Filtres passe-haut, passe-bande et passe-bas

Illustrations du passage d'une équation de récurrence à la transformée en z puis à la réponse fréquentielle sur des cas simples.

Filtre passe haut

Equation de récurrence :

$$y[n] = a_0(x[n] - x[n-1])$$

Réponse impulsionnelle :

$$h[n] = a_0(\delta[n] - \delta[n-1])$$

Transformée en Z :

$$Y[z] = a_0(X[z] - z^{-1}X[z])$$

Fonction de transfert en z :

$$H[z] = \frac{Y[z]}{X[z]} = a_0(1 - z^{-1})$$

Fonction de transfert en fréquence (continu) :

$$z \leftrightarrow \frac{j2\pi f}{F_e}$$

$$H(f) = \frac{Y(f)}{X(f)]} = a_0(1 - e^{-\frac{j2\pi f}{F_e}})$$

$$H(f) = a_0\left[1 - \cos\left(-\frac{2\pi f}{F_e}\right) - j\sin\left(-\frac{2\pi f}{F_e}\right)\right]$$

Module de la fonction de transfert:

$$Module\ nombre\ complexe: |z| = |a + jb| = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$|H(f)| = a_0\sqrt{\left[\left(1 - \cos\left(\frac{2\pi f}{F_e}\right)\right)^2 + \left(\sin\left(\frac{2\pi f}{F_e}\right)\right)^2\right]}$$

$$|H(f)| = a_0\sqrt{1 - 2\cos\left(\frac{2\pi f}{F_e}\right) + cos^2A + sin^2A}$$

$$Trigo: cos^2x + sin^2x = 1$$

$$|H(f)| = a_0\sqrt{2 - 2\cos\left(\frac{2\pi f}{F_e}\right)}$$

$$Trigo: 1 - cos2x = 2sin^2x$$

$$|H(f)| = a_0\sqrt{4\sin\left(\frac{\pi f}{F_e}\right)^2}$$

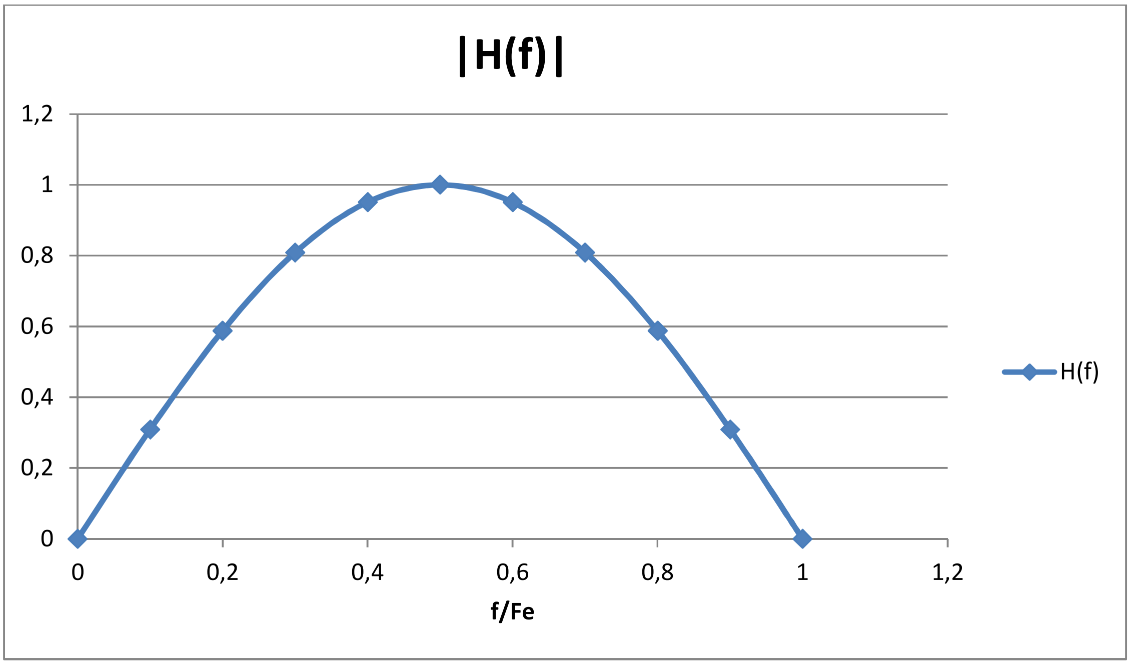
$$|H(f)| = 2a_0\left|\sin\left(\frac{\pi f}{F_e}\right)\right|$$

$$|H(0)| = 0$$

$$\left|H(\frac{F_e}{4})\right| = \sqrt{2}a_0$$

$$\left|H(\frac{F_e}{2})\right| = 2a_0$$

Graphique pour 2.a0=1



Filtre passe bande

$$y[n] = a_0(x[n] - x[n-2])$$

$$h[n] = a_0(\delta[n] - \delta[n-2])$$

$$H[z] = \frac{Y[z]}{X[z]} = a_0(1 - z^{-2})$$

$$H(f) = \frac{Y(f)}{X(f)]} = a_0(1 - e^{-\frac{j4\pi f}{F_e}})$$

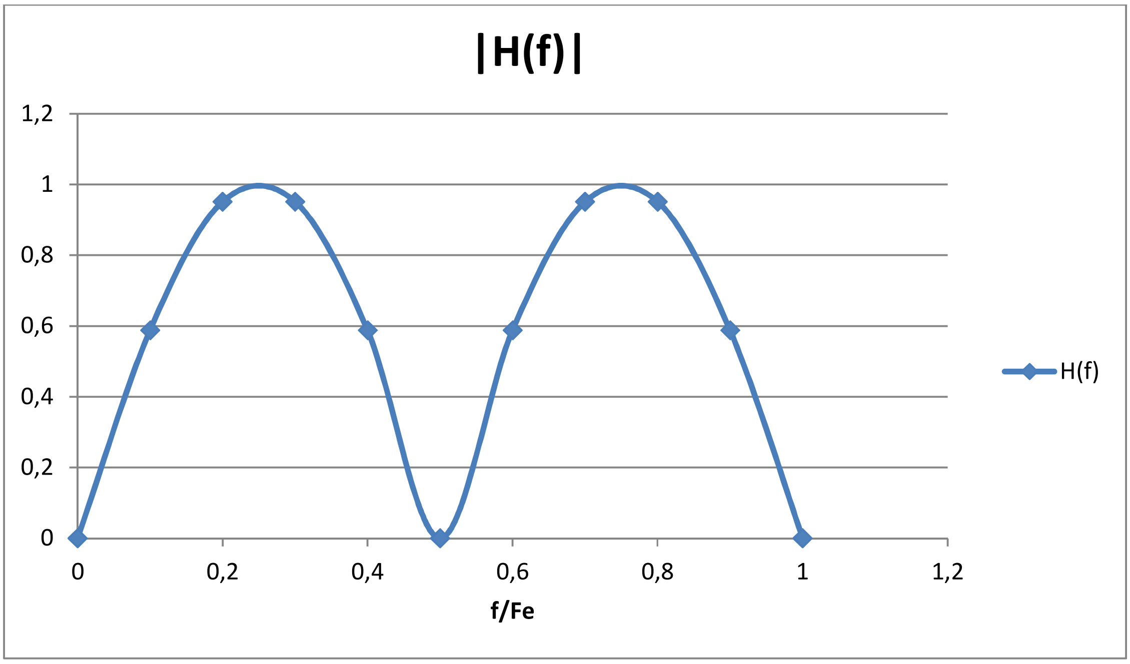
$$|H(f)| = 2a_0 \left|\sin\left(\frac{2\pi f}{F_e}\right)\right|$$

$$|H(0)| = 0$$

$$\left|H(\frac{F_e}{4})\right| = 2a_0$$

$$\left|H(\frac{F_e}{2})\right| = 0$$

Graphique pour 2.a0=1



Filtre passe bas

$$y[n] = a_0(x[n] + x[n-1])$$

$$h[n] = a_0(\delta[n] + \delta[n-1])$$

$$H[z] = \frac{Y[z]}{X[z]} = a_0(1 + z^{-1})$$

$$H(f) = \frac{Y(f)}{X(f)]} = a_0(1 + e^{-\frac{j2\pi f}{F_e}})$$

$Trigo: 1 + cos2x = 2cos^2x$

$|H(f)| = 2a_0 \left|\cos\left(\frac{4\pi f}{F_e}\right)\right|$

$|H(0)| = 2a_0$

$\left|H(\frac{F_e}{4})\right| = \sqrt{2}a_0$

$\left|H(\frac{F_e}{2})\right| = 0$

Graphique pour 2.a0=1