Ονομ/νυμο: ΑΛΒΙΟΝΑ ΜΑΝΤΣΟ
Ομ.ασκήσ.: 2η
Αρ. Μητρ.: 3200098

2η Ομάδα Ασκήσεων

11. (Τράπουλα)

Καταρχάς οι δυνατές μοιρασιές (το μέγεθος του δειγματικού χώρου του πειράματος) είναι |Ω|=$\binom{52}{10}$= $\frac{52!}{10!42!}$. (1)

Θεωρούμε ότι τα δυνατά αποτελέσματα είναι όλα ισοπίθανα (παραδοχή 1)

α) Έστω το ενδεοχόμενο Α={«Κανένας άσσος»}. Στις μοιρασιές που ανήκουν στο Α δεν υπάρχει κανένας από τους 4 άσσους της τράπουλας και μένουν 52-4=48 φύλλα για να «γεμίσουν» τα 10 «κενά» τις μοιρασιάς (η σειρά δεν μας ενδιαφέρει). Έχουμε λοιπόν |Α|= $\binom{48}{10}$ = $\frac{48!}{10!38!}$. Από το (1) και την παραδοχή (1) έχουμε P(A)= $\frac{|A|}{|\Omega|}$ = $\frac{48!}{10!38!}$ * $\frac{10!42!}{52!}$ ≈ 0.41

β) Έστω το ενδεχόμενο Β={«Το πολύ 3 άσσοι»}. Οι μοιρασιές που ανήκουν στο Β <u>δεν</u> θα έχουν 4 άσσους, δηλ Β'={«4 άσσοι»}. Γνωρίζουμε ότι P(B)= 1- P(B') οπότε αρκεί να βρούμε το P(B').

Οι μοιρασιές που ανήκουν στο Β' έχουν και τους 4 άσσους και μένουν 52-4=48 φύλλα για να «γεμίσουν» τα 10-4=6 «κενά» της μοιρασιάς. Έχουμε λοιπόν

|Β'|=$\binom{48}{6}$ =$\frac{48!}{6!42!}$. Από το (1) και την παραδοχή (1) είναι P(B')=$\frac{|B'|}{|\Omega|}$ =$\frac{48!}{6!42!}$*$\frac{10!42!}{52!}$ ≈ 0.00078.   Άρα P(B)=1-0.00078=0.9992.

γ) Έστω Α1 το ενδεχόμενο να υπάρχει τουλάχιστον ένας άσσος και Φ το ενδεχόμενο να υπάρχει τουλάχιστον μια φιγούρα. Αναζητούμε λοιπόν την πιθανότητα P(Α1∩Φ). Είναι (Α1∩Φ)'=Α1' U Φ' επομένως P(Α1∩Φ)= 1 – P(Α1' U Φ'). Για το P(Α1'UΦ') έχουμε P(Α1'UΦ')=P(Α1') + P(Φ') – P(Α1'∩Φ').

- Α1' ={«Κανένας άσσος»} δηλ είναι ουσιαστικά Α1'=Α και P(Α1')=P(A)=0.41

- Φ' = {«Καμία φιγούρα»}. Οι φιγούρες είναι 3*4=12 και δεν παίρνουμε καμία από αυτές. Άρα μένουν 52-12=40 φύλλα για να «γεμίσουν» τα 10 «κενά» της μοιρασιάς. Είναι λοιπόν |Φ'|=$\binom{40}{10}$ =$\frac{40!}{10!30!}$ και συνεπώς P(Φ')=$\frac{|\Phi'|}{|\Omega|}$ =$\frac{40!}{10!30!}$ *$\frac{10!42!}{52!}$≈0.054

-Α1'∩ Φ'= {«Κανένας άσσος και καμία φιγούρα»}. Οι άσσοι είναι 4 και οι φιγούρες 12 και απουσιάζουν και τα 4+12=16 φύλλα από τις μοιρασιές που ανήκουν στο Α1'∩Φ'. Άρα μένουν 52-16=36 φύλλα για να «γεμίσουν» τα 10 «κενά» της μοιρασιάς. Είναι λοιπόν |Α1'∩ Φ'|=$\binom{36}{10}$=$\frac{36!}{10!26!}$ και συνεπώς P(Α1'∩ Φ')= $\frac{|A1' \cap \Phi'|}{|\Omega|}$=$\frac{36!}{10!26!}$ *$\frac{10!42!}{52!}$ ≈ 0.016.

Τελικά έχουμε P(Α1'UΦ')=P(A1') + P(Φ') – P(Α1'∩Φ')=0.41+0.054-0.016=0.448 και άρα P(A1∩Φ)= 1 – P(A1' U Φ') = 1-0.448 = 0.552

12. (Τυχαίες Λέξεις)

Καταρχάς το πλήθος των δυνατών λέξεων που μπορούν να σχηματιστούν είναι $|\Omega|=24^5$. Θεωρούμε ότι όλα τα αποτελέσματα είναι ισοπίθανα.

α) Έστω το ενδεχόμενο Α={«Περιέχει 'Α'»}. Τότε Α'={«Δεν περιέχει κανένα 'Α'»}. Γνωρίζουμε ότι P(A)=1-P(A'). Οι λέξεις που ανήκουν στο Α' θα αποτελούνται εξ'ολοκλήρου από τα 23 υπόλοιπα γράμματα της αλφαβήτου. Άρα $|A'|=23^5$ και επομένως P(A')=$\frac{|A'|}{|\Omega|}$ =$\frac{23\text{^}5}{24\text{^}5}$ ≈ 0.81. Συνεπώς P(A)=1-0.81=0.19

β) Έστω το ενδεχόμενο Β2={«Περιέχει το 'Α' ή το 'Β' ή και τα δύο»}. Έστω επίσης Α το ενδεχόμενο η λέξη να περιέχει 'Α' και Β το ενδεχόμενο η λέξη να περιέχει 'Β'. Τότε Β2=ΑUΒ και Β2'=Α'∩Β' που ρητώς σημαίνει ότι οι λέξεις που <u>δεν</u> ανήκουν στο Β2 <u>δεν</u> περιέχουν <u>ούτε</u> το 'Α' <u>ούτε</u> το 'Β'. Αυτό σημαίνει ότι οι θέσεις αυτών των λέξεων καλύπτονται από τα 24-2=22 υπόλοιπα γράμματα. Έχουμε, λοιπόν, $|B2'|=22^5$ και συνεπώς P(B2')=$\frac{|B2'|}{|\Omega|}$=$\frac{22\text{^}5}{24\text{^}5}$=$(\frac{22}{24})^5$ ≈0.65. Όπως γνωρίζουμε P(B2) = 1-P(B2') = 1-0.65=0.35

γ) Έστω το ενδεχόμενο Γ3={«Περιέχει το 'Α' και το 'Β'»}. Με βάση τους συμβολισμούς που υιοθετήσαμε στο ερωτ. (β), είναι Γ3=Α∩Β. Ισχύει Γ3'=(Α∩Β)'=Α'UΒ'. Για την πιθανότητα P(A'UB') έχουμε P(A'UB')=P(A')+P(B')-P(A'∩B').

- P(A')= 0.81 (από ερώτημα α)

- Β'={«Δεν περιέχει 'Β'»}. Οι λέξεις που ανήκουν στο Β' θα αποτελούνται εξ'ολοκλήρου από τα 23 υπόλοιπα γράμματα της αλφαβήτου (εκτός του Β). Άρα $|B'|=23^5$ και επομένως P(B')=$\frac{|B'|}{|\Omega|}$ =$\frac{23\text{^}5}{24\text{^}5}$≈ 0.81.

-Από το ερώτημα (β) προέκυψε P(A'∩B')=P(B2')=0.65

Τελικά λοιπόν έχουμε P(Γ3')=0.81+0.81-0.65=0.97 και συνεπώς P(Γ3)=1-0.97=0.03

δ) Έστω το ενδεχόμενο Δ4={«Περιέχει το ‘Β’ και όχι το ‘Α’»} δηλ είναι $Δ4=Β\cap Α'$. Γνωρίζουμε ότι $P(Δ4)= P(Β\cap Α')=P(Β)-P(Α\cap Β)$

$-P(B)=1-P(B')=1-0.81=0.19$ ($P(B')=0.81$ από ερώτημα γ)

$-P(A\cap B)=P(Γ3)=0.03$ (από ερώτημα γ)

Τελικά λοιπόν είναι $P(Δ4)=0.19-0.03=0.16$

13. (Το παράδοξο των γενεθλίων)

- *<u>Ποια η πιθανότητα του ενδεχόμενου Α τουλάχιστον δύο άτομα να έχουν γενέθλια την ίδια μέρα του χρόνου?</u>*

Για το ζητούμενο P(A) γνωρίζουμε ότι $P(A)=1 - P(A')$. Αρκεί λοιπόν να υπολογίσουμε την πιθανότητα να <u>μην</u> υπάρχουν 2 άτομα με γενέθλια την ίδια μέρα. Σκεπτόμενοι κάπως ανορθόδοξα, αυτό αντιστοιχεί στο να μοιράσουμε από τις 365 διαθέσιμες μέρες του χρόνου τις Μ στα άτομα αυτά, χωρίς επανάληψη κάποιας ημέρας. Έτσι λοιπόν $|A'|= (365)_M = \frac{365!}{(365-M)!}$. Ο δειγματικός χώρος (Ω) θα αποτελείται από όλες τις δυνατές μοιρασιές 365 ημερών σε Μ άτομα με δυνατές επαναλήψεις.

Επομένως $|Ω'|=365^M$. (θεωρούμε πως όλα τα αποτελέσματα είναι ισοπίθανα)

Συνεπώς, $P(A')=\frac{|A'|}{|\Omega|}=\frac{365!}{(365-M)!365^M}$ και τελικά $P(A)= 1 - \frac{365!}{(365-M)!365^M}$

- *<u>Ποιο είναι το μικρότερο Μ για το οποίο η πιθανότητα είναι μεγαλύτερη από 0.5?</u>*

Για να είναι $P(A)>1/2$ θα πρέπει $P(A')<1/2$. Αντιλαμβανόμαστε ότι καθώς το Μ αυξάνεται, το P(A) θα αυξάνεται. Για Μ=22 είναι $P(A')=\frac{365!}{(365-22)!365^22} \approx 0.524$ και $P(A)=1-0.524=0.476 <1/2$. Για Μ=23 είναι $P(A')=\frac{365!}{(365-23)!365^23} \approx 0.493$ και $P(A)=1-0.493=0.507$. Άρα το ζητούμενο Μ είναι το 23.

- *<u>Ποια η πιθανότητα του ενδεχόμενου Β να έχει τουλάχιστον ένας από τους υπόλοιπους Μ – 1 γενέθλια μαζί με αυτό το άτομο?</u>*

Για το ζητούμενο P(B) γνωρίζουμε ότι $P(B)=1 - P(B')$. Αρκεί λοιπόν να υπολογίσουμε την πιθανότητα να <u>μην</u> υπάρχει άλλο άτομο που να έχει την ίδια μέρα γενέθλια με το συγκεκριμένο άτομο. Καταρχάς, υπάρχουν 365 περιπτώσεις για την ημέρα στην οποία έχει γενέθλια το συγκεκριμένο άτομο. Με παρόμοιο συλλογισμό με το πρώτο ερώτημα, αφαιρούμε από τις διαθέσιμες μέρες την 1 στην οποία έχει γενέθλια το συγκεκριμένο άτομο και μένουν έτσι 364 ημέρες για να μοιραστούν σε Μ-1 άτομα. Αυτό σημαίνει ότι |Β’|=365*364^{M-1} και συνεπώς P(Β’)=$\frac{|B\prime|}{|\Omega|}$=365*$\frac{364^{M-1}}{365^{M}}$ =$\left(\frac{364}{365}\right)^{M-1}$. Άρα τελικά P(B)=1-P(Β’)=1 - $\left(\frac{364}{365}\right)^{M-1}$.

14. (Superleague)

Κάθε ομάδα από τις 16 θα παίξει στην έδρα της με τις υπόλοιπες 15 ομάδες. Άρα θα πρέπει να διεξαχθούν $16 \cdot 15 = 240$ αγώνες συνολικά

15. (Λόττο)

Οι δυνατοί συνδυασμοί αριθμ. είναι $|\Omega| = \binom{49}{6} = \frac{49!}{6!\,43!}$ και θεωρούμε ότι είναι ισοπίθανοι. Ένας είναι ο συνδυασμός που κερδίζει, άρα αν $N = \{\text{"Νίκη"}\}$ τότε $|N| = 1$

Η πιθανότητα, λοιπόν, να κερδίσουμε αγοράζοντας 1 λαχνό είναι:

$$P(N) = \frac{|N|}{|\Omega|} = \frac{1}{\frac{49!}{6!\,43!}} = 7{,}15 \cdot 10^{-8}$$

16. (Seven Card Stud)

Κατ' αρχάς, το πλήθος των δυνατών μοιρασμάτων 7 φύλλων είναι $|\Omega| = \binom{52}{7} = \frac{52!}{7!\,45!}$ (1). Θεωρούμε ότι όλα τα μοιράσματα είναι ισοπίθανα

(α') $A = \{\text{"7 φύλλα της ίδιας φυλής"}\}$. Για τα μοιράσματα που ανήκουν στο A υπάρχουν 4 δυνατές περιπτώσεις για τη φυλή. Αφού "σταθεροποιηθεί" η φυλή, υπάρχουν 13 φύλλα για την κάλυψη των 7 "θέσεων" του μοιράσματος (δε μας ενδιαφέρει η σειρά). Άρα από την πολλαπλ. αρχή έχουμε $|A| = 4 \cdot \binom{13}{7} = 4 \cdot \frac{13!}{7!\,6!}$. Συνεπώς από το (1) είναι $P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|} =$

$$= \frac{4 \cdot 13!}{\cancel{7!}\,6!} \cdot \frac{\cancel{7!}\,45!}{52!} = 0{,}00005$$

(β') $B = \{\text{"5 φύλλα της ίδιας φυλής"}\}$. Έστω B_i το ενδεχόμενο ο παίκτης να πάρει στο μοίρασμα i φύλλα της ίδιας φυλής. Τότε $B = B_5 \cup B_6 \cup B_7$ και άρα $P(B) = P(B_5) + P(B_6) + P(B_7)$

- Για το B_5: Υπάρχουν 4 δυνατές περιπτώσεις για την κοινή φυλή των 5 φύλλων. και 13 φύλλα για την κάλυψη των 5 αυτών "θέσεων". Το μοίρασμα ολοκληρώνεται με την επιλογή 2 φύλλων από τα $52 - 13 = 39$ φύλλα των άλλων

φυλών. Άρα από την πολλαπλ. αρχή έχουμε $|B_5| = 4\binom{13}{5}\binom{39}{2} =$
$= 4 \cdot \frac{13!}{5!\,8!} \cdot \frac{39!}{2!\,37!}$. Συνεπώς $P(B_5) = \frac{|B_5|}{|\Omega|} = 4 \cdot \frac{13!}{5!\,8!} \cdot \frac{39!}{2!\,37!} \cdot \frac{\cancel{7!} \cdot 45!}{52!}$

$\simeq 0{,}029$

° Για το B_6: Με τον ίδιο συλλογισμό είναι $|B_6| = 4 \cdot \binom{13}{6}\binom{39}{1}$.
Συνεπώς $P(B_6) = \frac{|B_6|}{|\Omega|} = 4 \cdot \frac{13!}{6!\,\cancel{7!}} \cdot \frac{39!}{38!} \cdot \frac{\cancel{7!} \cdot 45!}{52!} \simeq 0{,}002$

° Για το B_7, ουσιαστικά είναι $B_7 = A$, οπότε $P(B_7) = P(A) = 0{,}0003$

~Συνολικά $P(B) = 0{,}029 + 0{,}002 + 0{,}0003 = 0{,}0313$

(γ') $C = \{$"3 ζεύγη, καμία 3άδα ή 4άδα"$\}$. Για τα μοιράσματα που ανήκουν στο C υπάρχουν $\binom{13}{3}$ διαφορετικές περιπτώσεις για την επιλογή των φύλλων που συμμετέχουν στα ζεύγη και για κάθε ένα ζεύγος από τα 3 υπάρχουν $\binom{4}{2}$ διαφορετικές περιπτώσεις για την επιλογή των 2 εκ των 4 φύλλων που ανήκουν στην ίδια σειρά (όπου σειρά π.χ. A, 10, 3, J...).
Τέλος, η τελευταία "θέση" μπορεί να καλυφθεί με οποιοδήποτε από τα $52 - 4 - 4 - 4 = 40$ φύλλα που απομένουν αν αφαιρέσουμε τις 4άδες φύλλων της ίδιας σειράς με αυτές που συμμετέχουν στα ζεύγη.
Άρα $|C| = \binom{13}{3} \cdot \binom{4}{2}\binom{4}{2}\binom{4}{2} \cdot 40$ και συνεπώς

$$P(C) = \frac{|C|}{|\Omega|} = \frac{13!}{3!\,10!} \cdot \frac{4!}{2!2!} \cdot \frac{4!}{2!2!} \cdot \frac{4!}{2!2!} \cdot 40 \cdot \frac{7!\,45!}{52!} \simeq 0{,}018$$

17. (Παπουτσοθήκη)

Κατ' αρχάς το πλήθος των δυνατών αποτελεσμάτων κατά την επιλογή 4 εκ των 20 παπουτσιών είναι $|\Omega| = \binom{20}{4} = \frac{20!}{4!\,16!}$ και θεωρούμε ότι αυτά είναι ισοπίθανα.

(α') Έστω $A = \{$"Κανένα ζευγάρι"$\}$. Αν στην επιλογή δεν υπάρχει κανένα ζευγάρι σημαίνει ότι έχουν επιλεγεί 4 παπούτσια από 4 διαφορετικά ζευγάρια. Υπάρχουν $\binom{10}{4}$ περιπτώσεις για τα ζευγάρια που θα συμμετέχουν στην επιλογή (ο συνολικός αριθμός ζευγαριών είναι 10) και για κάθε ένα υπάρχουν 2 δυνατές περιπτώσεις για το ποιο παπούτσι του ζευγαριού θα συμμετέχει στην επιλογή. Άρα $|A| = \binom{10}{4} \cdot 2\cdot2\cdot2\cdot2$ και συνεπώς

$$P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|} = \frac{10!}{4!6!} \cdot \frac{4!16!}{20!} \cdot 2^4 \simeq 0{,}69$$

(β') Έστω $B = \{$"Ακριβώς 1 ζευγάρι"$\}$. Υπάρχουν 10 περιπτώσεις για την επιλογή ενός ζευγαριού από τα 10. Στη συνέχεια υπάρχουν $\binom{9}{2}$ περιπτώσεις για την επιλογή 2 ζευγαριών από τα εναπομείναντα 9 και για κάθε ένα επιλέγεται 1 από τα 2 παπούτσια του ζευγαριού (2 περιπτώσεις).

Άρα $|B| = 10\cdot\binom{9}{2}\cdot 2\cdot 2$ και συνεπώς $P(B) = \frac{|B|}{|\Omega|} = 10\cdot\frac{9!}{2!7!}\cdot 2^2 \cdot \frac{4!\cdot16!}{20!} \simeq 0{,}3$

(γ') Έστω $C = \{$"2 ζευγάρια"$\}$. Υπάρχουν $\binom{10}{2}$ περιπτώσεις για την επιλογή 2 ζευγαριών από τα 10.

Άρα $|C| = \binom{10}{2}$ και συνεπώς $P(C) = \frac{|C|}{|\Omega|} = \frac{10!}{2!8!} \cdot \frac{4!16!}{20!} \simeq 0{,}009$

18. (Age of Empires Logic)

Κατ' αρχάς ο αριθμός των δυνατών 10άδων που μπορούν να επιλεχθούν είναι $\binom{30+20}{10} = \binom{50}{10}$ αφού ο συνολικός αριθμός ατόμων (ελεφάντων και πεζικάριων) είναι 50. Άρα $|\Omega| = \binom{50}{10} = \frac{50!}{10!40!}$

Έστω το ενδεχόμενο $A = \{$"Τουλάχιστον 7 ελέφαντες"$\}$ και A_i το ενδεχόμενο σε μια 10άδα να υπάρχουν ακριβώς i ελέφαντες. Τότε $A = A_7 \cup A_8 \cup A_9 \cup A_{10}$.

- Για το A_7: Υπάρχουν $\binom{20}{7}$ περιπτώσεις για την επιλογή των 7 ελεφάντων και $\binom{30}{3}$ περιπτώσεις για την επιλογή των 3 πεζικάριων που θα συμπληρώσουν τη 10άδα. Άρα, από την πολλαπλ. αρχή, $|A_7| = \binom{30}{3}\cdot\binom{20}{7}$ και συνεπώς $P(A_7) = \frac{|A_7|}{|\Omega|} = \frac{30!}{3!27!} \cdot \frac{20!}{7!13!} \cdot \frac{10!40!}{50!} \simeq 0{,}03$.
- Για το A_8: Με τον ίδιο συλλογισμό είναι $|A_8| = \binom{20}{8}\binom{30}{2}$ και συνεπώς

$P(A_8) = \frac{|A_8|}{|\Omega|} = \frac{20!}{8!\,12!} \cdot \frac{30!}{2!\,28!} \cdot \frac{10!\,40!}{50!} \simeq 0{,}005$

∘ Για το A_9: $|A_9| = \binom{20}{9}\binom{30}{1}$ και $P(A_9) = \frac{|A_9|}{|\Omega|} = \frac{20!}{9!\,11!} \cdot 30 \cdot \frac{10!\,40!}{50!} \simeq 0{,}0005$

∘ Για το A_{10}: $|A_{10}| = \binom{20}{10}$ (καθώς δεν υπάρχουν πεζικάριοι) και

$$P(A_{10}) = \frac{|A_{10}|}{|\Omega|} = \frac{20!}{\cancel{10!}\,10!} \cdot \frac{\cancel{10!}\,40!}{50!} \simeq 1{,}8 \cdot 10^{-5}$$

Τελικά $P(A) = P(A_7) + P(A_8) + P(A_9) + P(A_{10}) = 0{,}03 + 0{,}005 + 0{,}0005 + 1{,}8 \cdot 10^{-5} \simeq$

$\simeq 0{,}036$

19. (n ζευγάρια διαγωνιζόμενων)

Κατ' αρχάς ο αριθμός των δυνατών απονομών είναι $\binom{2n}{n}$ καθώς από τους $2n$ διαγωνιζόμενους μπορούν να επιλεγούν οι n στους οποίους θα απονεμηθεί το βραβείο με $\binom{2n}{n}$ τρόπους. Άρα $|\Omega| = \binom{2n}{n} = \frac{(2n)!}{n!\,n!}$

Έστω Ε το εξεταζόμενο ενδεχόμενο. Για κάθε ζευγάρι σε ένα μέλος του οποίου θα απονεμηθεί βραβείο υπάρχουν 2 περιπτώσεις για την επιλογή εκείνου εκ των 2 στον οποίο θα απονεμηθεί βραβείο. Άρα, από την πολλαπλ. αρχή είναι $|E| = \underbrace{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot \ldots \cdot 2}_{n \text{ φορές}} = 2^n$ και συνεπώς, εφόσον όλα τα δυνατά αποτελέσματα απονομής είναι ισοπίθανα, έχουμε $P(E) = \frac{|E|}{|\Omega|} = \frac{2^n \cdot n!\cdot n!}{(2n)!}$

20. (n ζευγάρια κατασκόπων)

Καταρχάς, όλες οι δυνατές αποστολές k κατασκόπων που μπορούν να δημιουργηθούν δεδομένου ότι υπάρχουν 2n κατάσκοποι είναι $\binom{2n}{k}$. Άρα $|\Omega|=\binom{2n}{k}$

α) Έστω το ενδεχόμενο Α={«Ακριβώς j άνδρες στην αποστολή»}. Για να συμπεριληφθούν ακριβώς j άνδρες θα πρέπει να επιλέξουμε από τους συνολικά n άνδρες τους j. Επίσης, για κάθε δυνατή επιλογή ανδρών για να ολοκληρωθεί η k-άδα των κατασκόπων θα επιλεγούν επίσης k-j γυναίκες από τις n που υπάρχουν. Άρα $|A|=\binom{n}{j}\binom{n}{k-j}$ οπότε $P(A)=\frac{|A|}{|\Omega|}=\frac{\binom{n}{j}\binom{n}{k-j}}{\binom{2n}{k}}$

β) Έστω το ενδεχόμενο Β={«Όχι άτομα του ίδιου ανδρόγυνου»}. Για να μην συμπεριληφθούν άτομα του ίδιου ανδρόγυνου θα πρέπει να επιλεγούν από τα n ζευγάρια κατασκόπων τα k και από αυτά να επιλεγεί ο ένας εκ των δυο. Δηλαδή υπάρχουν $\binom{n}{k}$ δυνατές επιλογές για την επιλογή των ζευγαριών και 2 δυνατές επιλογές για την επιλογή 1 ατόμου από κάθε ζευγάρι. Άρα$|B|=\binom{n}{k}*2^k$ και επομένως $P(B)=\frac{|B|}{|\Omega|}=\frac{\binom{n}{k}*2\text{^}k}{\binom{2n}{k}}$

***Σημ. Επειδή δεν δίνονταν συγκεκριμένοι αριθμοί και οι τύποι έχουν ήδη αναλυθεί πολλές φορές, δεν ανεγράφησαν οι τύποι που αφορούν τους συνδυασμούς σε αυτήν την άσκηση.*