КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ІМЕНІ ТАРАСА ШЕВЧЕНКА
Факультет комп'ютерних наук та кібернетики
Кафедра теорії та технологій програмування

ЗВІТ

з дисципліни «Екологічні економічні процеси та їх моделювання»

до лабораторної роботи №2

варіант 2

Виконала:
студентка групи МІ-3
Баклан Аліса

Київ — 2023

Постановка задачі

1) За даними результатами спостережень щодо зміни обсягів виробництва та відповідних витрат праці та капіталу деякої фірми

II ВАРІАНТ			
Номер спостере-реження	***K***	***L***	***F***
1	2860	10680	49920
2	2940	10310	45750
3	2950	10680	50550
4	2880	10800	50570
5	2510	10040	47820
6	2690	10420	47900
7	2990	10940	51900
8	2800	10710	45970
9	3000	9900	48030
10	3070	9930	48100

побудувати мультиплікативну виробничу функцію (використати функціональний підхід).

2) Визначити ефект масштабу та еластичність заміщення для знайденої виробничої функції.

3) Знайти оптимальні витрати виробничих факторів для фірми в умовах повної конкуренції у довгостроковому та короткостроковому періодах.

4) Визначити оптимальні витрати виробничих факторів, ціни ресурсів, ціну та обсяг продукції для фірми в умовах монополії-монопсонії.

Виконання роботи

Для виконання роботи будемо використовувати програму Excel. Спочатку введемо дані спостережень щодо зміни обсягів виробництва та відповідних витрат праці та капіталу фірми в таблицю.

Нам треба знайти мультиплікативну виробничу функцію, яка описує залежність між обсягом виробленої продукції F і витратами праці L та капіталу K:

$$F = bK^{\alpha} L^{\beta}$$

Множник b і показники степеня α та β - параметри цієї моделі. Задана в такому вигляді виробнича функція є мультиплікативною Логарифмуванням її можна звести до адитивного вигляду:

$$\ln(F) = \ln(b) + \alpha \ln(K) + \beta \ln(L)$$

Запишемо в нову табличку дані, перетворені шляхом логарифмування:

№	K	L	F		№	ln(K)	ln(L)	ln(F)
1	2860	10680	49920		1	7,958577	9,276128	10,81818
2	2940	10310	45750		2	7,986165	9,24087	10,73095
3	2950	10680	50550		3	7,98956	9,276128	10,83072
4	2880	10800	50570		4	7,965546	9,287301	10,83111
5	2510	10040	47820		5	7,828038	9,214332	10,7752
6	2690	10420	47900		6	7,897296	9,251482	10,77687
7	2990	10940	51900		7	8,003029	9,300181	10,85707
8	2800	10710	45970		8	7,937375	9,278933	10,73574
9	3000	9900	48030		9	8,006368	9,20029	10,77958
10	3070	9930	48100		10	8,029433	9,203316	10,78104

Для отриманих даних знайдемо наближену лінійну функцію за допомогою засобів регресії Excel. (Дані->Аналіз даних -> Регресія).

Також це можна зробити напряму за допомогою функції LINEST, яка повертає коефіцієнти і певні статистичні дані у вигляді масиву.

На новому листі отримаємо інформацію про коефіцієнти, показник Фішера, відхилення R^2 тощо.

SUMMARY OUTPUT

Regression Statistics	
Multiple R	0,559420853
R Square	0,31295169
Adjusted R	0,116652173
Standard E	0,039161502
Observatic	10

ANOVA

	df	SS	MS	F	Significance F
Regressior	2	0,004889976	0,002444988	1,594256039	0,268816216
residual	7	0,010735363	0,001533623		
Total	9	0,015625339			

	Coefficients	Standard Error	t-Stat	P-Value	Lower 95%	Upper 95%	Lower 95,0%	Upper 95,0%
Intercept	4,29875121	3,638125055	1,181584235	0,275952008	-4,304047526	12,90154995	-4,304047526	12,90154995
ln(K)	0,151930471	0,218453396	0,695482307	0,509175797	-0,364629726	0,668490669	-0,364629726	0,668490669
ln(L)	0,571011213	0,357698131	1,596349443	0,154441665	-0,274810463	1,416832889	-0,274810463	1,416832889

Отримаємо коефіцієнти α = 0,151930471, β = 0,571011213, ln(b) = 4,29875121.

Також побачимо, що R^2=0,31295169, що не дуже високо.

Спробуємо інший метод отримання функції, з використанням функції curve_fit бібліотеки scipy на python. (Для цього бібліотеку встановлюємо окремо, наприклад, через pip install).

Напишемо невеликий код:

```
#імпортуємо бібліотеки
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
from scipy.optimize import curve_fit

#вводимо дані спостережень
k = [2860,2940, 2950, 2880, 2510, 2690, 2990, 2800, 3000, 3070]
l = [10680, 10310, 10680, 10800, 10040, 10420, 10940, 10710, 9900, 9930]
f = [49920, 45750, 50550, 50570, 47820, 47900, 51900, 45970, 48030, 48100]

#описуємо функцію, коеф невідомі
def func(X, a, b, c):
    return c * (X[0]**a) * (X[1]**b)

#підбираємо коеф
popt, _ = curve_fit(func, np.stack([k, l]), f)
a,b,c = popt

#виводимо редультат
print('F = %.5f * K^%.5f * L^%.5f' % (c,a,b))
```

Після запуску програми отримаємо результат:

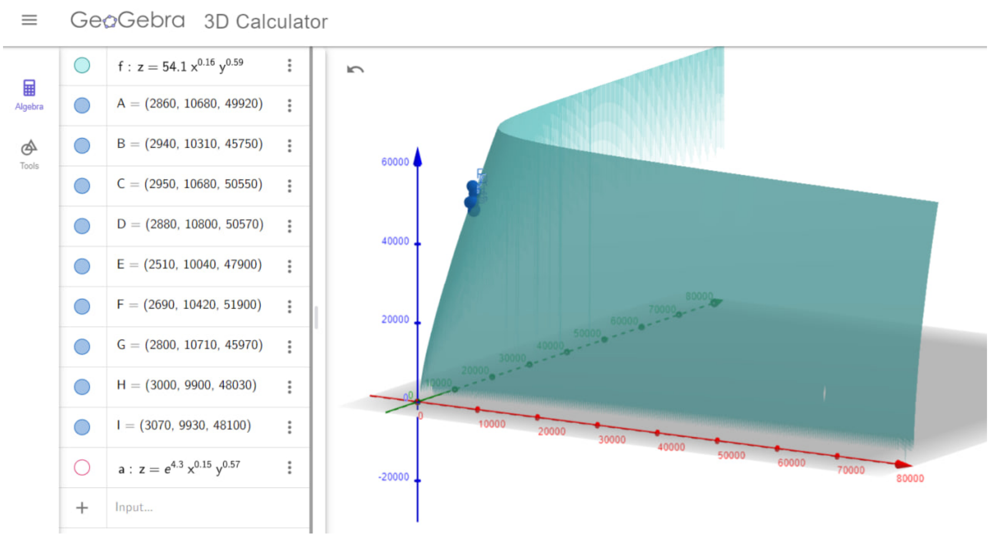
```
F = 54.10403 * K^0.16350 * L^0.59438
>>>
```

Засоби бібліотеки не дозволяють порахувати R^2, тому порахуємо його вручну:

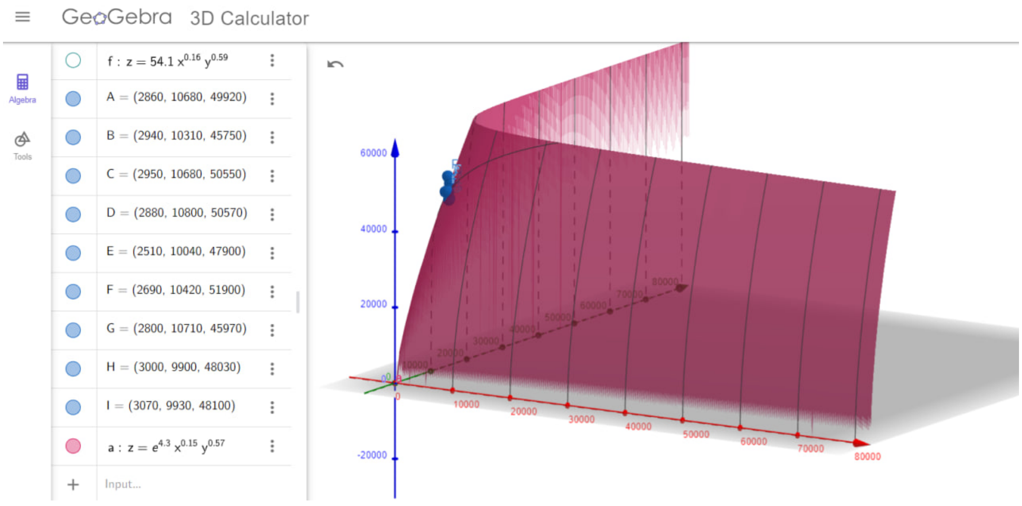
F	F_progn	(F - mean)2	(F_prog - mean)2		
49920	49300,08	1610361	421307,6177		
45750	48495,91	8415801	24053,7334		
50550	49550,46	3606201	809029,4036		
50570	49685,16	3682561	1069488,339		
47820	46518,61	690561	4547076,33		
47900	48098,81	564001	304914,2774		
51900	50374,76	10556001	2971340,667		
45970	49211,46	7187761	314111,4997		
48030	47496,83	385641	1332117,951		
48100	47762,1	303601	790139,2264		
mean		sum	sum		R^2, %
48651		37002490	12583579,05		34,00738

Тут R^2 трохи краще, тому будемо використовувати другу функцію.

Незважаючи на низькі показники, моделі виглядають не так погано на графіках (побудовано за допомогою онлайн ресурсу Geogebra):



Функція з коефіцієнтами curve_fit



Функція з коефіцієнтами регресії Excel

Для наступних задач будемо використовувати функцію:

$$F = 54.10403\, K^{0.16350}\, L^{0.59438}$$

Оскільки сума α+β<1, то має місце ***убуваючий ефект від масштабу*** (F збільшується в меншій пропорції, ніж K і L), іншими словами F(aX)<aF(X).

Еластичність заміщення між витратами i та j визначаєтьс формулою:

$$\sigma_{ij}(x) = -\frac{d\ln(x_i/x_j)}{d\ln(MP_i(x)/MP_j(x))}, \quad i, j = 1, \dots, m.$$

Для мультиплікативних функцій, зокрема нашої, ***еластичність заміщення дорівнює 1***.

$$\sigma = -\frac{d\ln(K/L)}{d\ln(MP_K(x)/MP_L(x))} = -\frac{d\ln(K/L)}{d\ln\left(\frac{\partial bK^{\alpha}L^{\beta}}{\partial K} \div \frac{\partial bK^{\alpha}L^{\beta}}{\partial L}\right)} = -\frac{d\ln(K/L)}{d\ln\left(\frac{\alpha L}{\beta K}\right)} = -(-1) = 1$$

Знайдемо оптимальні витрати виробничих факторів для фірми в умовах повної конкуренції у довгостроковому та короткостроковому періодах.

Для обох варіантів нам треба максимізувати прибуток фірми:

$\pi = F * p - (wL * L + wK * K)$, де wL, wK - ціни факторів виробництва.

Для дострокового періоду єдиним обмеженням є K,L>0. Для короткострокового періоду додамо обмеження K<capK, L<capL. Створимо в Excel таблички для обох задач, і знайдемо оптимальні значення за допомогою розв'язувача.

Виробнича функція						
F = 54,10403 * K^0.1635 * L^0.59438						

Фірма в умовах досконалої конкуренції, довгостроковий період						
Ціни	p	wK	wL		Profit	
	2	10	15		1373,021	
		92,71806	224,7085			
		K	L	Оптимальні витрати ресурсів		

Фірма в умовах досконалої конкуренції, короткостроковий період						
Ціни	p	wK	wL		Profit	
	2	10	15		1168,5	
		52,15777	100			
		K	L	Оптимальні витрати ресурсів		
		100	100	Обмеження		
		capK	capL			

Далі нам треба визначити оптимальні витрати виробничих факторів, ціни ресурсів, ціну та обсяг продукції для фірми в умовах монополії-монопсонії.

Для цього ми опишемо три додаткові функції — p(q), wK(K), wL(L). Перша має бути спадною, останні дві — зростаючими.

Для простоти виконання візьмемо лінійні функції, але можна обрати будь-які, що задовольняють умовам монотонності.

Тепер за допомогою розв'язувача так само підбираємо L,K щоб максимізувати Profit.

Фірма в умовах монополії-монопсонії						
p(q) =	10	-	0,01	q		
wK(K) =	3	+	0,01	K		
wL(L) =	4	+	0,01	L		
Ціни	p	wK	wL		Profit	
	5,170698	3,085034	4,220646		2377,726	
		8,503375	22,06465			
		K	L	Оптимальні витрати ресурсів		