1η Εργασία Σχεδίασης Ψηφιακών Συστημάτων

Μέλη της ομάδας **DSD049**:

ΧΑΡΑΛΑΜΠΟΣ ΚΑΡΑΚΩΣΤΑΣ: 3200065 - p3200065@aueb.gr

ΑΛΒΙΟΝΑ ΜΑΝΤΣΟ: 3200098 - p3200098@aueb.gr

ΜΙΛΤΙΑΔΗΣ ΤΣΟΛΚΑΣ: 3200213 - p3200213@aueb.gr

Πρόβλημα 1

a) f(x1,x2,x3,x4,x5) = Σm(0,1,2,4,5,8,14,15,16,18,20,24,26,28,31) + D(10,11,12,27)

x5 = 0

x3x4 \ x1x2	00	01	11	10
00	0 **1**	8 **1**	24 **1**	16 **1**
01	2 **1**	10 **d**	26 **1**	18 **1**
11	6	14 **1**	30	22
10	4 **1**	12 **d**	28 **1**	20 **1**

x5 = 1

x3x4 \ x1x2	00	01	11	10
00	1 **1**	9	25	17
01	3	11 **d**	27 **d**	19
11	7	15 **1**	31 **1**	23
10	5 **1**	13	29	21

Με σκοπό να βρούμε την υλοποίηση της συνάρτησης που έχει το ελάχιστο κόστος, επιδιώξαμε να ομαδοποιήσουμε τους άσσους (1) που αντιστοιχούν στα minterms σε όσο το δυνατόν μεγαλύτερες ομάδες (με μέγεθος κάποια δύναμη του 2), ώστε να υπάρχουν οι λιγότερες δυνατές μεταβλητές σε κάθε όρο αληθείας (implicant). Τις περιπτώσεις don’t care (στο σχήμα: ‘d’) ως αδιάφορες λογικές καταστάσεις τις χειριζόμαστε με τρόπο που να μας δίνει πλεονέκτημα στην υλοποίηση ελαχίστου κόστους (συγκεκριμένα στην SOP υλοποίηση θεωρήσαμε ότι είναι άσσοι). Παραπάνω φαίνεται η ομαδοποίηση.

Υλοποίηση SOP: $f(x1,x2,x3,x4,x5) = x3'x5' + x4'x5' + x1'x2x5' + x1'x2'x4' + x2x4x5$

Κόστος SOP: 2*(1 AND + 2 είσοδοι) + 3*(1 AND + 3 είσοδοι) + (1 OR + 5 είσοδοι) = 24

x3x4 \ x1x2	00	01	11	10
00	0 1	8 1	24 1	16 1
01	2 1	10 **d**	26 1	18 1
11	6 **0**	14 1	30 **0**	22 **0**
10	4 1	12 **d**	28 1	20 1

x5 = 0

x3x4 \ x1x2	00	01	11	10
00	1 1	9 **0**	25 **0**	17 **0**
01	3 **0**	11 **d**	27 **d**	19 **0**
11	7 **0**	15 1	31 1	23 **0**
10	5 1	13 **0**	29 **0**	21 **0**

x5 = 1

Με σκοπό να βρούμε την υλοποίηση της συνάρτησης που έχει το ελάχιστο κόστος, επιδιώξαμε να ομαδοποιήσουμε τα μηδενικά (0) σε όσο το δυνατόν μεγαλύτερες ομάδες (με μέγεθος κάποια δύναμη του 2). Τις περιπτώσεις don’t care (στο σχήμα: ‘d’) ως αδιάφορες λογικές καταστάσεις τις χειριζόμαστε με τρόπο που να μας δίνει πλεονέκτημα στην υλοποίηση ελαχίστου κόστους (συγκεκριμένα στην POS υλοποίηση θεωρήσαμε ότι αυτά που συμπεριλάβαμε στην ομαδοποίηση είναι 0 και τα υπόλοιπα 1). Σε σχέση με την προηγούμενη SOP υλοποίηση παρατηρούμε ότι είναι συμφερότερο να θεωρήσουμε διαφορετικές τιμές για τις περιπτώσεις don’t care. Παραπάνω φαίνεται η ομαδοποίηση.

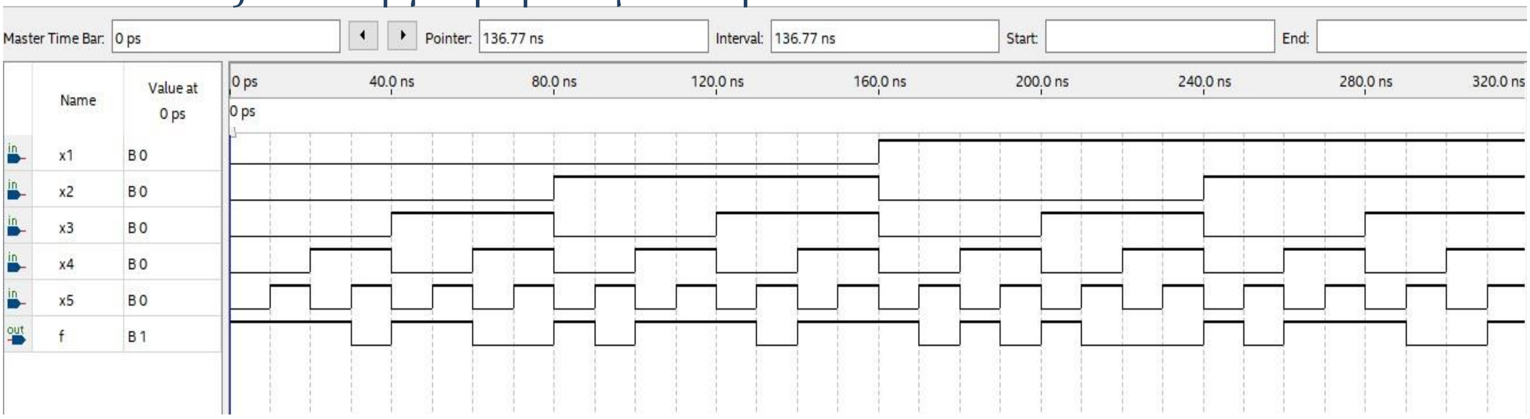
Υλοποίηση POS:

$f(x1,x2,x3,x4,x5) = (x1'+x3'+x4'+x5)(x2+x3'+x4')(x2'+x4+x5')(x1'+x2+x5')(x3+x4'+x5')$

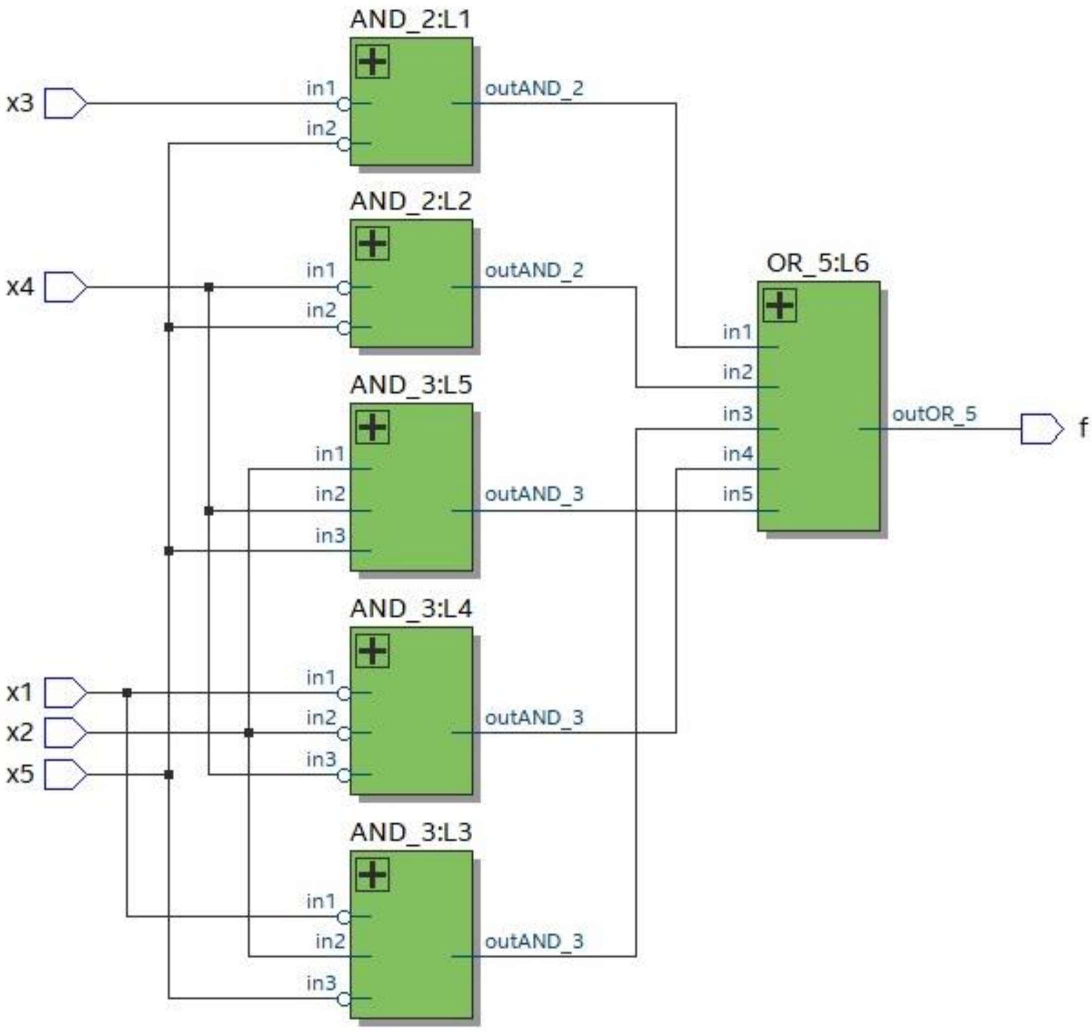
Κόστος POS: 1*(1 OR + 4 εισόδους) + 4*(1 OR + 3 εισόδους) + (1 AND + 5 εισόδους) = 27

Συγκρίνοντας τα δύο κόστη, προκύπτει ότι το κόστος της υλοποίησης POS είναι μεγαλύτερο από το κόστος της υλοποίησης SOP και συνεπώς συμφέρει λιγότερο.

c) Λειτουργική Προσομοίωση



d) RTL διάγραμμα



Πρόβλημα 2

a) Επειδή η συνάρτηση παίρνει τιμή 1 όταν ακριβώς 3 από τις μεταβλητές εισόδου έχουν τιμή 1, αντιλαμβανόμαστε ότι οι αποτιμήσεις που ικανοποιούν την f είναι 0111, 1011, 1101, 1110 δηλ. $f(x_1,x_2,x_3,x_4)=\Sigma m(7, 11, 13, 14)$. Πιο αναλυτικά, από τον πίνακα αληθείας:

X1	X2	X3	X4	minterm	f
0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	1	0
0	0	1	0	2	0
0	0	1	1	3	0
0	1	0	0	4	0
0	1	0	1	5	0
0	1	1	0	6	0
0	1	1	1	7	1
1	0	0	0	8	0
1	0	0	1	9	0
1	0	1	0	10	0
1	0	1	1	11	1
1	1	0	0	12	0
1	1	0	1	13	1
1	1	1	0	14	1
1	1	1	1	15	0

Ο πίνακας Karnaugh παρακάτω δείχνει ότι η συνάρτηση δεν μπορεί να απλοποιηθεί περαιτέρω καθώς δεν μπορεί να γίνει πιο αποτελεσματική ομαδοποίηση.

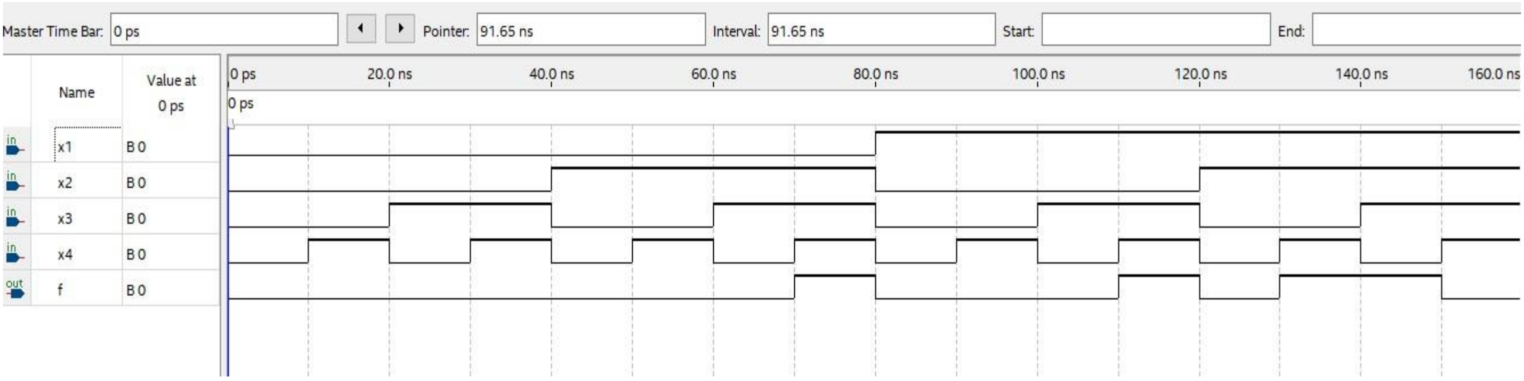
x3x4 \ x1x2	00	01	11	10
00	0	4	12	8
01	1	5	13 **1**	9
11	3	7 **1**	15	11 **1**
10	2	6	14 **1**	10

Επομένως το κύκλωμα ελαχίστου κόστους σε μορφή SOP που υλοποιεί τη συνάρτηση είναι:

$f(x_1,x_2,x_3,x_4) = \Sigma m(7,11,13,14)=$

$= x_1'x_2x_3x_4 + x_1x_2'x_3x_4 + x_1x_2x_3'x_4 + x_1x_2x_3x_4'$

c) Λειτουργική Προσομοίωση



Πρόβλημα 3

a) Σύμφωνα με το διάγραμμα χρονισμού προκύπτει ο εξής πίνακας αληθείας:

X1	X2	X3	X4	minterm	f
0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	1	0
0	0	1	0	2	0
0	0	1	1	3	**1**
0	1	0	0	4	**1**
0	1	0	1	5	**1**
0	1	1	0	6	**1**
0	1	1	1	7	**1**
1	0	0	0	8	0
1	0	0	1	9	0
1	0	1	0	10	0
1	0	1	1	11	**1**
1	1	0	0	12	0
1	1	0	1	13	0
1	1	1	0	14	0
1	1	1	1	15	**1**

Χρησιμοποιούμε τη μέθοδο Quine-McCluskey (tabular method) για να εξάγουμε τη συνάρτηση που το δημιουργεί με την απλούστερη μορφή αθροίσματος γινομένων (SOP).

Πλήθος1	**Minterms**	**Δυαδική Αναπ.**	
1	4	0100	^
2	3	0011	^
	5	0101	^
	6	0110	^
3	7	0111	^
	11	1011	^
4	15	1111	^

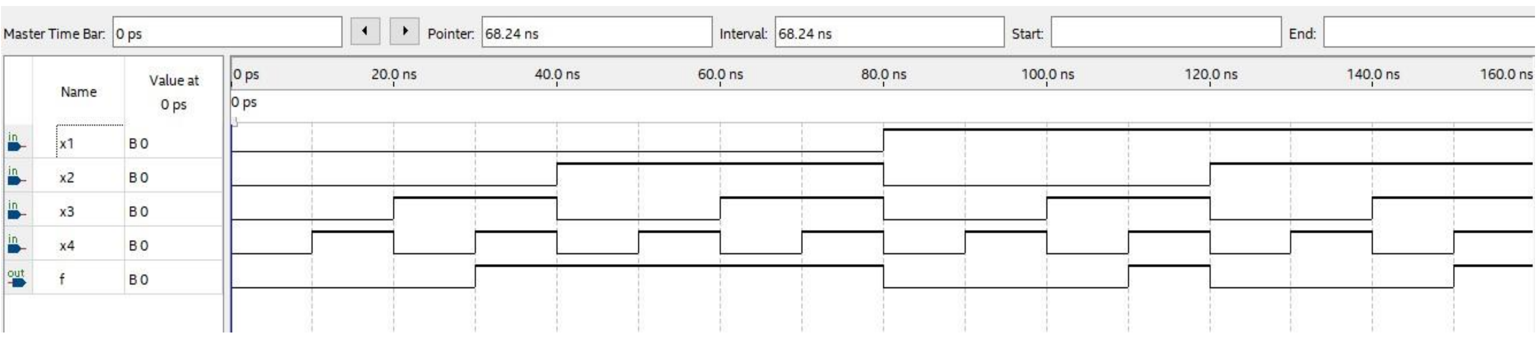
Πλήθος1	**Minterms**	**Δυαδική Αναπ.**	
1	4,5	010x	^
	4,6	01x0	^
2	3,7	0x11	^
	3,11	x011	^
	5,7	01x1	^
	6,7	011x	^
3	7,15	x111	^
	11,15	1x11	^

Minterms	**Δυαδική Αναπ.**	
4,5,6,7	01xx	**P1**
~~4,6,5,7~~	~~01xx~~	
3,7,11,15	xx11	**P2**
~~3,11,7,15~~	~~xx11~~	

P	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**11**	**15**
P1		^	^	^	^		
P2	^				^	^	^

Παρατηρούμε ότι οι όροι P1, P2 είναι ουσιαστικοί πρώτοι όροι (essential prime implicants). Συνεπώς f(x1,x2,x3,x4) = P1+P2 = x1’x2 + x3x4.

b) Λειτουργική Προσομοίωση



c) RTL διάγραμμα