Projeto de Filtros FIR pelo Método do Janelamento

Alyson Dantas, Gabriel Sá, Lucas Cardoso e Marcelo Mota

Sumário

- Introdução
- Sistemas de Tempo Discreto
- Janelamento
- Escolha do filtro
- Parâmetros dos filtros
- Apresentação prática

Introdução

A empresa SDK&APPs S.A., que atua no ramo de instrumentação por software, requer de um protótipo de software, com interface gráfica do usuário (GUI) amigável, para auxiliar no projeto de filtros seletivos em frequência.

Introdução

O que são **filtros de sinais**?

Introdução

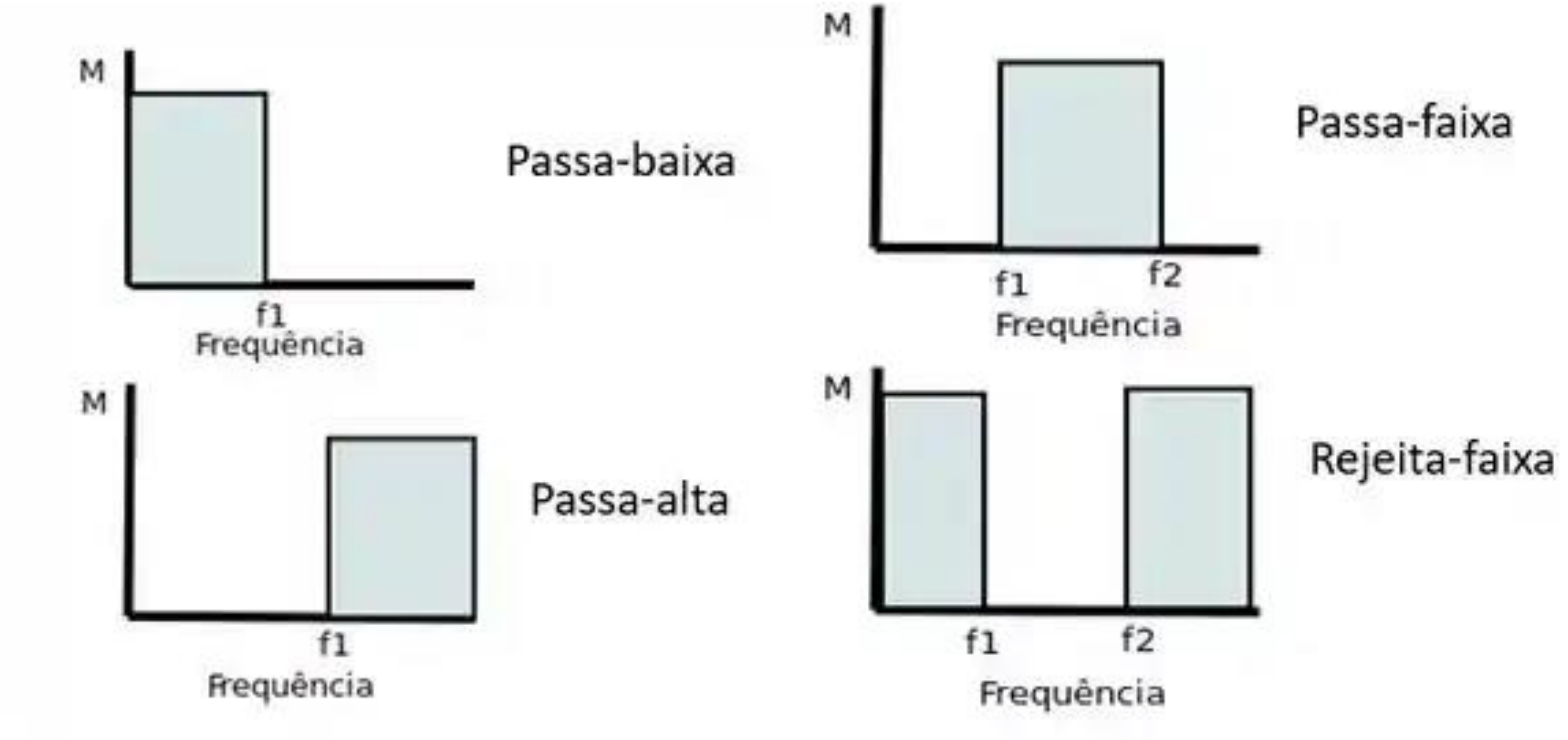
O filtro serve para **remover partes não desejadas do sinal**, como o ruído, ou **extrair partes úteis do sinal**, como determinadas componentes de frequência que estão dentro do gama de frequência.

Introdução

Os filtros básicos são:

* **Passa-baixa**
* **Passa-alta**
* **Passa-faixa**
* **Rejeita-faixa.**

Introdução


M
f1
Frequência
Passa-baixa
M
f1
f2
Frequência
Passa-faixa
M
f1
Frequência
Passa-alta
M
f1
f2
Frequência
Rejeita-faixa

Introdução

Filtros Discretos:

O projeto de filtros de tempo discreto corresponde a determinação dos parâmetros de uma função de transferência ou de uma equação de diferenças que aproxima uma resposta ao impulso ou uma resposta em frequência dentro de tolerâncias especificadas.

Sistemas de Tempo Discreto

Filtros FIR x Filtros IIR

Sistemas de Tempo Discreto

Os sistemas com equações de diferenças caem em duas categorias básicas:

* **Resposta ao impulso infinita** (IIR - *Infinite Impulse Response*)
* **Resposta ao impulso finita** (FIR - *Finite Impulse Response*)

Sistemas de Tempo Discreto

Os sistemas com equações de diferenças caem em duas categorias básicas:

* **Resposta ao impulso infinita** (IIR - Infinite Impulse Response)
* **Resposta ao impulso finita** (FIR - Finite Impulse Response).
    * Janelamento
    * Classe de Algoritmos Iterativos: algoritmo de Parks–McClellan.

Sistemas de Tempo Discreto

* As técnicas de projeto para filtros FIR são baseadas na aproximação direta da resposta em frequência ou da resposta ao impulso desejada do sistema de tempo discreto.

Sistemas de Tempo Discreto

* As técnicas de projeto para filtros FIR são baseadas na aproximação direta da resposta em frequência ou da resposta ao impulso desejada do sistema de tempo discreto.

* Isso é realizado pelo método do Janelamento.

Janelamento

* Inicia-se com uma resposta em frequência desejada ideal, que pode ser representada pela DTFT, sendo $h_d[n]$ a sequência de amostras da sua resposta ideal.

Janelamento

* Inicia-se com uma resposta em frequência desejada ideal, que pode ser representada pela DTFT, sendo $h_d[n]$ a sequência de amostras da sua resposta ideal.

* As sequências $h_d[n]$ correspondem as funções discretas do Filtro desejado.

Janelamento

Equações dos Filtros discretos (h_d):

$$m = n - M/2$$

Filtro Passa baixa:

$$hd = \frac{sen(\omega c * m)}{\pi * m}$$

Filtro Passa alta:

$$hd = \frac{sen(\pi * m)}{\pi * m} - \frac{sen(\omega c * m)}{\pi * m}$$

Filtro Passa faixa:

$$hd = \frac{sen(\omega c2 * m)}{\pi * m} - \frac{sen(\omega c1 * m)}{\pi * m}$$

Filtro Passa faixa:

$$hd = \frac{sen(\omega c1 * m)}{\pi * m} + \frac{sen(\pi * m)}{\pi * m} - \frac{sen(\omega c2 * m)}{\pi * m}$$

Janelamento

* Com essas equações podemos obter uma aproximação FIR realizando o processo de truncamento da resposta ao impulso ideal. Gerando assim, um novo sistema com resposta ao impulso:

$$h[n] = \begin{cases} h_d[n], & 0 \le n \le M, \\ 0, & c.c \end{cases}$$

* Onde M é a ordem do polinômio da função do sistema. Assim (M+1) é o comprimento ou duração da resposta ao impulso.

Janelamento

* Podemos representar o h[n] como o produto da resposta ao impulso desejada por uma janela de duração finita w[n].

$$h[n] = h_d[n] * w[n]$$

* Para o truncamento simples, vamos usar uma janela retangular:

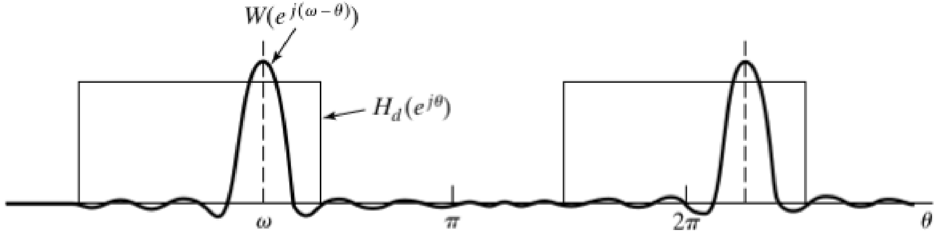
$$w[n] = \begin{cases} 1, & 0 \leq n \leq M, \\ 0, & c.c \end{cases}$$

* Então pelo teorema da modulação ou janelamento temos que:

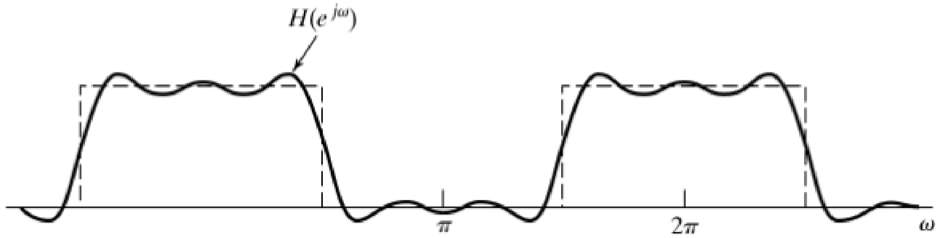
$$H(e^{J\Omega}) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} H_d(e^{J\theta}) e^{J(\Omega-\theta)} \, d\theta$$

Janelamento

* O nosso $H\left(e^{j\Omega}\right)$ é ***uma convolução periodica da resposta*** *em* Frequência ideal deseja com a transformada de Fourrier da janela. A resposta em frequência será uma versão espalhada da resposta desejada.

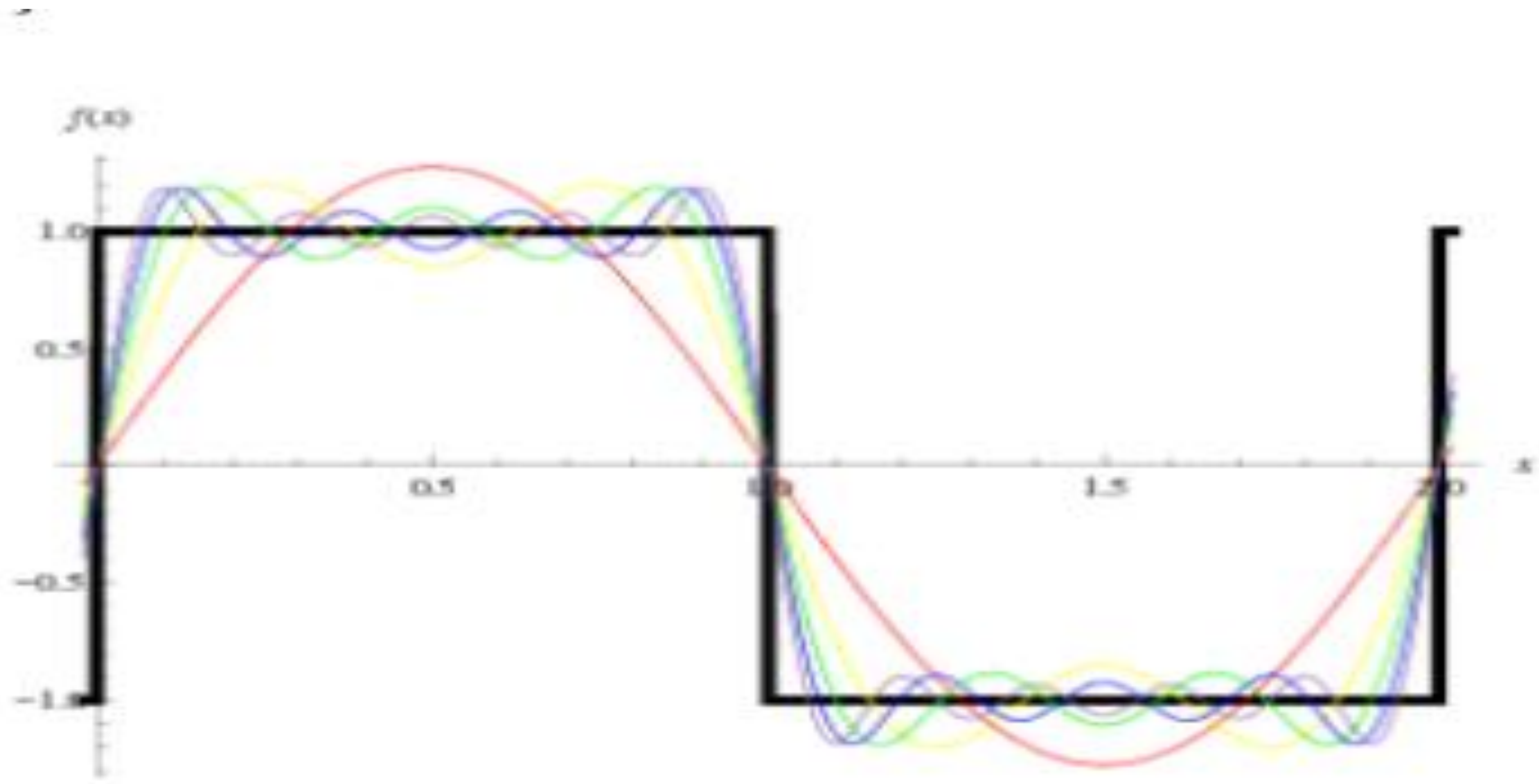


(a)



(b)

Fenômeno de Gibbs



Tipos de Janelamento

1) Janela Retangular: Aplicar uma janela retangular equivale a não aplicar qualquer janela, ela possui o maior valor de perda espectral. Ela é útil para valores de transiente que possuem duração menor do que a janela em análise.

$$\omega[n] = \begin{cases} 1 & , 0 \leq n \leq M \\ 0 & , \text{caso contrário} \end{cases}$$

Janelamento

2) *Janela de Barlett (triangular):* Bartlett sugeriu uma transição mais suave a fim de evitar o fenômeno de Gibbs. Isso é possível através de uma janela triangular da forma:

$$\omega[n] = \begin{cases} \frac{2n}{M} & , 0 \leq n \leq \frac{M}{2} \\ 2 - \frac{2n}{M} & , \frac{M}{2} < n \leq M \\ 0 & , \text{caso contrário} \end{cases}$$

Janelamento

3) Janela de Hann: A janela de Hann é uma combinação linear das janelas retangulares moduladas. Uma vantagem é o *aliasing* muito baixo. Uma desvantagem é uma pequena redução de resolução (o alargamento do lobo principal).

$$\omega[n] = \begin{cases} 0,5 - 0.5\cos\left(\frac{2\pi n}{M}\right) & , 0 \leq n \leq M \\ 0 & , \text{caso contrário} \end{cases}$$

Janelamento

4) Janela de Hamming: A janela de Hamming é uma versão modificada da janela de Hann. Apesar de parecidas, no domínio do tempo, a janela de Hamming não se aproxima de zero como a de Hann. Sua forma também se assemelha a uma onda cossenoidal.

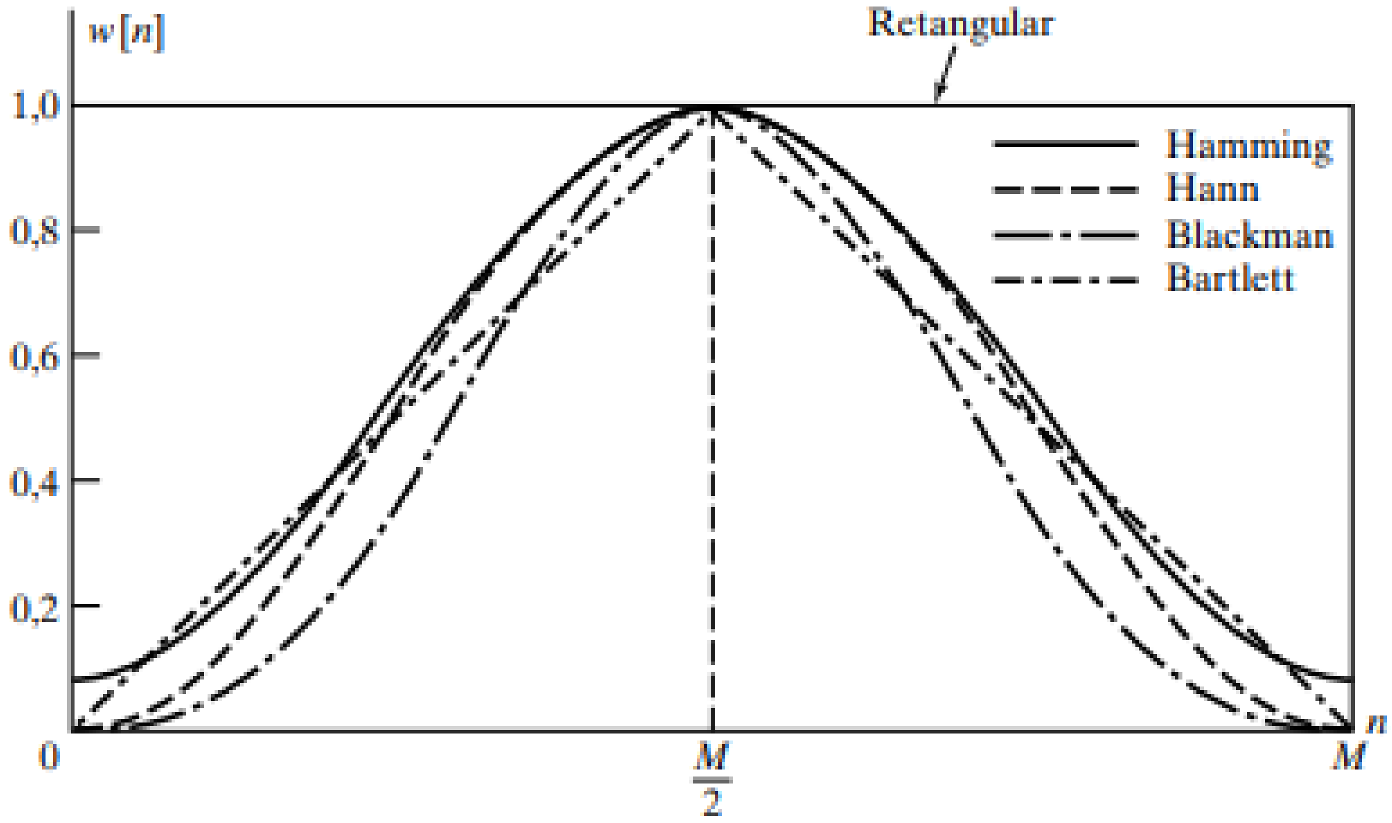
$$\omega[n] = \begin{cases} 0.54 - 0.46\cos\left(\frac{2\pi n}{M}\right) & ,0 \leq n \leq M \\ 0 & ,\text{caso contrário} \end{cases}$$

Janelamento

5) *Janela de Blackman:* A janela de Blackman tem uma maior atenuação na banda de rejeição e menor *ripple* na banda de passagem.

$$\omega[n] = \begin{cases} 0.42 - 0.5\cos\left(\frac{2\pi n}{M}\right) + 0.08\cos\left(\frac{4\pi n}{M}\right) & , 0 \leq n \leq M \\ 0 & , \text{caso contrário} \end{cases}$$

Janelamento



Considerando gráficos dessas janelas como funções de uma variável continua

Escolha de filtro

Especificações para a escolha do filtro baseando na escolha do menor δ_p .

$$20\log(1+\delta_p) = rpdB \Rightarrow \delta_p = 10^{\frac{rpdB}{20}} - 1$$

$$-20\log(\delta_s) = rsdB \Rightarrow \delta_p = 10^{\frac{rsdB}{-20}}$$

Retangular	δ **= 0.0891**
Triangular	δ = 0.0562
Hann	δ = 0.0063
Haming	δ = 0.0022
Blackman	δ = 0.0001

Parâmetros dos Filtros

Passa baixa e passa alta: $fc, freqs, Bw\_Hz$.

$$fp = fc - \frac{Bw\_Hz}{2}$$ Frequência limite da banda de passagem:

$$fs = fc + \frac{Bw\_Hz}{2}$$ Frequência limite da banda de passagem:

$$\omega s = \frac{2 * \pi * fs}{freqs} \qquad \omega p = \frac{2 * \pi * fp}{freqs}$$

$$B\omega = \frac{|\omega s - \omega p|}{2 * \pi}$$ Frequência limite da banda de passagem: Bw = abs((ws - wp))/(2*pi)

Parâmetros dos Filtros

Passa faixa e rejeita faixa: $f0, freqs, Bt_{Hz}, Bw_{Hz}$

$$B\omega = \frac{|Bt|}{2 * \pi} \qquad \omega 1 = \omega 0 - \frac{B\omega}{2}$$

$$\omega 2 = \omega 0 + \frac{B\omega}{2} \qquad \omega 3 = \omega 1 - Bt$$

$$\omega 4 = \omega 2 + Bt$$

Apresentação Prática