

Esta guía es simplemente una guía. **NO** reemplaza ni incluye todo el material que se da en clase.

Guía de Logaritmos

Algunos ejemplos graficos de Logaritmos

Definición de logaritmo: $y = \log_a(x) \iff a^y = x$.

Ejemplo: $8^2 = 64 \iff 2 = \log_8(64)$

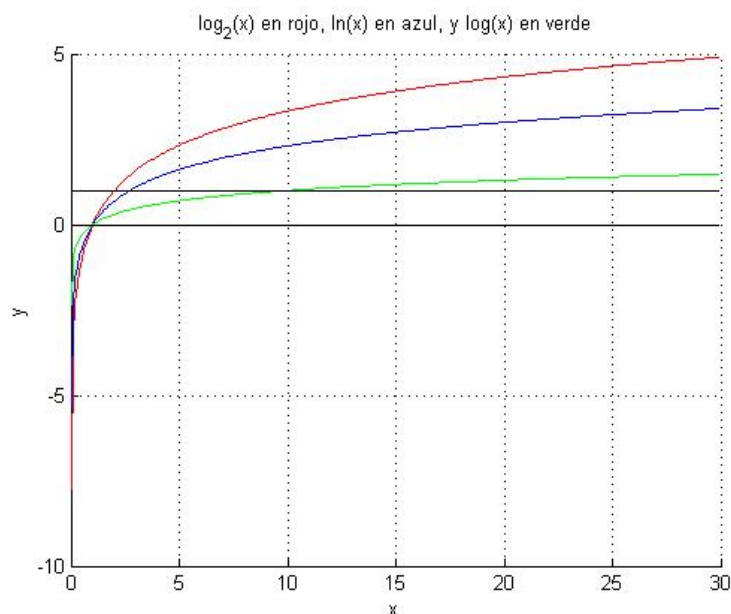


Figura 1: $\log(x)$ en verde, $\log_2(x)$ en rojo y $\ln(x)$ en azul.

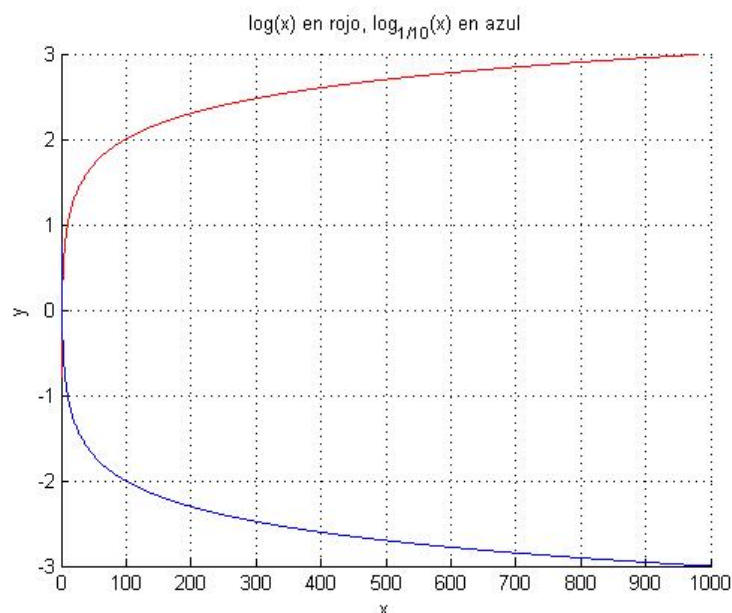


Figura 2: Graficos de $\log(x)$ y $\log_{\frac{1}{10}}(x)$.

Si se traban con algún ejercicio, pasen al siguiente, y vuelvan al ejercicio difícil mas tarde.

1. Resolver:

1. $\log_2\left(\frac{1}{128}\right)$

2. $5^{4 \cdot \log_5(2)}$

3. $4^{\log_4(2) + \log_4(7)}$

4. $\log_3(\sqrt[5]{27})$

5. $10^{2 \cdot \log(5)}$

6. $e^{3 \cdot \ln(4) - 2 \cdot \ln(3) + 10^{28} \cdot \ln(1)}$

7. $a^{b \cdot \log_a(c)}$

8. $\log_b(\log_a(a^{(b^k)}))$

9. $a^{\log_a(b) + \log_a(d) - h \cdot \log_a(c)}$

10. $\log_a(b) - \log_a(c) = 0$

Sabiendo que $\log_2(5) \simeq 2,3$, calcular:

11. $\log_2(10)$

12. $\log_2(2,5)$

13. $\log_2(\sqrt{(5)})$

14. $\log_2(25)$

Cambio de base:

15. $\log_5(2)$

16. $\log_{a^n}(a^m)$

17. $\log_2(\sqrt{5})$

2. Graficos:

Graficar Las siguientes funciones (basta con usar solo 4 puntos):

1. $\log_3(3 \cdot (x + 3))$

2. $\log_{1/2}(4 \cdot (x - 1))$

3. Encontrar a y b a partir del gráfico de $y = \log_a(x - b)$

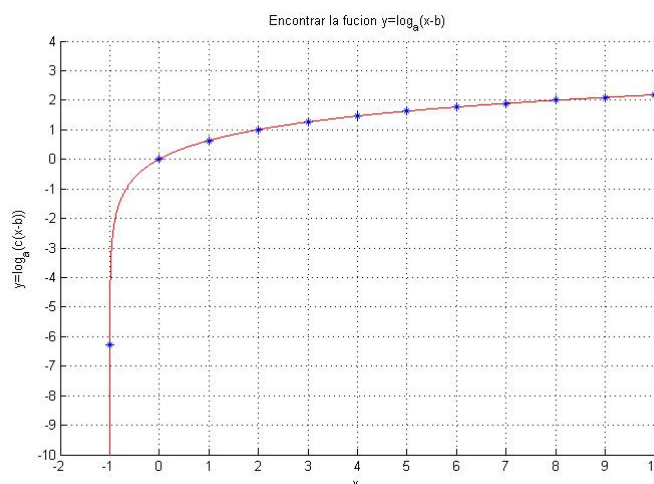


Figura 3: Encontrar a, b y c , a partir del gráfico de $y = \log_a(x - b)$. Los asteriscos azules marcan el valor de y para $-1, 0, 00001, 2, 3, 4, 5, 6, \dots$

3. Encontrar, si es posible, el valor de x :

1. $\log(x) = 3 \cdot \log(2)$

2. $\log_2(3x + 4) = 1$

3. $10 \cdot \log_5(x) - 5 \cdot \log_5(x) - 5 = 0$

4. $\log_3(x^2) + \log_3(x) - 6 = 0$

5. $2^{x+1} - 5 \cdot 2^x + 3 = 0$

6. $2^x + 2^{x+1} + \frac{5}{4}2^{x-2} = 256$

7. $-3^x + 4 \cdot 3^{x+1} = 99$

8. $3 \cdot \log_2(x) - 2 \cdot \log_4(x) = 2$

9. $\log(x^2 - 3x + 12) = 1$

4. Uso de la calculadora

Usando la calculadora, uno puede calcular el $\log(x)$ y $\ln(x)$, para cualquier numero. Sabiendo esto, calcular x :

Usando $\log(x)$:

1. $3^x, 5^{2x} = 4$

2. $\log_7(28)$

Usando $\ln(x)$:

3. $\log_8(5)$

4. $\frac{1}{3}^x, 4^{\frac{x}{2}} = 3$

5. Ejemplo de Aplicación

La población de una ciudad se triplica cada 50 años. En el tiempo $t = 0$, esta población es de 100000 habitantes. Por lo tanto la población a lo largo del tiempo se puede expresar como $P(t) = 100000 \cdot 3^{\frac{t}{50}}$ cuál es la población después de a) 100 años? b) 150 años? c) 200 años?

Observación: Para saber si hiciste bien un ejercicio, acordate de la definición de logaritmo, y exponencia el resultado que obtuviste, o reemplaza por tu valor de x .

Extra

- Para tener una idea practica de que tan lento crece $\log(x)$, busquen "Powers of ten."^{en} youtube, un vídeo que muestra cuanto cambian las cosas que vemos a medida que consideramos cuadrados de 10^x metros de lado. Por ejemplo, un cuadrado de $10m$ ($\log(10) = 1$) de lado es algo de un tamaño normal para un humano(una habitación, por ejemplo), mientras que en un cuadrado de 10^7 metros ($\log(10^7) = 7$), es del tamaño del planeta tierra, y el $\log(x)$ solo cambio 6 números!. También pueden verlo de manera interactiva en la pagina www.scaleofuniverse.com .
- Al que le interese, la pagina <http://www.librosmaravillosos.com/grandesmaticos/capitulo09.html> tiene una biografía muy interesante sobre Leonhard Euler (1707-1783), el que le puso 'e' al numero e entre muchas otras cosas, uno de los matemáticos mas importantes de la historia. Para que tengan una idea, Euler era tan groso que le daba clases a la Princesa Catalina de Rusia, que lo trataba como a un noble; y cuando se quedo ciego le dictaba sus trabajos a sus hijos, e incluso se volvió mas prolifero como matemático que cuando tenia la vista.
- There is a theory which states that if ever anyone discovers exactly what the Universe is for and why it is here, it will instantly disappear and be replaced by something even more bizarre and inexplicable. There is another theory which states that this has already happened.[Douglas Adams. The Hitchhiker's Guide to the Galaxy.]



The Universe