 kotak.
a) Ubin (n / 2, p1)
b) Ubin (n / 2, p2)
c) Ubin (n / 2, p3)
d) Ubin (n / 2, p3)

2) Relasi rekurensi untuk algoritma rekursif di atas dapat ditulis seperti di bawah ini. C adalah konstanta. T (n) = 4T (n / 2) + C. Selesaikan rekurensi tersebut dengan Metode Master

Jawab :

Kompleksitas Waktu:

Relasi perulangan untuk algoritma rekursif di atas dapat ditulis seperti di bawah ini. C adalah konstanta.

T (n) = 4T (n / 2) + C

Rekursi di atas dapat diselesaikan dengan menggunakan Metode Master dan kompleksitas waktu adalah O (n2)

Pengerjaan algoritma Divide and Conquer dapat dibuktikan menggunakan Mathematical Induction. Biarkan kuadrat input berukuran 2k x 2k di mana k> = 1.

Kasus Dasar: Kita tahu bahwa masalahnya dapat diselesaikan untuk k = 1. Kami memiliki 2 x 2 persegi dengan satu sel hilang.

Hipotesis Induksi: Biarkan masalah dapat diselesaikan untuk k-1.

Sekarang perlu dibuktikan untuk membuktikan bahwa masalah dapat diselesaikan untuk k jika dapat diselesaikan untuk k-1. Untuk k, ditempatkan ubin berbentuk L di tengah dan memiliki empat subsqure dengan dimensi 2k-1 x 2k-1 seperti yang ditunjukkan pada gambar 2 di atas. Jadi jika dapat menyelesaikan 4 subskuares, dapat menyelesaikan kuadrat lengkap.