

Fecha de Entrega: **Abril 7 de 2015 antes de las 21:59 COT**

Instrucciones de Entrega

Todo el código fuente y los datos se debe encontrar en un repositorio público en github con un commit final hecho antes de la fecha de entrega. El nombre del repositorio debe ser **CM20151_HW5_Apellido1Apellido2**. El link al repositorio lo deben enviar a través de **sicuplus** antes de la fecha/hora límite.

En cada parte del ejercicio se entrega 1/3 de los puntos si el código propuesto es razonable, 1/3 si se puede ejecutar y 1/3 si entrega resultados correctos.

1. 70 pt Solucion de la ecuación de Poisson en el espacio de Fourier

La ecuación de Poisson (Ec.1) es una de las más comunes en física, debido a que permite relacionar una densidad con un potencial:

$$\nabla^2 \phi = \rho \quad (1)$$

Dónde ϕ es el potencial y ρ la densidad. Haciendo la transformada rápida de Fourier de la Ec.1 el potencial gravitacional se puede expresar como:

$$\hat{\phi} = -\hat{\rho} \quad (2)$$

De esta manera, al hallar la densidad en el espacio de fourier, encontramos el potencial. Para encontrar la solución a la ecuación de Poisson, obtenemos la transformada inversa de este potencial $\hat{\phi}$.

- (a) 25 pt En el archivo **Serena-Venus.txt** se encuentra información acerca de un sistema de partículas. Cada observación representa una partícula de masa $M = 1$, donde las columnas 2, 3, 4 corresponden a la posición en X, Y, Z de dicha partícula respectivamente. De esta manera, es posible construir la densidad en el espacio de fourier $\hat{\rho}$. Para esto, es posible construir una matriz de densidades de $1000 \times 1000 \times 1000$ en la cual se encuentre la densidad en cada punto, y por lo tanto se pueda hallar el potencial gravitacional en cada punto del espacio. El método para encontrar esta densidad es el siguiente:

$$\rho_{i,j,k} = \frac{m}{\Delta x \Delta y \Delta z} \sum_{p=1}^{N_p} W(x_i - x_p) W(y_i - y_p) W(z_i - z_p) \quad (3)$$

Donde $i, j, k = x, y, z$, m es la masa de las partículas en la mitad de la celda, N_p es el número total de partículas, x_i es la posición x del dentro de la celda i (e.g x_i de la celda 2 será $3\Delta x/2$) y $W(x)$ está definido por:

$$W(x) = \begin{cases} 1 - |x|/\Delta x & |x| < \Delta \\ 0 & \text{d.l.c.} \end{cases}$$

Nota: Las densidades se evalúan en el centro de cada celda.

- (b) 15 pt Hacer la transformada inversa de Fourier para el potencial gravitacional $\hat{\phi}$ para encontrar ϕ .
- (c) 15 pt Derivar el potencial gravitacional y encontrar la fuerza gravitacional en todos los puntos del espacio.
- (d) 10 pt Escribir un código en python que encuentre los mínimos y máximos de la fuerza gravitacional. El código debe realizar una gráfica en donde se representen los puntos donde están las partículas y en colores la fuerza gravitacional. Adicionalmente, en dicha gráfica debe haber contornos en donde se observe claramente las regiones donde la fuerza es máxima y mínima. A manera de guía, se presenta una ilustración de dicha figura sin contornos:

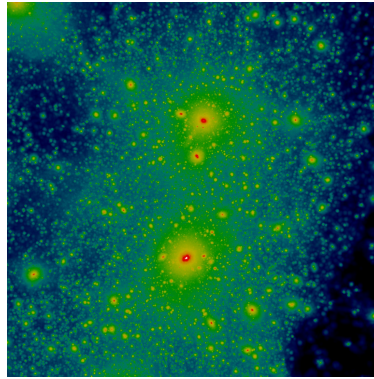


Figura 1: Campo de densidad de Serena-Venus

- (e) 5 pt Haga un Makefile que genere todos los outputs descritos anteriormente en el orden adecuado.

2. 30 pt Integración con el Método del Rechazo

En un documento `.Rmd`,

- (a) 12 pt Implemente una función que calcule una integral utilizando el método del rechazo¹. La función debe generar una representación visual del cálculo de la integral (ver Fig.2). Para qué tipo de integrales funciona su solución?
- (b) 8 pt Evalúe la integral de la función $h(x) = [\cos(50x) + \sin(20x)]^2$ sobre $[0, 1]$ utilizando el método creado anteriormente. Compare su desempeño con algún método de la función `integrate`.
- (c) 10 pt Evalúe la integral de la función $p(y) = \int_2^\infty \frac{1}{\pi(1+y^2)}$ utilizando el método creado anteriormente. Compare su desempeño con algún método de la función `integrate`.

A manera de ayuda, la siguiente figura es una representación gráfica del método del rechazo:

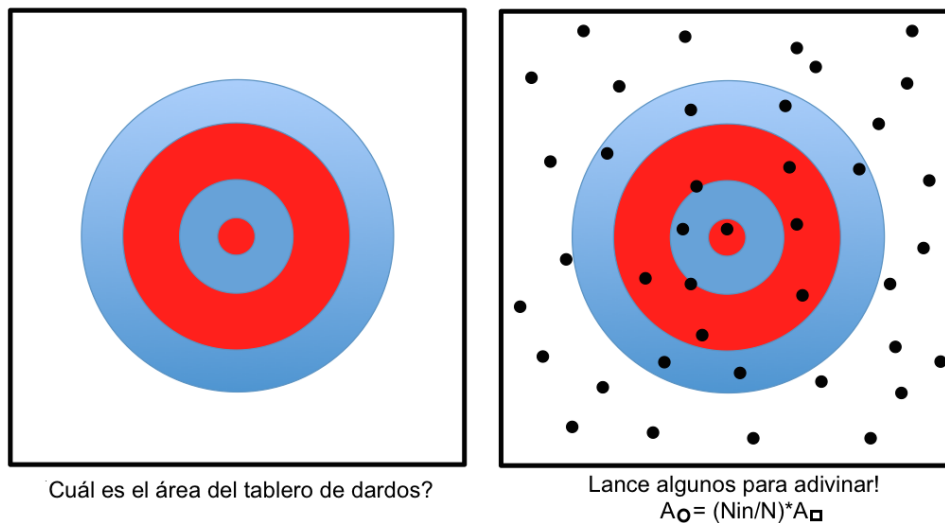


Figura 2: Método de rechazo

¹ Descrito acá: http://en.wikipedia.org/wiki/Rejection_sampling