

Esta guía, es simplemente una guía. **NO reemplaza ni incluye todo el material que se da en clase.**

## Guía 1 de Funciones Trigonómicas

Las funciones trigonométricas son aquellas en las que el argumento de la función ('x') es un ángulo.

Vamos a ver que esta familia de funciones son muy importantes en la geometría y para describir muchas cosas.

### Sistema de medición de ángulos

Existen 3 sistemas en los cuales se pueden medir los ángulos.

**Sistema Sexagesimal:** La unidad básica es  $1^\circ$ .

Un círculo completo tiene  $360^\circ$ , un grado tiene  $(60')$  minutos sexagesimales y un minuto sexagesimal  $(1')$  tiene  $(60'')$  segundos sexagesimales.

Al igual que con el sistema métrico, existen subdivisiones mas pequeñas que el segundo sexagesimal, y su uso es frecuente en áreas como la astronomía donde una diferencia en inclinación de un segundo en un telescopio puede ser cientos de miles de kilómetros de diferencia en el objeto que se quiere observar.

**Sistema Centesimal:** La unidad básica es 1 grado centesimal. y se define dividiendo un ángulo recto en 100 partes iguales.

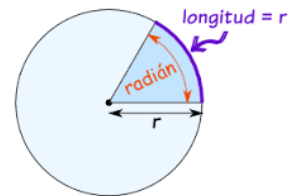
Por lo tanto un círculo completo tiene 400 grados centesimales, y se define que un grado tiene  $(100')$  minutos centesimales y un minuto centesimal  $(1')$  tiene  $(100'')$  segundos centesimales.

**Sistema circular:** La unidad básica es un radian (1) radian. Los radianes no llevan un símbolo para identificarlos, y son MUY utilizados en el área científica como la forma mas común de medir ángulos a la hora de hacer cuentas.

Se llama radian al ángulo que abarca un arco de circunferencia cuya longitud es igual al radio de la misma.

Por lo tanto, un círculo completo es un giro de  $(2\pi)$  radianes. Medio círculo  $(180)$  son  $\pi$  radianes, un ángulo recto son  $\pi/2$  radianes, y así.

Vamos a ver que muchas veces los radianes son la forma mas cómoda para medir los ángulos.



### Razones trigonométricas. Triángulo Rectángulo

Pequeño repaso: la suma de los ángulos internos de un triángulo suman  $180^\circ$ .

Teorema de pitagoras:

$$a^2 + b^2 = h^2$$

Hay tres razones trigonométricas principales que se definen como:

$$\sin(\hat{\alpha}) = \frac{\text{Cateto - opuesto}}{\text{hipotenusa}} = \frac{a}{h}$$

$$\cos(\hat{\alpha}) = \frac{\text{Cateto - adyacente}}{\text{hipotenusa}} = \frac{b}{h}$$

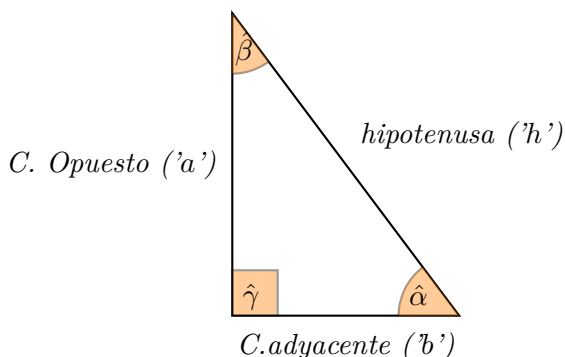
$$\tan(\hat{\alpha}) = \frac{\text{Cateto - opuesto}}{\text{cateto - adyacente}} = \frac{a}{b}$$

Notar que lo que definimos como cateto opuesto o adyacente, depende del ángulo que estemos usando ( $\alpha$  en este caso).

Para  $\beta$  el lado opuesto sería  $b$  y el adyacente  $a$ .

Uso de la calculadora: calcular senos y cosenos... calcular los argumentos..

Versión interactiva de seno y coseno, como componentes de un triángulo rectángulo



Versión interactiva de seno y coseno como funciones de X

Las funciones como el seno o el coseno son muy importantes en una cantidad enorme de aplicaciones y modelos.

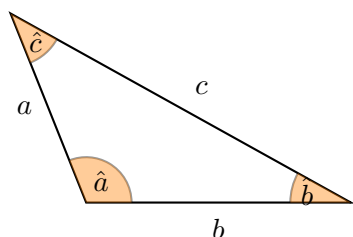
Las funciones trigonométricas fueron usadas ya por los antiguos griegos para deducir que la tierra era redonda, y calcular aproximadamente su radio. Hasta en la actualidad para calcular la posición de las cosas con los GPS, la posición de los satélites, o incluso la posición de los jugadores de fútbol cuando muestran una repetición por la tele.

También son muy importantes en muchos modelos de naturaleza, por ejemplo el sonido o la luz, que se comportan como ondas, se modelan con senos y cosenos.

Incluso son necesarios para entender como tecnologías como los cassetes y los vinilos hasta o los Blurays graban su información, y como funcionan las emisiones de radio o los rayos x.

Describir como oscila un péndulo o como rebota un resorte también da como resultado un seno o un coseno.

## Teoremas del seno y coseno



**Teorema del seno:**

$$\frac{\bar{a}}{\sin(\hat{a})} = \frac{\bar{b}}{\sin(\hat{b})} = \frac{\bar{c}}{\sin(\hat{c})}$$

**Teorema del coseno:**

$$\bar{a}^2 = \bar{b}^2 + \bar{c}^2 - 2\bar{b}\bar{c}\cos(\hat{a})$$

Se puede ver que el teorema de pitagóricas es un caso particular del teorema del coseno: si  $\hat{a} = 90^\circ$ , entonces:

..  
..

## Ejercicios

Si se traban con algún ejercicio, pasen al siguiente, y vuelvan al ejercicio difícil mas tarde.szszzs

### 1. Grados y Radianes

Pasar de grados a radianes o viceversa, según corresponda.

1. 1 radian
2.  $\frac{\pi}{3}$
3.  $8\pi$
4.  $3,5rad$
5.  $150^\circ$
6.  $60^\circ$
7.  $210^\circ$
8.  $315^\circ$

### 2. completar:

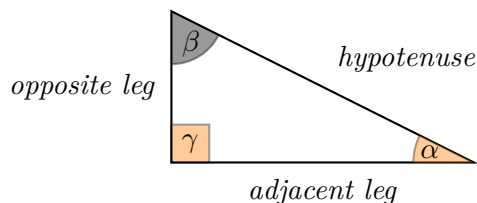
|          |   |                 |                 |                 |                 |
|----------|---|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| Radianes | 0 | $\frac{\pi}{6}$ | $\frac{\pi}{4}$ | $\frac{\pi}{3}$ | $\frac{\pi}{2}$ |
| Grados   |   |                 |                 |                 |                 |

|          |             |             |            |            |            |           |              |
|----------|-------------|-------------|------------|------------|------------|-----------|--------------|
| Radianes |             |             |            |            |            |           |              |
| Grados   | $300^\circ$ | $150^\circ$ | $90^\circ$ | $30^\circ$ | $45^\circ$ | $1^\circ$ | $1250^\circ$ |

### 3. Demostrar

$$\operatorname{tg}(\alpha) = a \Rightarrow |\cos(\alpha) \cdot \operatorname{sen}(\alpha)| = \frac{|a|}{a^2+1}$$

### 4. Resolver los siguientes triángulos rectángulos:



1.  $a = 10\text{cm}$   $b = 7\text{cm}$

3.  $h = 12\text{cm}$   $\sin(\alpha) = 0,896$

2.  $h = 11\text{cm}$   $a = 9\text{cm}$

4.

### 5. Problemas

1. Cual es el angulo de elevación del sol cuando un mástil de  $24\text{m}$  proyecta una sombra de  $16\text{m}$ ?
2. Cual es la altura de una antena si una persona que se encuentra a  $250\text{m}$  de su base, observa su punta bajo un angulo de  $22^\circ$ ?
3. cual es el área de un pentágono regular de  $40\text{cm}$  de perímetro?
4. cual es el área de un triangulo isósceles, cuya base mide  $18\text{cm}$  y el angulo opuesto a ella mide  $34^\circ 50'$ ?
5. El perímetro de un triangulo isósceles es de  $26\text{cm}$  y su base mide  $10\text{cm}$ . cual es el valor de sus ángulos interiores?

### 6. Ejemplo de Aplicación

Observación: Para saber si hiciste bien un ejercicio, reemplaza por tu valor de  $x$ .

### Extra

- Demostración del teorema de pitagoras:
- Demostración de la relación pitagorica...
- Toda la geometría que vieron hasta ahora (desde la primaria) cae dentro de una rama de la geometría llamada geometría Eulidea o plana (en honor a Euclides). Sin embargo existen otros tipos de geometrías, en las cuales pasan cosas a las que no estamos acostumbrados. Por ejemplo que dos rectas paralelas se toquen, o que la suma de los ángulos internos de un triangulo sumen mas o menos de  $180$  grados. Estas geometrías se llaman geometrías de Riemman o curvas (En honor a Riemman, discípulo de Gauss).  
Por ejemplo, dibujar un triangulo que empiece en el polo de la tierra y siga dos latitudes, arma un triangulo cuyos lados internos suman  $270$  grados.