
Robotique: modélisation et commande

GMC714 - DEVOIR NO3 DYNAMIQUE DES BRAS ROBOTIQUES

Préparé par
Pr. Alexandre GIRARD



Université de
Sherbrooke

INSTRUCTIONS:

Vous pouvez faire les calculs à la main ou avec un script Matlab ou Python.
Vous pouvez consulter vos collègues pour vous entraider, mais chacun doit individuellement effectuer une résolution et produire un devoir.

La remise doit être un seul *pdf* qui contient tous vos résultats et calculs.

ÉVALUATION SELON UNE ÉCHELLE DESCRIPTIVE GLOBALE:

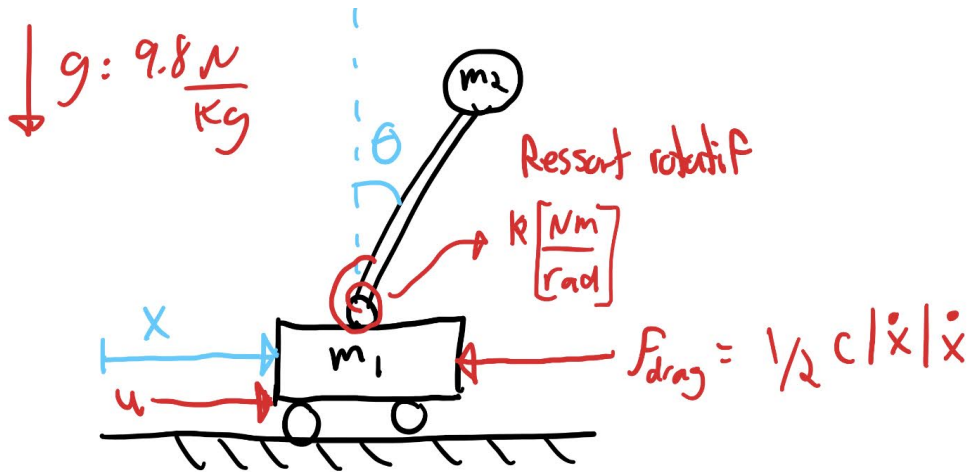
- A** : L'étudiant arrive à toutes les solutions, avec seulement des erreurs mineures, et démontre qu'il maîtrise les notions abordées dans le devoir.
- B** : L'étudiant n'arrive pas à obtenir toutes les solutions, mais démontre qu'il a en bonne partie assimilé les notions abordées dans le devoir du à un effort soutenu de résoudre chacun des numéros.
- C** : L'étudiant n'arrive pas à obtenir la majorité des solutions, ne démontre pas qu'il a assimilé les notions abordées dans le devoir et travaillé sérieusement sur chacun des numéros.
- E** : L'étudiant ne présente aucune démarche sérieuse.

1 Dynamique et équation des manipulateurs

Compétences à développer:

- Utilisation de la méthode de *Lagrange* pour calculer les équations du mouvement d'un robot
- Structure des équations matricielles caractéristiques de la dynamique d'un système mécanique

Déterminez les matrices H , C , B et les vecteurs \underline{g} et \underline{d} qui caractérisent les équations du mouvement sous la forme matricielle du système suivant:



Notes:

→ utiliser les coordonnées $\underline{q} = \begin{bmatrix} x \\ \theta \end{bmatrix}$

→ F_{drag} : amplitude = $\frac{1}{2} c \dot{x}^2$
direction opposée à la vitesse

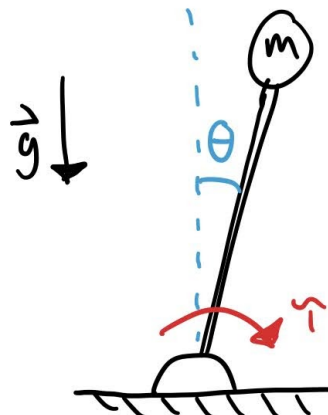
$$\underbrace{\begin{bmatrix} H(q) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{\theta} \end{bmatrix}}_{\text{Forces inertielle}} + \underbrace{\begin{bmatrix} C(q, \dot{q}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix}}_{\text{Forces dissipatives}} + \underbrace{\underline{d}(q, \dot{q})}_{\text{Forces conservatrices}} + \underline{g}(q) = \underbrace{\begin{bmatrix} B(q) \end{bmatrix} \underline{u}}_{\text{Actionneur}}$$

2 Stabilité d'un système non-linéaire

Compétences à développer:

- Conception d'une loi de commande pour un système non-linéaire
- Méthode énergétique (*Lyapunov*) pour analyser la stabilité

Pour le système suivant (pendule inversé) asservi avec la loi de commande $\tau = -k_p\theta$, déterminez si le système est stable et dans quelles conditions. Proposez une valeur de gain k_p pour stabiliser le système.



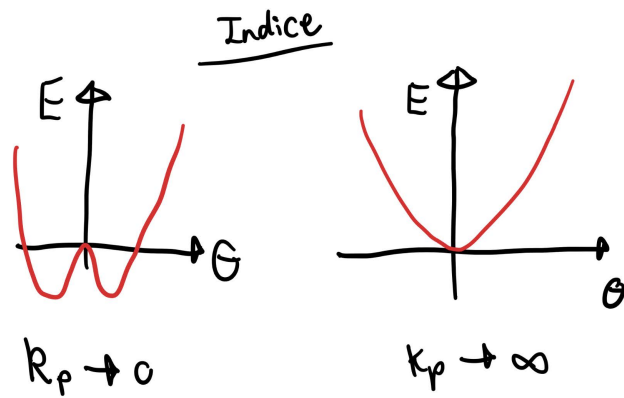
$$\underbrace{m l^2 \ddot{\theta} - m g l \sin \theta + \frac{1}{2} c |\dot{\theta}| \dot{\theta}}_{\text{Dynamique naturelle}} = \underbrace{-k_p \theta}_{\text{Loi de commande}}$$

Note: Les équations du mouvement vous sont fournis pour ce numéro. Ci-dessous un guide d'étapes pour résoudre ce numéro.

1) Utilisez la fonction énergétique suivante (Candidat *Lyapunov*)

$$E = \underbrace{mgh + \frac{1}{2} m l^2 \dot{\theta}^2}_{\text{Énergie mécanique}} + \underbrace{\frac{1}{2} k_p \theta^2}_{\text{Énergie "virtuelle" du ressort du contrôleur}}$$

2) Vérifiez quel k_p minimal est requis pour que le point $\theta = 0$ soit un minimum de cette fonction.



3) Vérifiez les conditions pour que la dérivée temporelle de la fonction énergétique soit négative ($\dot{E} < 0$).

3 Comportement des actionneurs

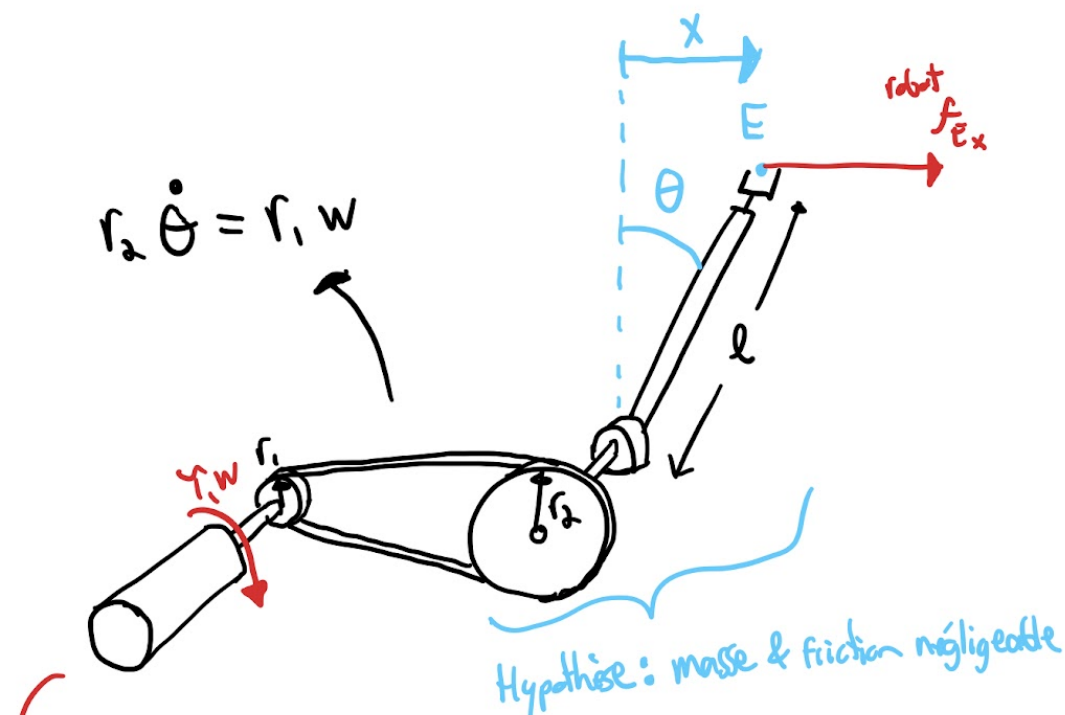
Compétences à développer:

- Changement de coordonnées
- Influence de la transmission sur la dynamique d'un robot

a) En vous basant sur les paramètres connus (l'inertie du moteur I , friction visqueuse b_v , friction sèche b_s , géométrie r_1 , r_2 et l), le couple électromagnétique τ et une force externe horizontale appliquée au point E du robot f_{E_x} , exprimez la dynamique du système suivant dans l'espace des joints (coordonnée θ) et dans l'espace de la tâche (coordonnées x).

b) Analysez la masse et la friction apparente lorsqu'on bouge le robot en appliquant une force en x au point E . Discuter de l'effet du ratio de transmission de l'actionneur (paramètres r_1 et r_2) et du bras de levier l .

c) Analysez et discutez de ce qui arrive à l'équation dynamique dans les coordonnées de la tâche (coordonnée x) lorsque $\theta = \pi/2$. Avez vous une interprétation physique?



Dynamique du moteur électrique

$$\underbrace{I \dot{w}}_{\text{Inertie}} + \underbrace{b_v w}_{\text{Friction visqueuse}} + \underbrace{b_s \operatorname{sgn}(w)}_{\text{Friction sèche}} = \underbrace{\tau}_{\text{Couple électromag}} - \underbrace{\tau_E}_{\text{Forces externes}}$$

Dynamique dans coord. des joints

$$[H^q] \ddot{\theta} + [b_v^q] \dot{\theta} + [b_s^q] \operatorname{sgn}(\dot{\theta}) = [{}^q B^w] \tau + [{}^x J_e^q(\theta)]^T \tau_{F_{Ex}}^{\text{robot}}$$

Dynamique dans coord. de la tâche (x)

$$[H^x(\theta)] \ddot{x} + [c^x(\theta)] \dot{x}^2 + [b_v^x(\theta)] \dot{x} + [b_s^x(\theta)] \operatorname{sgn}(\dot{x}) = [{}^x B^w(\theta)] \tau + \tau_{F_{Ex}}^{\text{robot}}$$